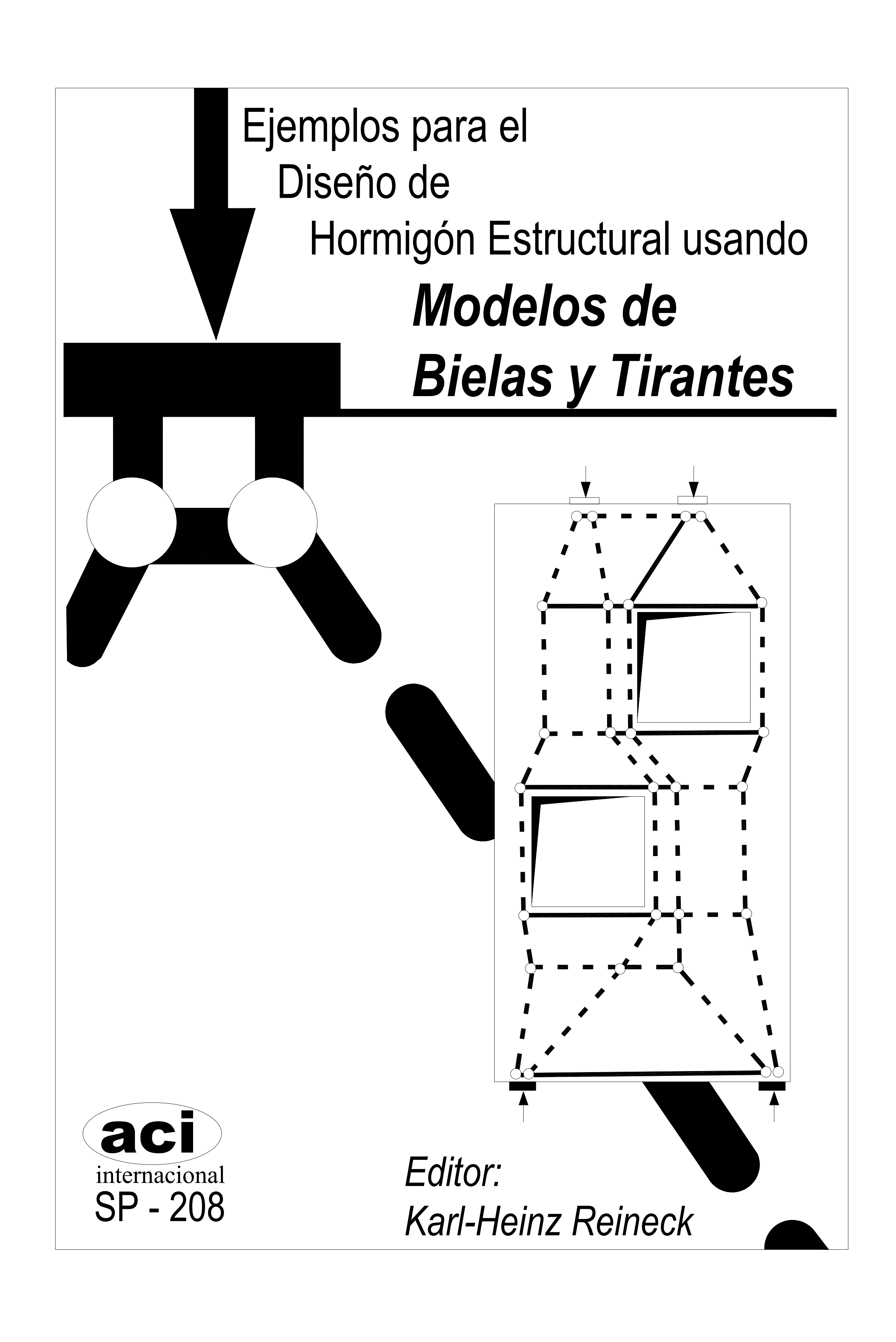

Ejemplos para el
Diseño de
Hormigón Estructural usando
Modelos de
Bielas y Tirantes
aci
internacional
SP - 208
Editor:
Karl-Heinz Reineck

Ejemplos para el Diseño de Hormigón Estructural usando Modelos de Bielas y Tirantes

Preparado por Miembros del Subcomité 445-1, Modelos de Bielas y Tirantes, para las reuniones de la Convención realizada en Phoenix, entre el 27 de octubre y el 1 de noviembre, 2002, y auspiciado por el Comité Conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión, y el Comité ACI 318-F, Corte y Torsión

Editor
Kart-Heinz Reineck

Se pueden presentar comentarios sobre los trabajos de este simposio de acuerdo con los requisitos generales de las Políticas de Publicación de ACI, enviándolos a las oficinas centrales de ACI ubicadas en la dirección que se indica a continuación. La fecha de cierre para la recepción de comentarios es Junio de 2003. Todos los comentarios aprobados por el Comité de Actividades Técnicas, junto con los comentarios finales de los autores, serán publicados en la edición de setiembre/octubre ya sea del *ACI Structural Journal* o el *ACI Materials Journal*, dependiendo del tema central de cada trabajo.

El Instituto no se responsabiliza por las declaraciones u opiniones expresadas en sus publicaciones. Las publicaciones del Instituto no pueden ni deben ser sustituto de la capacitación individual, la responsabilidad profesional ni el buen criterio del usuario, ni del proveedor, de la información presentada.

Los trabajos incluidos en este volumen han sido revisados de acuerdo con los procedimientos de publicación del Instituto por personas expertas en los temas cubiertos por cada trabajo.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE
P.O. Box 9094
Farmington hills, Michigan 48333-9094

ISBN: 0-87031-086-0

Prefacio

El nuevo Apéndice A de ACI 318-2002 sobre modelos de bielas y tirantes proporciona una excelente herramienta para diseñar hormigón estructural cuando no se pueden aplicar procedimientos de diseño seccional para flexión y corte. Este es el caso de las regiones de discontinuidad (regiones D), las cuales, si no están detalladas correctamente, pueden sufrir daño estructural y aún fallas de tipo frágil. Esta publicación especial presenta ejemplos del uso de modelos de bielas y tirantes siguiendo el Apéndice A de ACI 318-2002 para diseñar regiones D tales como ménsulas, vigas de gran altura con y sin aberturas, vigas con extremos entallados, vigas con apoyos indirectos, zonas de anclajes de miembros pretensados, muros de cortante con aberturas, tableros en pilas de un puente y cabezales de pilotes.

Las contribuciones y ejemplos fueron preparados por miembros del *Subcomité ACI 445-A Corte y Torsión: Modelos de Bielas y Tirantes* y presentados en la Convención realizada en Phoenix, entre el 27 de octubre y el 1 de noviembre, 2002, auspiciada por el *Comité Conjunto ACI-ASCE 445: Corte y Torsión* y el *Subcomité ACI 318-E: Corte y Torsión*. Los trabajos contenidos en esta publicación especial han sido revisados de acuerdo con las políticas del American Concrete Institute. Se agradece la cooperación de los autores en la preparación de los manuscritos y su revisión.

También se agradece el esfuerzo de los encargados de las revisiones y del personal de las oficinas centrales de ACI, especialmente el Sr. Todd Watson, Gerente de Documentos Técnicos.

Finalmente, el editor desea agradecer a Cathy French, Presidente del Comité ACI-ASCE 445, y Jim Wight, anteriormente Presidente del Subcomité ACI 318E, por su apoyo constante al trabajo realizado por el Subcomité ACI 445-A y esta publicación especial.

Kart-Heinz Reineck
Editor y Presidente del Subcomité ACI 445-A Corte y Torsión: Modelos de Bielas y Tirantes
ILEK, Univesidad de Stuttgart, Alemania

Subcomité ACI 445-A Corte y Torsión: Modelos de Bielas y Tirantes

Miembros: Sergio M. Alcocer, Robert B. Anderson, Robert W. Barnes, Jay Holombo, Gary J. Klein, Daniel Kuchma, Denis Mitchell, Kart H. Reineck (Presidente), Julio A. Ramírez, Mario Rodríguez, David Sanders, Sri S. Sritharan, Claudia M. Uribe, Fernando Yanez.

Miembros Asociados: Dat Duthinh, Mary Beth D. Hueste, Laura Lowes, Adolfo B. Matamoros, Khaled A. Nahlawi, Lawrence C. Novak, Philip K. H. Tan, Neil Wexler.

Ejemplos para el diseño de hormigón estructural usando modelos de bielas y tirantes

Contenidos

Parte 1

Introducción

Karl - Heinz Reineck

Karl - Heinz Reineck recibió sus títulos de Ingeniero y Doctor en Ingeniería de la Universidad de Stuttgart. Se dedica tanto a la investigación como a la docencia en el Instituto de Diseño Conceptual y Estructural de Estructuras Livianas (ILEK), Universidad de Stuttgart, donde es director de dos grupos de investigación y director ejecutivo del Instituto. Sus investigaciones abarcan el diseño de hormigón estructural, el diseño con modelos de bielas y tirantes, y el diseño de tanques de hormigón para agua caliente de rendimiento elevado. Es miembro del Comité 445 de ASCE-ACI, "Corte y Torsión" donde preside dos subcomités y también es miembro del Grupo de Trabajo *fib* 1.1 "Diseño Práctico".

Parte 1: Introducción

1 Nota Histórica

Durante los últimos quince años se han producido importantes avances en los métodos de diseño para estructuras de hormigón, y estos avances se reflejan en la terminología empleada. Se propuso "hormigón estructural" como término unificador para todos los tipos de aplicaciones de hormigón y acero a fin de superar las tradicionales divisiones entre hormigón armado, hormigón pretensado y hormigón parcialmente pretensado y aún hormigón pretensado externamente u hormigón simple. Se decidió que estas diferencias eran artificiales, y provocaban tanto confusión en los códigos y la docencia como restricciones innecesarias en la práctica, según se señaló en el Coloquio IABSE "Hormigón Estructural" realizado en abril de 1991 en Stuttgart [IABSE (1991 a, b)]. Poco tiempo después el American Concrete Institute modificó el nombre del código ACI 318.

Las limitaciones de los procedimientos puramente empíricos se están volviendo cada vez más aparentes, lo que aumenta la demanda del desarrollo de modelos de diseño claros. Se ha aplicado la teoría de la plasticidad al diseño de miembros sometidos a corte y torsión, específicamente en los trabajos de Thürlimann (1975, 1983) y Nielsen (1978, 1984) y sus colaboradores. Esto también conformó la base para los modelos de bielas y tirantes siguiendo los trabajos de Schlaich et al. (1987, 2001). Los modelos de bielas y tirantes han constituido una valiosa herramienta de diseño desde los orígenes del diseño del hormigón armado, según lo demuestra el empleo de modelos reticulados para el diseño al corte, por ejemplo, en los trabajos de Ritter (1899), Mörsch (1909, 1912, 1922), Rausch (1938, 1953) entre otros. Esto es particularmente cierto en el caso de las regiones con discontinuidad (regiones D), las cuales no han sido tratadas adecuadamente en los códigos aún cuando un diseño y detallado incorrecto de estas regiones ha llevado algunas estructuras a la falla [Breen (1991), Podolny (1985)]. El desarrollo de modelos de bielas y tirantes presenta una oportunidad única de avanzar hacia la unificación del concepto de diseño, abarcando las regiones D y las regiones B con modelos similares. Además, la aplicación de modelos de bielas y tirantes enfatiza el rol esencial del detallado dentro del diseño. Todo esto fue señalado en el Informe sobre Corte presentado por el Comité ASCE-ACI 445 (1998).

En consecuencia, el Apéndice A de ACI 318-2002 refleja este desarrollo internacional y por lo tanto es consistente con algunos otros códigos como los códigos Modelo CEB-FIP 1990, el EC 2, el Código Canadiense, el AASHTO, así como con las recientes Recomendaciones FIP (1999) y el nuevo código alemán DIN 1045-1 (2001-07).

2 Procedimientos de dimensionamiento según los códigos actuales

En la mayoría de los códigos los principios de diseño están claramente definidos, ya que al definir los requisitos y principios de diseño los códigos tratan estructuras enteras y no sólo secciones. Sin embargo, a diferencia de lo que ocurre con los principios, los procedimientos de dimensionamiento y los procedimientos de verificación se concentran en secciones, y se realizan diferentes verificaciones para las diferentes acciones, tales como los momentos y las fuerzas de corte. Además, las reglas de detallado incluidas en los códigos pretenden garantizar la seguridad global de las estructuras.

El peligro de un enfoque de diseño seccional es que existe la posibilidad de ignorar el flujo general de las fuerzas y no cubrir algunas regiones críticas. En particular las regiones con discontinuidades de carga y/o geometría, las regiones D, a excepción de algunos casos particulares (por ejemplo, esquinas de pórticos o ménsulas) no se dimensionan sino que son cubiertas por las reglas de detallado. Todas estas consideraciones motivaron discusiones en el Coloquio IABSE "Hormigón Estructural" realizado en abril de 1991 y llevaron a las conclusiones publicadas con posterioridad [IABSE (1991 a, b)]. La demanda del desarrollo de modelos claros, tales como los modelos de bielas y tirantes, fue expresada por Schlaich (1991) y Breen (1991). Muchas de estas ideas fueron recogidas por la Comisión FIP 3 "Diseño Práctico", presidida por Julio Appleton, y uno de sus Grupos de Trabajo desarrolló las Recomendaciones FIP "Diseño Práctico del Hormigón Estructural", publicadas en 1999 por *fib*. Estas recomendaciones se basan plenamente en los modelos de bielas y tirantes e indican la dirección a seguir para futuros desarrollos. Sin embargo, la mayoría de los códigos continúan con los conceptos tradicionales y sólo han agregado un nuevo capítulo o apéndice, sin integrar el nuevo concepto en la totalidad del código. Una excepción la constituye el caso del diseño al corte, en el cual durante muchos años se ha utilizado un modelo reticulado para considerar la contribución de las armaduras,

3 Objetivo y contenidos de esta Publicación Especial

La implementación de modelos de bielas y tirantes en el Apéndice A de ACI 318-2002 es un paso importante hacia un concepto de diseño más consistente. Aún más, es un avance sumamente importante para los ingenieros y debería dar pie a esfuerzos para aplicar los modelos de bielas y tirantes en la práctica diaria. Por lo tanto, el principal objetivo de esta Publicación Especial es mostrar por medio de ejemplos de diseño la aplicación de los modelos de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-2002.

Esta Publicación Especial se compone de cinco partes. Luego de la introducción (Parte 1), la Parte 2 presenta información sobre el desarrollo del Apéndice A de ACI 318-2002 y las discusiones del Comité ACI 318 E "Corte y Torsión". Se describen los alcances y

objetivos del Apéndice A y se incluyen explicaciones exhaustivas y adicionales a las ya presentadas en el Comentario del Apéndice A.

La Parte 3 presenta un resumen de importantes ensayos que justifican el uso de modelos de bielas y tirantes para el diseño de hormigón estructural. Entre los ensayos se encuentran los ejemplos clásicos para regiones D, tales como vigas de gran altura, ménsulas y vigas con extremos entallados.

La Parte 4 constituye la parte central de esta Publicación Especial; presenta nueve ejemplos diferentes diseñados con modelos de bielas y tirantes usando el Apéndice A de ACI 318-2002. La mayoría de estos ejemplos fueron tomados de la práctica:

- El Ejemplo 1 (viga de gran altura), el Ejemplo 2 (viga con extremos entallados) y el Ejemplo 3 (ménsula doble y ménsula en columna) constituyen regiones D clásicas, las cuales desde hace tiempo se diseñan con modelos de bielas y tirantes y para las cuales hasta se efectuaron ensayos, según se describe en la Parte 3.

- El Ejemplo 5 (viga con apoyos indirectos) y el Ejemplo 6 (viga pretensada) tratan las conocidas regiones D de las vigas, las cuales hasta el momento han sido tratadas en los códigos mediante reglas para el diseño al corte.

- El Ejemplo 7 (tablero en pila de un puente) y el Ejemplo 9 (cabezal de pilotes) tratan las regiones D de estructuras tridimensionales, para cuyo diseño la mayoría de los códigos apenas contienen información.

Algunos ejemplos fueron seleccionados para demostrar el potencial de los modelos de bielas y tirantes para resolver problemas de diseño excepcionales, entre ellos el Ejemplo 4 (viga de gran altura con abertura) y el Ejemplo 8 (muro de gran altura con dos aberturas).

Todos los ejemplos ilustran el enfoque para encontrar un modelo, lo cual constituye el primer y más importante paso en un diseño con bielas y tirantes. Los ejemplos también señalan dónde podrían aparecer problemas de dimensionamiento o de detallado o anclaje de las armaduras y cómo se podría mejorar el diseño.

La Parte 5 presenta un resumen y discute algunos temas que son comunes a todos los ejemplos o que aparecieron en varios ejemplos. Luego de un breve repaso de los procedimientos para encontrar un modelo, se discute la unicidad de cada modelo y porqué diferentes ingenieros podrían optar por diferentes modelos. El otro tema trata la transición entre Regiones D y B de las vigas y es de importancia general para muchos ejemplos, ya que muchas regiones D son parte de una estructura mayor y deben ser “recortadas” de ella, es decir, es necesario aplicar las acciones y fuerzas adecuadas en el borde de la región D. Finalmente, en la Parte 5 se discute la importancia del detallado, la cual fue demostrada en varios ejemplos.

Referencias

AASHTO (1994): AASHTO LRFD Bridge design specifications, section 5 Concrete Structures. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C. 2001, 1994

ACI 318 (2002): Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. American Concrete Institute, Farmington Hills

ASCE-ACI 445 (1998): Recent approaches to shear design of structural concrete. Informe del Comité ASCE-ACI 445 sobre Corte y Torsión. ASCE Journal of Structural Engineering 124 (1998), No. 12, 1375-1417

Breen, J.E. (1991): Why Structural Concrete? p. 15-26 en: IABSE Colloquium Structural Concrete, Stuttgart Abril 1991. Informe IABSE V.62, 1991

CEB-FIP MC 90 (1993): Design of concrete structures. Código Modelo CEB-FIP 1990. Thomas Telford, 1993

CSA (1994): Design of Concrete Structures - Structures (Design). Canadian Standards Association (CAN3-A23.3-M84), 178 Rexdale Boulevard, Rexdale (Toronto), Ontario, Diciembre 1994

DIN 1045-1 (2001): Deutsche Norm: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton and Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. S. 1 - 148. (Hormigón, estructuras de hormigón armado y pretensado - Parte 1: Diseño). Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Beuth Verl. Berlin, Julio (2001)

EC 2 (1992): Eurocode 2: design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings. DD ENV 1992-1-1. BSI 1992

FIP Recommendations (1999): "Practical Design of Structural Concrete". Comisión FIP- 3 "Diseño Práctico ", Sept. 1996. Publ.: SETO, Londres, Sept. 1999. (Distribuido por: *fib,* Lausana)

IABSE (1991 a): IABSE-Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete. Informe IABSE V.62 (1991 a), 1-872, Zurich 1991

IABSE (1991 b): IABSE-Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete-Summarizing statement.
Publ. en: - Structural Engineering International V.1 (1991), No.3, 52-54
- Concrete International 13 (1991), No. 10, Oct., 74-77
- PCI-Journal 36 (1991), Nov.-Dic., 60-63
and: IVBH-Kolloquium "Konstruktionsbeton" - Schlußbericht.
Publ. en: - BuStb 86 (1991), H.9, 228-230
- Bautechnik 68 (1991), H.9, 318-320

- Schweizer Ingenieur und Architekt Nr.36, 5. Sept. 1991
- Zement und Beton 1991, H.4, 25-28

Mörsch, E. (1909): Concrete Steel Construction. McGraw-Hill, New York, (1909), pp. 368 (Traducción al Inglés de "Der Eisenbetonbau", 1902)

Mörsch, E. (1912): Der Eisenbetonbau. 4. Aufl., K. Wittwer, Stuttgart, 1912

Mörsch, E. (1922): Der Eisenbetonbau - Seine Theorie and Anwendung (Construcciones de Hormigón Armado - Teoría y Aplicación). 5ta Edición, Vol. 1, Part 2, K. Wittwer, Stuttgart, 1922

Nielsen, M.P.; Braestrup, M.W.; Jensen, B.C.; Bach, F. (1978): Concrete Plasticity: Beam Shear-Shear in Joints-Punching Shear. Publicación Especial. Danish Society for Structural Science and Engineering, Dic. 1978, 1-129

Nielsen, M.P. (1984): Limit State Analysis and Concrete Plasticity. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1984, pp. 420

Podolny, W. (1985): The cause of cracking in past-tensioned concrete box girder bridges and retrofit procedures. PCI Journal V.30 (1985), No.2, Marzo-Abril, 82-139

Rausch, E. (1938): Berechnung des Eisenbetons gegen Verdrehung (Torsion) and Abscheren. 2. Aufl.. Springer Verlag, Berlin, 1938. pp. 92

Rausch, E. (1953): Drillung (Torsion), Schub und Scheren im Stahlbetonbau. 3. Aufl. Deutscher Ingenieur-Verlag, Düsseldorf, 1953 pp. 168

Ritter, W. (1899): Die Bauweise Hennebique. Schweizerische Bauzeitung, Bd. XXXIII, Nr. 7., Enero, 1899

Schlaich, J.; Schafer, K; Jennewein, M. (1987): Toward a consistent design for structural concrete. PCI-Journal V.32 (1987), No.3, 75-150

Schlaich, J.; Schafer, K. (2001): Konstruieren im Stahlbetonbau (Detallado del hormigón armado). Betonkalender 90 (2001), Teil II, 311 - 492. Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2001

Schlaich, J. (1991): The need for consistent and translucent models. p. 169-184 en: IABSE Colloquium Structural Concrete, Stuttgart Abril 1991. IABSE Report V.62, 1991

Thurlimann, B.; Grob, J.; Lüchinger, P. (1975): Torsion, Biegung and Schub in Stahlbetontragern. Fortbildungskurs fur Bauingenieure, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zurich. Abril 1975.

Thurlimann, B.; Marti, P.; Pralong, J.; Ritz, P.; Zimmerli, B. (1983): Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton. Fortbildungskurs fur Bauingenieure, Institut fur Baustatik and Konstruktion, ETH Zurich. April 1983

Parte 2

Derivación de modelos de bielas y tirantes para el Código ACI 2002

James G. MacGregor

Sinopsis

Este trabajo documenta las decisiones tomadas por el Comité ACI 318 para introducir los modelos de bielas y tirantes en el Código ACI 2002. Las Secciones 3 y 4 de este trabajo repasan el contenido del código referente a los modelos de bielas y tirantes. En la Sección 5 se presentan los formatos y valores de la resistencia efectiva a la compresión de las bielas. El primer paso fue derivar una resistencia efectiva a la compresión con la cual, usando el Apéndice A, se obtuviera la misma sección transversal y resistencia requeridas por otros códigos para la misma resistencia del hormigón y las mismas cargas no factoreadas. Para la selección final de los valores de diseño de la resistencia efectiva a la compresión se consideraron resultados de ensayo, valores de diseño de otra bibliografía, valores de otros códigos y las resistencias de diseño del Código ACI para situaciones de esfuerzos similares. En la Sección 6 del trabajo se resume una derivación similar de las resistencias efectivas a la compresión de las zonas nodales. Describir la geometría de las zonas nodales utilizando el lenguaje del código no resultó sencillo. En la Sección 7 de este trabajo se describe el diseño de tirantes; en la Sección 8 los requisitos para armadura nominal. La armadura nominal se provee para agregar ductilidad, mejorar la posibilidad de redistribución de las fuerzas internas y limitar la fisuración bajo cargas de servicio.

James G. MacGregor recibió un B.Sc. en Ingeniería Civil de la Universidad de Alberta, Canadá, en 1956, y un Ph.D. de la Universidad de Illinois en 1960. Se unió al Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Alberta en 1960, donde continuó hasta 1993. El Dr. McGregor trabaja en los comités técnicos de ACI sobre corte y torsión, columnas, y el comité para el Código ACI. Presidió los comités del Código Canadiense sobre diseño de hormigón armado y diseño estructural. Durante 1992-93 fue presidente de ACI. El Dr. MacGregor es Miembro Honorario de ACI, miembro de la Royal Society of Canada y miembro de la Canadian Academy of Engineering. En 1998 recibió un Doctorado Honorario de la Universidad de Lakehead, y en 1999 un Doctorado Honorario de la Universidad de Alberta.

1 Introducción

El Código ACI 2002 incluye un nuevo Apéndice A, "*Modelos de Bielas y Tirantes*", y se han modificado varias secciones del código para permitir el empleo de modelos de bielas y tirantes (STM, según sus siglas en inglés) en el diseño. Durante el desarrollo del Apéndice A se tomaron conceptos de la Especificación AASHTO LRFD (1998), el Código modelo CEB/FIP (1993) según su interpretación en las Recomendaciones FIP (1999) y el Código de diseño del hormigón de Canadá, CSA A23.3-94 (1994). Los informes de investigación [Comité ACI 445 (1997)] también aportaron algunas de las bases para el apéndice. Este trabajo, juntamente con el Comentario del Apéndice A de ACI 318 [ACI (2002)] explica las decisiones tomadas y las hipótesis asumidas durante el desarrollo del Apéndice A.

2 Importancia

Este trabajo documenta las decisiones tomadas durante el desarrollo del Apéndice A, "*Modelos de Bielas y Tirantes*", del Código ACI 2002.

3 Qué son los modelos de bielas y tirantes?

3.1 Regiones B y Regiones D

Las estructuras de hormigón se pueden dividir en regiones tipo viga donde son aplicables las hipótesis de distribución lineal de las deformaciones de la teoría flexional, y regiones perturbadas, adyacentes a los cambios abruptos de carga correspondientes a cargas concentradas y reacciones, o adyacentes a cambios abruptos de geometría tales como huecos o cambios de sección transversal. En estas secciones perturbadas las distribuciones de deformaciones no son lineales. Estas diferentes zonas se conocen como *regiones B* y *regiones D*, respectivamente.

En las regiones B se aplican la teoría de flexión tradicional para hormigón armado, y el enfoque de diseño tradicional ($V_c + V_s$) para el corte. Por el contrario, en las regiones D una gran proporción de la carga es transmitida directamente a los apoyos por las fuerzas de compresión en el plano del hormigón y las fuerzas de tracción en la armadura, por lo cual es necesario utilizar otro enfoque de diseño. Las regiones D se pueden modelar usando reticulados hipotéticos compuestos por *bielas* de hormigón comprimidas y *tirantes* de acero traccionados, que se encuentran en uniones llamadas *nodos*. Estos reticulados se conocen como *modelos de bielas y tirantes* (STMs). El modelo de bielas y tirantes de una viga de gran altura de un solo tramo ilustrado en la Figura 1 se compone de dos bielas

inclinadas y un tirante horizontal unidos en tres nodos [ACI 318 (2002)]. Los nodos se ubican dentro de *zonas nodales* que transfieren fuerzas de las bielas a los tirantes y reacciones. Se asume que los modelos de bielas y tirantes fallan debido a la fluencia de los tirantes, aplastamiento de las bielas, falla de las zonas nodales que conectan las bielas y los tirantes, o falla de anclaje de los tirantes. Se asume que las bielas y las zonas nodales llegan a su capacidad cuando las tensiones de compresión que actúan en los extremos de las bielas o en las caras de las zonas nodales llegan a la correspondiente *resistencia efectiva a la compresión*, f_{cu}.

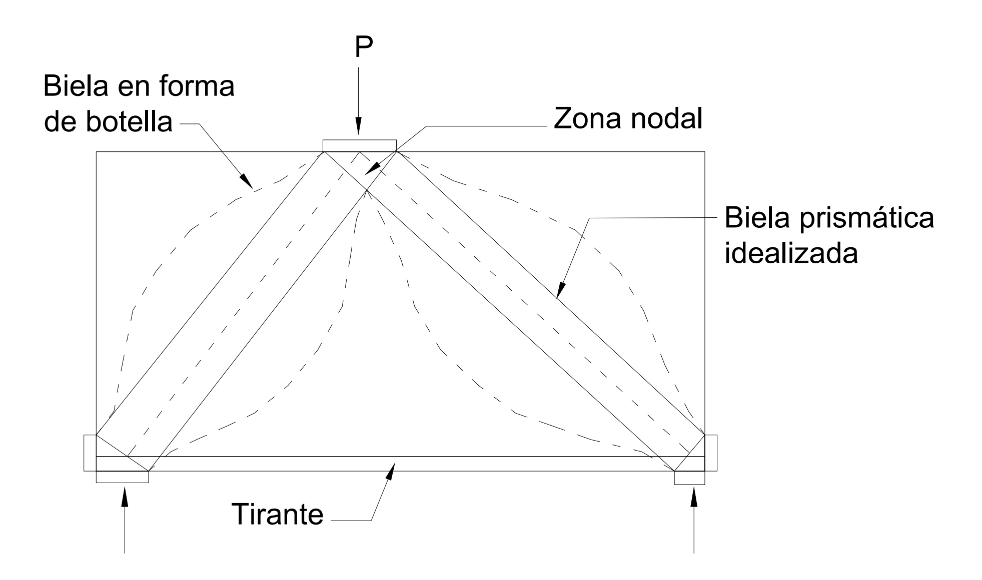


Figura 1: Modelo de bielas y tirantes para una viga de gran altura

El principio de St. Venanat y análisis elásticos de tensiones sugieren que el efecto localizado de una carga concentrada o una discontinuidad geométrica desaparecerá a una distancia de *alrededor de* una profundidad del miembro a partir de la carga o discontinuidad. Por este motivo se asume que las regiones D se extienden *aproximadamente* una profundidad del miembro a partir de la carga o discontinuidad. Enfatizamos los términos “alrededor de” y “aproximadamente” debido a que la extensión de las regiones D puede variar según el caso. (Ver ACI Sección A.1.)

Si dos regiones D, cada una de ellas de una longitud menor o igual a d, se encuentran o superponen, el Apéndice A considera que actúan como una región D combinada. Para un tramo de corte en una viga de gran altura la región D combinada tiene una profundidad igual a d y una longitud de hasta 2d hacia un lado o hacia dos lados de la perturbación. Esto establece el menor ángulo entre una biela y un tirante unido a un extremo de la biela como arctan (d / 2d) = 26,5 grados, redondeado a 25 grados. (Ver ACI Sección A.2.5.)

La Figura 2, reproducida de la publicación "*Prestressed Concrete Structures*" [Collins y Mitchell (1991)], compara las resistencias al corte empíricas de vigas simplemente apoyadas con diferentes relaciones longitud de corte/profundidad, a/d, comprendidas entre 1 y 7. El comportamiento de región B controla las resistencias de las vigas con relaciones a/d mayores que 2,5 como lo indica la línea aproximadamente horizontal a la derecha de a/d = 2,5. El comportamiento de región D controla las resistencias de las vigas con relaciones a/d menores que aproximadamente 2,5 como lo indica la línea de fuerte pendiente a la izquierda de a/d = 2,5 en la Figura 2.

El Comité ACI 318 limitó las longitudes máximas de regiones D aisladas a d, y a 2d para el caso de las regiones D superpuestas. Los modelos de bielas y tirantes también se pueden usar para el diseño de regiones B [Marti (1985)]. Sin embargo, el término V_c no está incluido en la ecuación tradicional de ACI para resistencia al corte.

Los modelos de bielas y tirantes bidimensionales se utilizan para representar estructuras planas tales como vigas de gran altura, ménsulas y uniones. Los modelos de bielas y tirantes tridimensionales se usan para estructuras tales como cabezales para dos o más filas de pilotes.

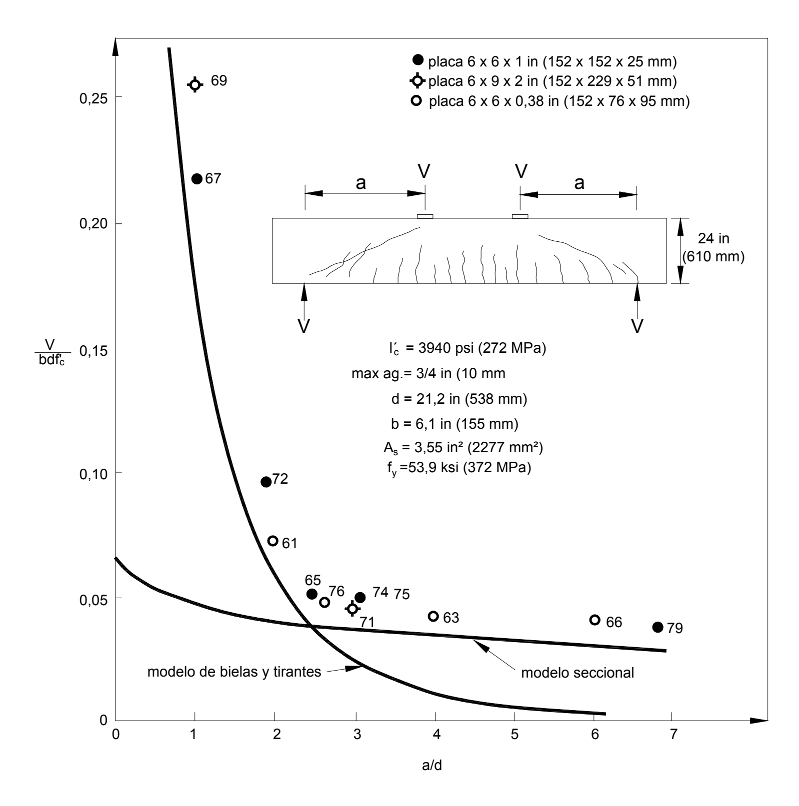


Fig. 2: Resistencia de vigas de hormigón que fallan en corte para diferentes relaciones a/d

3.2 Decisiones necesarias para desarrollar reglas de diseño para los modelos de bielas y tirantes

A fin de codificar los modelos de bielas y tirantes para el diseño, los principales elementos a definir y especificar son los siguientes:

(a) la geometría de los modelos de bielas y tirantes,

(b) cuáles son las resistencias efectivas del hormigón y factores ϕ a utilizar,

(c) la forma y resistencia de las bielas,

(d) la geometría y resistencia de las zonas nodales,

(e) la geometría, resistencia y anclaje de los tirantes, y

(f) los requisitos de detallado

Las definiciones de estos elementos difieren considerablemente en los diferentes códigos y documentos usados para el diseño. La resistencia efectiva del hormigón y los factores de reducción de la resistencia del Apéndice A originalmente se derivaron usando los factores de carga y resistencia del Capítulo 9 del Código ACI 1999. A continuación presentamos brevemente los cambios que requieren los nuevo factores de carga y resistencia del Código ACI 2002.

3.3 Geometría de los modelos de bielas y tirantes

Un modelo de bielas y tirantes es un reticulado hipotético que transmite fuerzas desde los puntos de carga hacia los apoyos. En "*Toward a Consistent Design of Structural Concrete*" [Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987)], "*Prestressed Concrete Structures*" [Collins y Mitchell (1991)], "*Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design*" [Marti (1985) y "*Reinforced Concrete: Mechanics and Design*" [MacGregor (1997)] se discuten la selección de los modelos de bielas y tirantes, el cálculo de las fuerzas en las bielas y los tirantes y el diseño de la armadura de los tirantes, a la vez que se presentan ejemplos.

El Apéndice A está formulado bajo la hipótesis que en el diseño se usarán modelos de bielas y tirantes. No es su intención reducir el diseño a ecuaciones para el corte resistido por las bielas y la armadura de corte. La selección del modelo y la elaboración de un esquema del modelo son partes integrales del Apéndice A [ACI (2002)]; el Comentario RA.2.1 contiene un procedimiento paso a paso para diseñar un modelo de bielas y tirantes. Diferentes autores también han sugerido métodos para hacerlo [ACI (1999), Collins y Mitchell (1991), Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987) y MacGregor (1997)]. Generalmente el punto de partida es el cálculo de las reacciones para la estructura y las cargas dadas. En términos generales, el modelo de bielas y tirantes que minimiza la cantidad de armadura se aproxima al modelo ideal. Para el caso de las estructuras

bidimensionales, algunos autores [Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987)] recomiendan realizar un análisis por elementos finitos para determinar las trayectorias de los esfuerzos para una situación de carga dada. Luego las bielas se alinean a ±15º de las fuerzas de compresión resultantes de dicho análisis, y los tirantes a ±15º de las fuerzas de tracción resultantes.

Por otra parte, el Código Canadiense [CSA (1994)] exige que el análisis por elementos finitos sea verificado mediante análisis independientes que satisfagan el equilibrio, y sugiere utilizar para esta verificación los modelos de bielas y tirantes.

Durante el desarrollo de un modelo de bielas y tirantes para una aplicación determinada a menudo resulta útil seleccionar ubicaciones iniciales tentativas para los nodos y utilizar estas ubicaciones en el ciclo inicial de cálculo de las fuerzas en los miembros. Si se pueden conseguir fotografías del patrón de fisuración en estructuras similares, es posible ubicar las bielas y tirantes dentro de la estructura de manera tal que las bielas se ubiquen entre las fisuras. Las bielas no deben atravesar regiones fisuradas.

La Sección A.2 del código ACI 2002 presenta varios requisitos fundamentales que debe satisfacer un modelo de bielas y tirantes:

1. *Primero y principal, el modelo de bielas y tirantes debe estar en equilibrio con las cargas aplicadas factoreadas y las cargas permanentes factoreadas. (ACI, Sección A.2.2). El cálculo de las reacciones y las fuerzas en las bielas y tirantes es estático. Por lo tanto produce* un campo de fuerzas estáticamente admisible.

2. *Las resistencias de las bielas, tirantes y zonas nodales deben ser iguales o mayores que las fuerzas en dichos miembros. (ACI, Sección A.2.6.) Si en cualquier sección transversal la resistencia es mayor o igual que la resistencia requerida por el análisis del punto 1 se dice que la estructura tiene una distribución de resistencias* segura.

3. *Durante las primeras etapas del diseño de una región D puede ser suficiente considerar sólo los ejes de las bielas y tirantes. Sin embargo, al diseñar un modelo de bielas y tirantes, generalmente es necesario considerar los anchos de las bielas, tirantes, zonas nodales y regiones de apoyo. (Sección A.2.3.)*

4. *Las bielas no se deben cruzar ni superponer. (Sección A.2.4.) Los anchos de las bielas se eligen de manera tal que soporten las fuerzas en las bielas usando la resistencia efectiva del hormigón de las bielas. Si las bielas se superpusieran, las partes superpuestas de las bielas resultarían sobrecargadas.*

5. *Los tirantes pueden cruzar otros tirantes u otras bielas. (Sección A.2.4.)*

6. *El menor ángulo entre una biela y un tirante unidos en un nodo se ha fijado en 25º. (Sección A.2.5.)*

Un diseño estructural estáticamente admisible y seguro satisface los requisitos de una solución límite inferior *en la teoría de plasticidad. Esto implica que la carga de falla*

calculada mediante el modelo de bielas y tirantes subestima la carga de falla real. Para que esto sea cierto, la estructura debe tener ductilidad suficiente para acomodar cualquier redistribución de fuerzas necesaria.

4 Fuerzas en bielas y tirantes; factores de reducción de la resistencia, ϕ

Una vez seleccionado el modelo inicial de bielas y tirantes se calculan las reacciones a los pesos propios y cargas aplicadas. Después de calcular las reacciones se calculan las fuerzas, F_u, en todas las bielas, tirantes y zonas nodales usando análisis de pórticos. Luego las bielas, tirantes y zonas nodales se dimensionan en base a:

$$\phi F_n \geq F_u \quad (1)$$

donde F_u es la fuerza en el miembro (biela, tirante o zona nodal) debida a las cargas factoreadas, F_n es la resistencia nominal del miembro y ϕ es un factor de reducción de la resistencia. Las resistencias nominales de bielas, tirantes y zonas nodales son F_{ns}, F_{nt} y F_{nn}, respectivamente.

La Ecuación 1 incluye la resistencia factoreada ϕF_n. En el Código Modelo CEB/FIP (1993), el Código Canadiense [CSA (1994)] y las Recomendaciones FIP (1999) se aplican factores de reducción de resistencia de los materiales, ϕ_c y ϕ_s, ó γ_c y γ_s, a las resistencias del hormigón y el acero, f_c' y f_y'. El Código ACI 1999 usaba diferentes factores de reducción de la resistencia para cada tipo de resistencia estructural, $\phi_f = 0,9$ para flexión y $\phi_v = 0,85$ para corte en vigas, ménsulas y vigas de gran altura. (En este trabajo hemos agregados subíndices a los diferentes factores ϕ a fin de indicar la acción estructural correspondiente a cada uno de ellos.)

En el Código ACI 2002 las combinaciones de carga y los factores ϕ del Apéndice C de ACI 318-99 se intercambiaron con los del Capítulo 9 de ACI 318-99. En el Código 2002, ϕ_v y ϕ_{STM} se cambiaron a 0,75 para el diseño de modelos de bielas y tirantes usando los factores de carga y factores de reducción de la resistencia del Capítulo 9 del Código ACI 2002. Una reevaluación del factor ϕ correspondiente a flexión indicó que ϕ_f podía permanecer igual a 0,90.

El Código ACI 318-99 incluyó una nueva Sección 18.13 referente al diseño de zonas de anclajes de tendones postensados, en parte basada en los modelos de bielas y tirantes. El código especificaba que $\phi_{PA} = 0,85$ para el diseño de zonas de anclaje de tendones postensados, junto con un factor de carga de 1,2 (Sección 9.2.8) para la fuerza de pretensado. Los modelos de bielas y tirantes de las zonas de anclaje de tendones pretensados mantienen este factor ϕ y este factor de carga porque las fuerzas en el tendón y el factor de carga para las fuerzas en los tendones no se modifican.

5 Bielas

5.1 Tipos de bielas

La forma de las bielas es variable. Generalmente, en los modelos de bielas y tirantes se las idealiza como miembros prismáticos o uniformemente ahusados como lo indican los lados rectos de las bielas prismáticas idealizadas en los tramos de corte de la viga de gran altura de la Figura 1. En este modelo de bielas y tirantes, el hormigón comprimido a la mitad de la longitud de las bielas tiende a expandirse lateralmente. Si hay lugar para que efectivamente ocurra esta expansión se dice que las bielas son *en forma de botella*. En los modelos bidimensionales la mayoría de las bielas serán en forma de botella.

5.2 Diseño de bielas

Las bielas se diseñan de manera de satisfacer las Ecuaciones 1 a 4. La resistencia factoreada de una biela se calcula como:

$$F_{ns} = f_{cu} A_c \qquad (2)$$

donde f_{cu} es la resistencia *efectiva a la compresión* del hormigón de la biela, que se toma igual a:

$$f_{cu} = \nu f_c' \qquad (3)$$

ó

$$\phi f_{cu} = \phi \nu f_c' = \phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f_c' \qquad (4)$$

donde ν (nu) se denomina factor de efectividad, A_c es el área del extremo de la biela sobre la cual actúa f_{cu}. ϕ_{STM} es el valor de φ correspondiente a bielas, tirantes y zonas nodales en modelos de bielas y tirantes, α_1 es el factor 0,85 de ACI Sección 10.2.7.1 y β_s es el factor de efectividad para una biela. Si f_{cu} es diferente en los dos extremos de una biela, la biela se idealiza como uniformemente ahusada. En la derivación de la Ecuación 4 fue necesario incluir el término ν como un paso intermedio, ya que diferentes códigos e investigadores incluyen diferentes factores en sus definiciones de resistencia efectiva a la compresión.

5.3 Resistencia efectiva a la compresión de las bielas, f_{cu}

5.3.1 Factores que afectan la resistencia efectiva a la compresión del hormigón de las bielas

Se asume que la tensión que actúa en una biela es constante en toda la sección transversal del extremo de la biela. En los siguientes párrafos describimos tres importantes factores que afectan el factor de efectividad. Los valores de f_{cu} varían entre código y código dependiendo del énfasis que otorgan a cada uno de estos factores al derivar los valores del factor de efectividad.

(a) Efectos de la duración de las cargas. La resistencia efectiva de las bielas está dada por las Ecuaciones 1 y 4, donde $\nu = \alpha_1 \beta_s$, y α_1 es el factor 0,85 definido en ACI Sección 10.2.7.1; diferentes referencias explican que este factor considera los efectos de la duración de las cargas, o considera diferentes regímenes de carga en los cilindros y diagramas de flexión, o considera la migración vertical del agua de sangrado. En la Ecuación 4 α_1 se tomó igual a 0,85 de ACI Sección 10.2.7.1. Probablemente este factor debería ser función de f_c', y disminuir a medida que f_c' aumenta [Ibrahim y MacGregor (1997)]. Recientemente se han sugerido varias relaciones para reemplazar $\alpha_1 = 0,85$ en ACI Sección 10.2.7.1. En caso que una de las revisiones propuestas sea aceptada, en la Ecuación 4 se modificaría α_1 de manera consecuente. El subíndice "s" del término β_s se refiere a biela. /Inicial de ***strut***, término inglés./

(b) Fisuración de las bielas. Típicamente, las bielas desarrollan fisuras axiales, diagonales o transversales. En los siguientes párrafos explicamos la consiguiente reducción de la resistencia a la compresión de las bielas.

(i) Bielas en forma de botella. Con frecuencia las bielas son más anchas en su parte central que en sus extremos; esto se debe a que el ancho de hormigón hacia el cual se pueden expandir las tensiones es mayor en la parte central que en los extremos de la biela. Los contornos curvos de las bielas de la Figura 1, indicados con línea discontinua, representan los límites efectivos de una biela típica. Este tipo de biela se denomina *biela en forma de botella*. Para el diseño las bielas en forma de botella se idealizan como las bielas prismáticas indicadas con línea continua en la Figura 1.

La divergencia de las fuerzas a lo largo de la longitud de la biela tiende a provocar fisuración longitudinal cerca de los extremos de la biela, tal como se indica en la Figura 3. En ausencia de armadura que confine esta fisuración las fisuras podrían debilitar la biela. Schlaich et al. (1987) analizaron este tipo de fisuración y anticipan que ocurrirá cuando la tensión de compresión en el extremo de la biela supere aproximadamente $0,55f_c'$. Schlaich et al. y Breen et al. (1994) sugieren que las bielas divergentes de la Figura 3 tienen una pendiente de 1:2 como se indica en la figura.

(ii) Bielas fisuradas. La biela puede estar atravesada por fisuras que tienden a debilitarla [Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987)]. Las resistencias efectivas a la compresión dadas en el Apéndice A y la Sección 5.3.5 de este trabajo reflejan este concepto.

(iii) Deformaciones transversales por tracción. Las deformaciones transversales por tracción perpendiculares al eje de una biela fisurada conectada a un tirante pueden reducir la resistencia a la compresión de la biela [Vecchio y Collins (1972)]. En el Código Canadiense [CSA (1994)] y las Especificaciones AASHTO (1998) se asume que la

resistencia de una biela es función de la deformación transversal por tracción de la biela debida al tirante unido en uno u otro extremo de la biela, calculada como una función del ángulo formado por el eje de la biela y el eje del tirante. Los ensayos realizados por Vecchio y Collins (1982) en paneles cuadrados de hormigón solicitados uniformemente dieron origen a los valores de f_{cu} dados por las Ecuaciones 11 y 12 de la Sección 5.3.3.

(c) Confinamiento del hormigón que rodea las bielas. En las estructuras de hormigón tridimensionales tales como cabezales de pilotes, la resistencia a la compresión de una biela puede aumentar debido al confinamiento provocado por el gran volumen de hormigón que rodea la biela. Adebar y Zhou (1993) propusieron ecuaciones para la resistencia efectiva a la compresión a utilizar en el diseño de cabezales de pilotes.

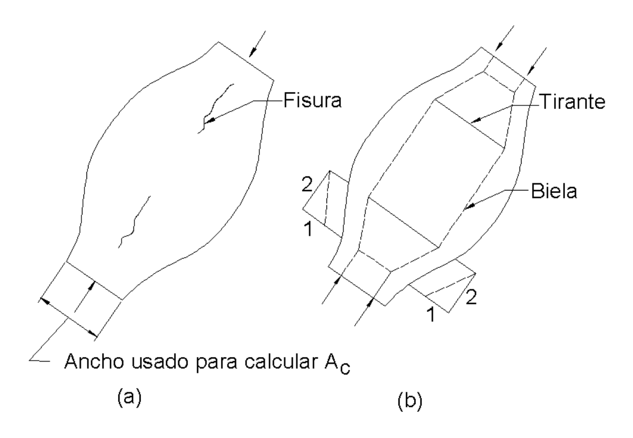


Figura 3: Fisuración longitudinal de una biela en forma de botella

5.3.2 Resistencia efectiva a la compresión de las bielas – según ensayos y bibliografía

Diversos investigadores han propuesto valores para el factor de efectividad ν. En este trabajo presentamos algunas comparaciones. En la Bibliografía sobre Modelos de Bielas y Tirantes, compilada por el comité ACI-ASCE sobre Corte y Torsión [ACI 445 (1997)] se listan muchas otras referencias.

- En base al ensayo de veinticuatro vigas de gran altura de uno y dos tramos, Rogowsky y MacGregor (1986) propusieron $f_{cu} = \nu f_c' = 0{,}85 f_c'$. Ellos observaron que la selección de un modelo reticulado adecuado era más importante que la selección de ν.
- Ricketts (1985) informó relaciones entre resistencias de ensayo y resistencias calculadas de seis vigas continuas de gran altura de dos tramos. Las cargas de falla anticipadas usando modelos de bielas y tirantes tuvieron una relación promedio resistencia de ensayo / resistencia calculada igual a 0,96 para ν = 1,0. Cuando tomaron

ν = 0,6 la relación promedio resistencia de ensayo / resistencia calculada aumentó a 1,13. Esto indica que ν estaba más próximo a 1,0 que a 0,6.

– Rogowsky (1983) sostuvo que ν = 1,0 anticipa de manera conservadora las resistencias de las ménsulas ensayadas por Kriz y Raths (1965). Virtualmente todos los ensayos de ménsulas tuvieron factores de efectividad, ν, comprendidos entre 1,0 y 1,3.
– Ramirez y Breen (1991) propusieron una relación entre ν y $\sqrt{f_c'}$, donde ν varía entre 0,55 y 0,39 para una variación de f_c' entre 3000 y 6000 psi.
– Bergmeister et al. (1991) relacionaron ν y f_c', con ν variando de 0,77 a 0,69 para resistencias del hormigón comprendidas entre 3000 y 6000 psi.
– Schlaich et al. (1987) recomendaron valores de ν similares a los indicados en la Sección 5.3.5 de este trabajo.
– Marti (1985) sugirió un valor constante ν = 0,6.

5.3.3 Resistencia efectiva del hormigón de las bielas – de otros códigos

Debido a que otros códigos tienen diferentes factores de carga, diferentes factores de resistencia y diferentes maneras de especificar la resistencia del hormigón, los valores β_s de otros códigos no se pueden usar directamente en el Apéndice A. Otra complicación es el hecho que los factores de carga y resistencia del Capítulo 9 del Código ACI 2002 difieren de los del Capítulo 9 del Código ACI 1999.

Los valores iniciales de $\phi_{STM}\alpha_1\beta_s$ correspondientes a los factores de carga del Código ACI 1999 y la definición ACI de f_c' se derivaron por calibración respecto de las Recomendaciones FIP (1999). Las secciones transversales de las bielas requeridas por las Recomendaciones FIP, por ejemplo, se calcularon para las fuerzas axiales en una biela hipotética debidas a combinaciones supuestas de carga permanente y sobrecarga, en base a los factores de carga de las Recomendaciones FIP y para las correspondientes resistencias del hormigón, f_c'.

Luego se calcularon los valores de $\phi_{STM}\alpha_1\beta_s$ necesarios en el Código ACI de manera que con las secciones de biela de ambos códigos se obtuvieran las mismas capacidades de carga:

ϕ_{STM} = 0,85 y α_1 = 0,85

Recomendaciones FIP. Las Recomendaciones FIP (1999) dan la sección transversal de una biela requerida para una determinada combinación de cargas como:

$$A_{c,FIP} = \frac{F_{uFIP}}{f_{cdeff}} \quad (5)$$

donde A_{cFIP} es la sección transversal de la biela calculada usando las Recomendaciones FIP, F_{uFIP} es la fuerza en la biela debida a la suma de las cargas factoreadas que actúan en la biela, y $f_{cd,eff}$ es la resistencia efectiva a la compresión del hormigón según FIP. Para una carga permanente no factoreada en la biela de 1000 kips y sobrecargas de 50 ó 200 kips, se calcularon los valores de A_{cFIP} usando la Ecuación 5 para resistencias del hormigón especificadas, f_c', de 3000 psi y 6000 psi. Estas se igualaron con las correspondientes áreas, A_{cACI}, del Apéndice A:

$$A_{c,ACI} = \frac{F_{uACI}}{\phi_{STM}\alpha_1\beta_s f_c'} \qquad (6)$$

donde $A_{c,ACI}$ es el área de la biela o el diagrama de compresión para un miembro diseñado usando el Código ACI, y F_{uACI} es la fuerza en la biela debida a las cargas factoreadas de ACI en el modelo de bielas y tirantes.

Igualando A_{cFIP} y A_{cACI}, suponiendo que las cargas no factoreadas se definen de la misma manera tanto en ACI como en FIP y reordenando se obtiene:

$$\phi_{STM}\beta_s = \frac{F_{uACI} f_{cdeff}}{\alpha_1 f_c' F_{uFIP}} \qquad (7)$$

donde α_1 es el factor de ACI Sección 10.2.7.1.

<u>Factores de carga y combinaciones de cargas</u>. La combinación de cargas básica considerada es carga permanente más sobrecarga (D + L), donde D = 100 kips, siendo L igual a 50 kips (0,5D) o bien 200 kips (2,0D). Es razonable suponer que D y L se definen de manera similar en los códigos americanos y europeos.

En FIP, la combinación de cargas básica es U = 1,35D + 1,5L; donde U representa la carga última. Para L = 0,5D; U = 2,10D (210 kips) y para L = 2D; U = 4,35D (435 kips).

En la Sección 9.2.1 del Código ACI 1999 U = 1,4D + 1,7L. Para L = 0,5D; U = 2,25D (225 kips) y para L = 2D; U = 4,8D (480 kips).

En la Sección 9.2.1 del Código ACI 2002 la combinación de cargas básica pasa a ser U = 1,2D + 1,6L obteniéndose U = 200 kips y 440 kips para ambos casos de cargas.

<u>Resistencias del hormigón</u>. Se consideraron dos resistencias del hormigón, 3000 kips y 6000 psi.

<u>Hormigón de 3000 psi</u>. Consideremos hormigón de 3000 psi (20,7 MPa) con una desviación estándar de 450 psi (3,1 MPa) y un coeficiente de variación de 0,15. De acuerdo con ACI Sección 5.3.2.1, la resistencia promedio requerida, f_{cr}' = 3000 + 1,34 x 450 = 3600 psi. FIP define la resistencia del hormigón usando la resistencia característica o del porcentil 5, f_{ck}, la cual es una fracción menor que la usada en ACI para definir f_c'. Para hormigón con una resistencia especificada según ACI de 3000 psi,

$$f_{ck} = 3600(1-1,645\times 0,15) = 2710\,\text{psi}\,(18,7\,\text{MPa})$$

La resistencia de diseño para compresión uniaxial según FIP es:

$$f_{1cd} = \alpha \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \qquad (8)$$

donde α = 0,85 es similar a α_1 = 0,85 de ACI 10.2.7.1 y la Ecuación 4, y γ_c es un factor de resistencia para el hormigón igual a 1,5. Para f_c' = 3000 psi:

$$f_{1cd} = \frac{0,85 \times 2710}{1,5} = 1540\,\text{psi}$$

Hormigón de 6000 psi. Consideremos hormigón de 6000 psi (41,4 MPa) con una desviación estándar de 600 psi (4,14 MPa) y un coeficiente de variación de 0,10. De acuerdo con ACI Sección 5.3.2.1, la resistencia promedio requerida, f_{cr}' = (6000 + 2,33 x 600) - 500 = 6900 psi. FIP utiliza la resistencia correspondiente al porcentil 5, $f_{ck} = f_{cr}'$ (1− 1,645 x 0,10) = 5760 psi (39,8 MPa). De la Ecuación 8, la resistencia de diseño para compresión uniaxial de acuerdo con FIP es f_{1cd} = 3260 psi.

En las Recomendaciones FIP la resistencia del hormigón de una biela se toma como el menor valor de:

$$f_{cd,eff} = \nu_1 f_{1cd} \qquad (9)$$

ó

$$f_{cd,eff} = \nu_2 f_{1cd} \qquad (10)$$

donde la Ecuación 9 sólo es aplicable en las zonas comprimidas de vigas o columnas cargadas axialmente que se suponen uniformemente solicitadas con $f_{cd,eff} = \nu_1 f_{1cd}$ actuando en la distancia c entre el eje neutro y la fibra extrema comprimida. Debido a que esto ubica la fuerza de compresión resultante a una distancia c/2 de la fibra extrema comprimida, y no a/2 como se supone en el diagrama rectangular de tensiones del Código ACI, los valores de $f_{cd,eff}$ basados en ν_1 no serán considerados.

FIP define ν_2 de la Ecuación 10 mediante las siguientes descripciones:

5.3.2(3) a) Bielas no fisuradas con distribución uniforme de deformaciones. ν_2 = 1,00
Para hormigón de 3000 psi $f_{cd,eff}$ es 1,00 x 1540 psi = 1540 psi. Para ϕ_{STM} = 0,85 el valor de β_s variaba entre 0,76 y 0,83 para los factores de carga de 1999. Para los factores de carga y resistencia de 2002 el valor de β_s varía entre 0,77 y 0,86.

5.3.2(3) b) Bielas con fisuras paralelas a la biela y armadura transversal adherente. La reducción de resistencia de la biela se debe a la tracción transversal y a las perturbaciones provocadas por la armadura y las superficies irregulares de las fisuras. FIP indica ν_2 = 0,80. Para los factores de carga de ACI 1999 α_1 ν β_s ϕ = 0,75 los valores de β_s variaban entre 0,61 y 0,63. Para los factores de carga y factores ϕ de 2002 el rango es de 0,64 a 0,66.

5.3.2(3) c) Bielas que transfieren compresión a través de fisuras con anchos de fisura normales, por ejemplo, en almas de vigas. FIP da $\nu_2 = 0{,}60$. Para los factores de carga y factores ϕ del Código de 1999 β_s variaba entre 0,46 y 0,50. Para los factores de carga y resistencia de 2002 el rango es de 0,46 a 0,52.

5.3.2(3) d) Bielas que transfieren compresión a través de fisuras muy grandes, por ejemplo, en miembros con tracción axial o alas traccionadas. FIP da $\nu_2 = 0{,}45$. Para hormigón de 3000 psi, los correspondientes valores de β_s variaban entre 0,34 y 0,37 para el Código 1999. Para el Código 2002 el rango es de 0,35 a 0,39.

Estos valores se listan en la Tabla 1 para su comparación con los valores de β_s derivados de otros códigos y los propuestos para el Apéndice A. Debido a que las descripciones verbales empleadas en el Apéndice A del Código ACI difieren de las dadas en las Recomendaciones FIP, algunos casos FIP se superponen con casos ACI y aparecen listados dos o más veces.

Código Canadiense y Especificación AASHTO LRFD. Estos dos códigos definen f_{cu} en base a las deformaciones transversales por tracción en las bielas. Se supone que una sola definición de f_{cu} se aplica para todos los tipos de bielas.

En el Código Canadiense [CSA (1994)] el diseño se realiza usando una resistencia del hormigón factoreada $\phi_c f_c'$ y una resistencia del acero factoreada $\phi_s f_y$ donde $\phi_c = 0{,}60$ y $\phi_s = 0{,}85$. La resistencia del hormigón se define de la misma manera que en ACI 318. En el Código Canadiense los factores de carga son U = 1,25D + 1,5L. La resistencia efectiva a la compresión del hormigón de las bielas es:

$$f_{cu} = \frac{f_c'}{0{,}80 + 170\varepsilon_1} \leq 0{,}85 f_c' \qquad (11)$$

donde

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + \left(\varepsilon_s + 0{,}002\right)\cot^2\theta_s \qquad (12)$$

ε_s = deformación por tracción en el tirante

θ = menor ángulo entre el eje de la biela comprimida y el eje del tirante unido a un extremo de la biela.

En el modelo de bielas y tirantes de la Figura 1, la biela está anclada por el tirante longitudinal y cruzada por estribos o armadura mínima. En este caso θ_s se toma como el ángulo entre el eje de la biela y el tirante, que de acuerdo con la Sección A.2.5 de ACI está limitado a un valor de 25º y por implicancia tiene un límite superior de 90 − 25 = 65º con respecto al tirante. Al calcular θ_s y ε_1 se ignoran los estribos y la armadura superficial mínima.

TABLA 1 – Valores de β_s para bielas en modelos de bielas y tirantes. $\phi f_{cu} = \phi_{STM}\alpha_1\beta_s f_c'$

Case	Código	β_s para $\phi = 0,85$ $\alpha_1 = 0,85$ factores de carga 1999		β_n para $\phi = 0,75$ $\alpha_1 = 0,85$ factores de carga 2002	
		Valores	**Elegido**	**Valores**	**Elegido**
A.3.2.1 – Bielas en las cuales el área de la sección transversal a la mitad de la longitud de la biela es igual al área en las zonas nodales, tales como la zona comprimida de una viga	**ACI Ap. A**		**1,0**		**1,0**
• Biela no fisurada con distribución uniforme de deformaciones, $\nu_2 = 1,00$	FIP 5.3.2(3)a)	0,76-0,83		0,77-0,86	
• Zona comprimida de una viga	ACI 10.2.7	1,06		1,20	
• Zona comprimida de una columna zunchada	ACI Capítulo 10	0,82		0,87	
A.3.2.2 – Bielas ubicadas de manera tal que el ancho de la sección transversal de la biela a la mitad de su longitud es mayor que el ancho en las zonas nodales (Bielas en forma de botella)	**ACI Ap. A**		**0,75**		**0,75**
(a) con armadura que satisface A.3.3					
• Bielas con fisuras y armadura transversal adherente, $\nu_2 = 0,80$	FIP 5.3.2(3)b)	0,61-0,66		0,61-0,69	
• Bielas que transfieren compresión a través de fisuras de ancho normal, $\nu_2 = 0,6$	FIP 5.3.2(3)c)	0,46-0,50		0,46-0,52	
• Bielas en las zonas de anclaje postensado de modelos de bielas y tirantes	ACI 18.13	0,82 λ			
• Bielas atravesadas por armadura que forma un ángulo θ respecto del eje de la biela	CSA $\theta = 60º$ $\theta = 45º$ $\theta = 30º$	0,683 0,513 0,293			
• Calculado a partir de ensayos de vigas de uno y dos tramos	Ref. 21	0,95			
(b) sin armadura que satisfaga A.3.3	**ACI Ap. A**		**0,60 λ**		**0,60 λ**

Case	**Código**	β_s para $\phi = 0,85$ $\alpha_1 = 0,85$ factores de carga 1999		β_n para $\phi = 0,75$ $\alpha_1 = 0,85$ factores de carga 2002	
		Valores	**Elegido**	**Valores**	**Elegido**
• Bielas que transfieren compresión a través de fisuras de ancho normal, $\nu_2 = 0,60$	FIP 5.3.2(3)c)	0,46-0,50		0,46-0,52	
A.3.2.3 – Bielas en miembros traccionados, o en las alas traccionadas de un miembro • Bielas que transfieren compresión a través de grandes fisuras	**ACI Ap. A** FIP 5.3.2(3)d)	 0,34-0,37	**0,40**	 0,35-0,39	**0,40**
A.3.2.4 – Para todos los demás casos	**ACI Ap. A**		**0,60**		**0,60**

Para θ_s = 60º y $\varepsilon_s = \varepsilon_y$ = 0,002 la Ecuación 11 del Código Canadiense [CSA (1994)] da f_{cu} = 0,73f_c'.

Para θ_s = 45º y ε_s = 0,002 la Ecuación 11 da f_{cu} = 0,55f_c'.

Para θ_s = 30º y ε_s = 0,002 se obtiene f_{cu} = 0,31f_c'.

Suponiendo que $\phi\ f_{cu} = \phi_{STM}\,\alpha_1\,\beta_s\,f_c'$, para estos ángulos θ los valores de β_s son 0,68; 0,51 y 0,29 respectivamente, en base a α_1 = 0,85 y ϕ_{STM} = 0,85.

Para los modelos de bielas y tirantes, la Especificación AASHTO LRFD [AASHTO (2002)] da los siguientes valores de ϕ:

- Para compresión en modelos de bielas y tirantes 0,70
- Para compresión en zonas de anclaje:
  - hormigón de peso normal 0,80
  - hormigón liviano 0,65

Para modelos de bielas y tirantes de las zonas de anclaje pretensadas AASHTO indica

$$f_{cu} = 0,7\phi f_c'$$

excepto que, en áreas donde el hormigón puede estar muy fisurado bajo cargas últimas debido a otros efectos de las fuerzas, o si se anticipan grandes rotaciones inelásticas, la resistencia efectiva a la compresión factoreada se limita a 0,6 ϕ f_c'.

Igualando ϕf_{cu} con $\phi\alpha_1\beta_s f_c'$ y despreciando las diferencias de los factores de carga se obtiene β_s = 0,82 y 0,71 para $\phi f_{cu} = 0{,}7\phi f_c'$ y $0{,}6\phi f_c'$ respectivamente, con α_1 = 0,85.

5.3.4 Resistencia efectiva del hormigón de las bielas – según otras secciones de ACI 318-99

La resistencia efectiva del hormigón de una biela está dada como el producto $\phi f_{cu} = \phi_{STM}\alpha_1\beta_s f_c'$. En los siguientes tres casos sería deseable que $\phi\nu f_c'$ concordara con $\phi_{STM}\alpha_1\beta_s f_c'$ a fin de minimizar las diferencias en la interfase entre las regiones B, diseñadas usando la teoría tradicional de flexión y corte, y las regiones D, diseñadas usando modelos de bielas y tirantes.

Diagrama rectangular de tensiones por flexión en vigas. Según el Código ACI 1999, para flexión, ϕ_f = 0,90 y α_1 = 0,85 la fuerza de compresión por flexión, C_u, que actúa en la altura, $a = \beta_1 c$, del diagrama rectangular de tensiones es:

$$C_{u,flex} = \phi_f \alpha_1 f_c' a\, b \qquad (13)$$

Si suponemos que la fuerza de compresión en un modelo de bielas y tirantes de la misma viga también es igual a C_u:

$$C_{u,STM} = \phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f_c' a\, b \qquad (14)$$

Igualando y reemplazando ϕ_{STM} = 0,85 se obtiene $\beta_s = \phi_f / \phi_{STM} = 1{,}06$.

Para el mismo caso usando ϕ_{STM} = 0,75 y ϕ_f = 0,90 del Código ACI 2002, β_s = 0,90 / 0,75 = 1,20.

Diagrama de tensiones por flexión en columnas que fallan en compresión. El factor ϕ correspondiente a columnas zunchadas es ϕ_{tc} = 0,70 y para columnas con armadura en espiral ϕ_{sc} = 0,75. Para el Código ACI 1999, $\phi_{tc}\ \nu\ f_c' = \phi_{STM}\ \alpha_1\ \beta_s\ f_c'$. El correspondiente valor de β_s es 0,70 / 0,85 = 0,82 para columnas zunchadas y 0,88 para columnas con armadura en espiral. Este valor para la zona comprimida de una columna zunchada es menor que el valor de β_s para la zona comprimida de una viga porque los factores ϕ de ACI para columnas arbitriamente se fijaron menores que los factores ϕ para flexión a fin de tomar en cuenta la mayor severidad y naturaleza frágil de las fallas en columnas.

Zonas de anclaje de tendones pretensados. ACI 318-99 Sección 18.13.4.2. En 1999 ACI 318 incluyó una nueva Sección 18.13 sobre zonas de anclaje de tendones en gran parte basada en los modelos de bielas y tirantes. Esta revisión utilizó $f_{cu} = 0{,}7\ \lambda f_c'$ y ϕ = 0,85. Rescribiendo la expresión para f_{cu} como $\phi f_{cu} = \phi_{STM}\ \alpha_1\ \beta_s\ f_c'$ se obtiene $\beta_s = 0{,}7\ \lambda\ /\ \alpha_1 = 0{,}824\ \lambda$.

5.3.5 Selección de f_{cu} para las bielas para el Apéndice A

Los valores de f_{cu} presentados en el Apéndice A del Código ACI fueron seleccionados de manera de satisfacer cuatro criterios:

(a) Sencillez de aplicación.

(b) Compatibilidad con ensayos de regiones D, tales como vigas de gran altura, extremos entallados o ménsulas.

(c) Compatibilidad con otras secciones de ACI 318.

(d) Compatibilidad con otros códigos o recomendaciones para el diseño.

Debido a que para una aplicación dada estos cuatro criterios conducen a diferentes valores de f_{cu}, para seleccionar los valores de f_{cu} fue necesario aplicar el criterio profesional.

En la Tabla 1 se resumen los valores de β_s. Los títulos numerados A.3.2.1 a A.3.2.4 describen los tipos de bielas usadas en el Apéndice A de ACI 318-02. En cada sección también se listan valores de β_s para casos relacionados. En los diversos códigos citados se dan dos métodos diferentes para especificar f_{cu}: (a) FIP utiliza descripciones de la fisuración de las bielas para seleccionar los valores de ν aplicables. (b) CSA y AASHTO basan f_{cu} en las Ecuaciones 11 y 12 lo cual requiere calcular ε_s. La primera opción depende de hallar descripciones no ambiguas del estado de fisuración del miembro. La segunda depende de la posibilidad de calcular una deformación mal definida en el alma del miembro. En el Apéndice A se adoptó la primera opción, es decir, la descripción verbal. En los siguientes párrafos las frases en cursiva fueron tomadas directamente de ACI 318-02.

A.3.2.1 *Para bielas cuya sección transversal es uniforme en la totalidad de su longitud,..$\beta_s = 1,0$.*

La Tabla 1 lista valores de β_s comprendidos entre 0,76 y 1,20 para los casos relacionados. β_s se tomó igual a 1,0 ó se ha propuesto $\beta_s = 0,85$ para corresponder con el diagrama rectangular de tensiones correspondiente a flexión. Al momento de tomar esta decisión se consideró también la evidencia que β_s se aproxima a 1,0 en ensayos.

A.3.2.2 *Para bielas ubicadas de manera tal que el ancho de la sección transversal de la biela a la mitad de su longitud es mayor que el ancho en los nodos (bielas en forma de botella):*

(a) con armadura que satisface A.3.3 ....$\beta_s = 0,75$

Otros códigos dan β_s entre 0,46 y 0,824. Los valores del código CSA se basan en un concepto diferente y por lo tanto los ignoraremos. En experimentos se obtuvieron valores de β_s de hasta 0,94.

(b) sin armadura que satisface A.3.3 ....$\beta_s = 0,60\lambda$

El término λ para fisuración del hormigón liviano se incluyó en el valor de β_s de A.3.2.2(b) porque no está presente el efecto estabilizador de la armadura transversal para las bielas y se asume que la falla se produce poco después de la fisuración.

A.3.2.3 *Para bielas en miembros traccionados, o en las alas traccionadas de los miembros* .... $\beta_s = 0{,}40$

El caso similar de FIP corresponde a β_s = 0,34 a 0,37.

A.3.2.4 *Para todos los demás casos* .... $\beta_s = 0{,}60$

Los valores de β_s seleccionados generalmente son mayores que los de otros códigos porque se le dio mayor peso a los valores de f_{cu} correspondientes a los casos de diseño relacionados del Código ACI y a los valores de f_{cu} de ensayo que a los valores de f_{cu} de otros códigos.

6 Nodos y zonas nodales

6.1 Clasificación de nodos y zonas nodales

Es importante distinguir entre nodos y zonas nodales. Los *nodos* son los puntos donde se intersecan las fuerzas axiales de las bielas y tirantes, mientras que las *zonas nodales* son las regiones alrededor de las zonas de unión donde están conectados los miembros. Para que en un nodo de una estructura plana tal como una viga de gran altura exista equilibrio vertical y horizontal es necesario que haya un mínimo de tres fuerzas actuando sobre el nodo.

Los nodos se clasifican de acuerdo con los tipos de fuerzas que se encuentran en los mismos. De este modo, un nodo C-C-C ancla tres bielas, un nodo C-C-T ancla dos bielas y un tirante, un nodo C-T-T ancla una biela y dos tirantes. El Apéndice A asume que las caras de una zona nodal cargadas en compresión tienen el mismo ancho que los extremos de las bielas. El ancho de las caras que anclan tirantes se discutirá en profundidad en la Sección 7.1.

6.2 Tipos de zonas nodales y su empleo en modelos de bielas y tirantes

La bibliografía sobre modelos de bielas y tirantes se basa en dos conceptos bastante diferentes.

Zonas nodales hidrostáticas. Originalmente se asumía que todas las caras de las zonas nodales estaban sometidas a tensiones iguales. Debido a que el círculo de Mohr para las tensiones que actúan en estas zonas nodales se grafica como un punto, este tipo de nodo se

denominó *zona nodal hidrostática*. Si las tensiones son iguales en todos los lados de la zona nodal, las relaciones entre las longitudes de los lados de una zona nodal hidrostática es w_{n1}:w_{n2}:w_{n3} son proporcionales a las fuerzas C_1 : C_2 :C_3 que actúan sobre los lados.

Las zonas nodales hidrostáticas se extendieron a los nodos C-C-T o C-T-T suponiendo que los tirantes se extendían a través de las zonas nodales para ser anclados del lado más alejado del nodo mediante ganchos o adherencia. Este concepto se representa usando una placa de anclaje *hipotética* detrás de la unión. El área de la placa de anclaje hipotética se selecciona de manera tal que la presión de apoyo sobre la placa sea igual a las tensiones que actúan en los otros lados de la zona nodal. El área efectiva del tirante es la fuerza en el tirante dividida por la tensión de apoyo admisible para las bielas que concurren en un nodo. El requisito que exige tensiones iguales en todas las caras de una zona nodal hidrostática tiende a complicar el empleo de este tipo de zonas nodales.

Zonas nodales extendidas. Son zonas nodales limitadas por los contornos de las zonas comprimidas en la intersección de:

(a) las bielas,

(b) las reacciones, y

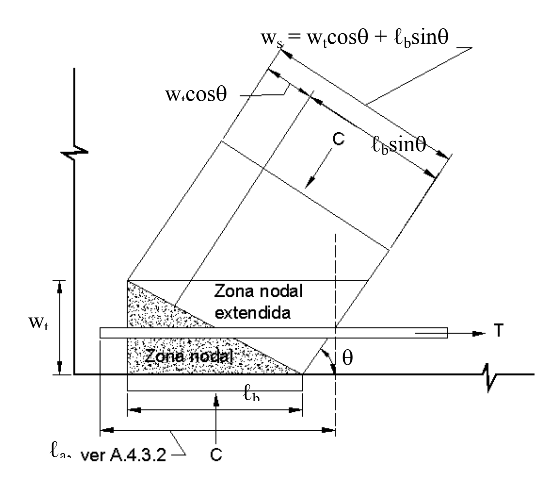
(c) los anchos supuestos de los tirantes incluyendo un prisma de hormigón concéntrico con los tirantes

Esto se ilustra en la Figura 4(a), donde el área sombreada más oscura representa la zona nodal hidrostática y el área sombreada total es la zona nodal extendida. La zona nodal extendida cae dentro del área comprimida por efecto de las reacciones y bielas. Las tensiones de compresión ayudan a la transferencia de fuerzas entre biela y biela, o entre biela y tirante. En general el Apéndice A utiliza zonas nodales extendidas en lugar de zonas nodales hidrostáticas.

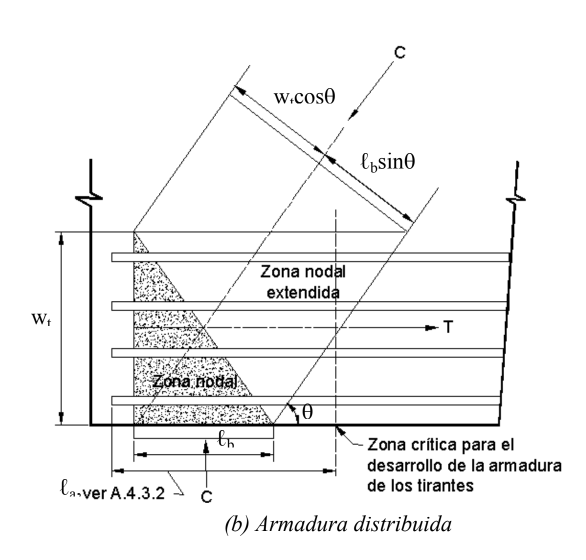
Relaciones entre las dimensiones de una zona nodal. Es posible derivar ecuaciones que relacionen los anchos de las bielas, tirantes y áreas de apoyo si se supone que las tensiones son iguales en los tres miembros que concurren en una zona nodal C-C-T.

$$w_s = w_t \cos\theta + \ell_b \sin\theta \qquad (15)$$

donde w_s es el ancho de la biela, w_t es el ancho efectivo del tirante, ℓ_b es la longitud de la placa de apoyo y θ es el ángulo entre el eje de la biela y el eje horizontal del miembro. Esta relación resulta útil para ajustar el tamaño de las zonas nodales en los modelos de bielas y tirantes. El ancho de una biela se puede ajustar variando w_t ó ℓ_b, una dimensión a la vez. Una vez ajustado el ancho de biela, es necesario verificar las tensiones en todas las caras de la zona nodal. La precisión de la Ecuación 15 disminuye a medida que las tensiones en las caras se vuelven más desiguales. La Ecuación 15 fue incluida en la Figura 4 (ACI Figura RA.1.6), pero no así en el propio código. Los futuros comités deberían considerar agregar estas ecuaciones en el Comentario.



(a) Una capa de armadura



(b) Armadura distribuida

Figura 4: Zona nodal extendida

Resolución de las fuerzas que actúan sobre una zona nodal. Si hay más de tres fuerzas actuando sobre una zona nodal, muchas veces es necesario resolver algunas de las fuerzas para poder trabajar con tres fuerzas que se intersecan. Alternativamente, los nodos de modelos de bielas y tirantes sobre los cuales actúan más de tres fuerzas se podrían analizar suponiendo que todas las fuerzas de las bielas y tirantes actúan a través del nodo, resolviendo todas las fuerzas a un lado de la zona nodal para obtener una única resultante para la biela durante el diseño de la zona nodal. Este concepto se ilustra en la Figura RA.2.3 del Comentario ACI.

6.3 Resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales

6.3.1 Resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales obtenida mediante ensayos

Hay muy pocos ensayos de la resistencia de las zonas nodales disponibles. Ensayos realizados sobre diez zonas nodales C-C-T y nueve zonas nodales C-T-T aisladas informados por Jirsa et al. (1991) indican que en estas zonas nodales, siempre que estén adecuadamente detalladas, se puede desarrollar $f_{cu} = 0,80\ f_c'$. Para las zonas nodales C-C-T la relación resistencia de ensayo/resistencia calculada promedio fue de 1,17 con una desviación estándar de 0,14. Para las zonas nodales C-T-T la relación resistencia de ensayo /resistencia calculada promedio fue de 1,02. Suponiendo $\phi = 1,0$ para comparar con la resistencia de las probetas de ensayo y $\alpha_1 = 0,85$ esto corresponde a $\beta_n = 0,94$.

6.3.2 Resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales según otros códigos

6.3.2.1 Recomendaciones FIP "Diseño práctico del Hormigón Estructural"

Las Recomendaciones FIP limitan f_{cu} en las zonas nodales a los siguientes valores:

- para regiones nodales que anclan uno o más tirantes: *0,85* f_{1cd} *donde* f_{1cd} *está dado por la Ecuación 8.*

  Para $\alpha_1 = 0,85$ *y* ϕ_{SMT} *esto corresponde a* $\beta_n = 0,65$ *a 0,71.*

- para zonas nodales C-C-C cargadas de forma biaxial o triaxial que anclan solamente bielas:
  - estado biaxial de tensiones: hasta 1,20 f_{1cd} ($\beta_n = 0,91$)
  - estado triaxial de tensiones: hasta 3,88 f_{1cd} ($\beta_n = 2,9$)

6.3.2.2 Código Canadiense y Especificación AASHTO LRFD

El Código Canadiense (1994) define la resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales, ϕf_{cu}, como:

- para zonas nodales solicitadas por bielas comprimidas y áreas de apoyo: $0,85\ \phi\ f_c'$
- para zonas nodales que anclan sólo un tirante: $0,75\ \phi\ f_c'$
- para zonas nodales que anclan más de un tirante: $0,65\ \phi\ f_c'$

donde $\phi_c = 0,60$ en el Código Canadiense.

La intención de los valores β_n es reflejar el efecto debilitante de la discontinuidad de deformaciones introducida cuando hay tirantes traccionados anclados en un nodo solicitado por compresión. Los valores del código Canadiense equivalen a $\beta_n = 0,80$; 0,70 y 0,61 en ACI.

La Especificación AASHTO LRFD usa valores de f_{cu} similares.

6.3.3 Selección de la resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales, f_{cu}

En la Tabla 2 se resumen los valores de f_{cu} para zonas nodales de acuerdo con otros códigos. Para el Código 1999, el factor de reducción de la resistencia para zonas nodales se tomó como ϕ_{STM} = 0,85. La resistencia efectiva a la compresión, f_{cu}, se basará en los valores de AASHTO y CSA, modificados para concordar con los factores de carga de ACI, el factor α_1 y ϕ_{STM} = 0,85 usando la Ecuación 4.

Se seleccionaron los siguientes valores para su inclusión en el Código ACI 2002:

- para zonas nodales C-C-C limitadas por bielas comprimidas y áreas de apoyo .... $\beta_n = 1{,}0$
- para zonas nodales C-C-T que anclan sólo un tirante .... $\beta_n = 0{,}80$
- para zonas nodales C-T-T o T-T-T que anclan tirantes en más de una dirección .... $\beta_n = 0{,}60$

La Tabla 2 muestra que estos valores se ajustan razonablemente a los valores de β_n para cada tipo de zona nodal.

7 Tirantes

7.1 Tirantes en los modelos de bielas y tirantes

En los modelos de bielas y tirantes basados en zonas nodales hidrostáticas la armadura de los tirantes se distribuye en la altura del tirante según el siguiente cálculo:

$$w_t = \frac{F_u / \phi}{f_{cu} b_w} \qquad (16)$$

Se asume que el tirante está formado por la armadura más un prisma de hormigón hipotético concéntrico con el eje de la fuerza de tracción. Por lo tanto, la Sección A.4.2 de ACI requiere que la armadura de los tirantes se distribuya de manera aproximadamente uniforme en el ancho del tirante, w_t. Esto puede implicar la colocación de la armadura en varias capas como se ilustra en la Figura 4(b), y no concentrarla en la cara traccionada de la viga como se ilustra en la Figura 4(a).

Si se utilizan zonas nodales extendidas, el valor extremo menor de la altura del tirante corresponde al acero colocado en una capa tomando w_t igual al diámetro de las barras más dos veces el recubrimiento de las barras como en la Figura 4(a). (Ver también la Sección RA.4.2 del Comentario del Apéndice A.)

7.2 Resistencia de los tirantes

Se asume que un tirante no pretensado llega a su capacidad cuando la fuerza en el tirante llega a

$$T_n = A_s f_y \qquad (17)$$

Para los tirantes pretensados se agrega un segundo término, la Ecuación A–6 de ACI supone Δf_p igual a 60 ksi. Esta es una aproximación razonable para el cambio de tensión en la armadura pretensada a medida que el miembro se carga hasta el punto de falla. Generalmente el principal problema en el diseño de tirantes es el anclaje de los mismos en una zona nodal. El prisma hipotético de hormigón concéntrico con el tirante no resiste ninguna parte de la fuerza en el tirante. En las verificaciones de serviciabilidad la menor deformación del tirante debida a este hormigón puede reducir el alargamiento del tirante, produciendo menor deflexión en el miembro.

Tabla 2: Valores de β_n recomendados para las zonas nodales en modelos de bielas y tirantes, ϕ = 0,85 y factores de carga de 1999 y ϕ = 0,75 y factores de carga de 2002 $\phi f_{cu} = \phi \alpha_1 \beta_n f_c'$

Caso	**Código**	**Rango de β_n**	**β_n^1 y factores de carga de 1999**	**Rango de β_n**	**β_n^2 y factores de carga de 2002**
Zonas nodales C-C-C	CSA A23.3	0,79-0,80	**1,0**	0,76-0,83	**1,0**
• Zonas nodales que anclan sólo bielas comprimidas	FIP	0,91-1,00		0,92-1,03	
Zonas Nodales C-C-T	CSA A23.3	0,70-0,71	**0,80**	0,67-0,73	**0,80**
• Zonas nodales que anclan uno o más tirantes	FIP	0,65-0,71		0,65-0,73	
Zonas nodales C-T-T	CSA A23.3	0,61	**0,60**	0,58-0,63	**0,60**
• Zonas nodales que anclan uno o más tirantes	FIP	0,65-0,71		0,65 - 0,73	
Ensayos de zonas nodales. Para los ensayos ϕ = 1,0	Ref. 15	0,94			

Notas: [1] El primer conjunto de valores de β_n recomendados son para utilizar con los factores de carga de 1999, asumir α_1 = 0,85 y ϕ_{STM} = 0,85
[2] El segundo conjunto de valores de β_n recomendados son para utilizar con los factores de carga de 2002, asumir α_1 = 0,85 y ϕ_{STM} = 0,75.

7.3 Anclaje de los tirantes

Las Secciones A.4.3.1, A.4.3.2 y A.4.3.3 de ACI requieren que el anclaje de las fueras de los tirantes se logre completamente antes que el baricentro geométrico de las barras de un tirante abandone la zona nodal extendida. Esto se ilustra en la Figura 4. Es posible que sea necesario utilizar ganchos o anclajes mecánicos. La Sección A.4.3 de ACI lista otros requisitos para el anclaje de tirantes. En las zonas nodales de estructuras tipo viga en las cuales las bielas diagonales están ancladas mediante estribos, el cambio de las fuerzas del tirante en el nodo del reticulado debe ocurrir dentro del ancho de la zona nodal.

8 Requisitos de armadura

8.1 Efectos de la armadura mínima de confinamiento según ensayos

Es deseable contar con mallas de armadura en las caras laterales de las regiones D para restringir las fisuras longitudinales cerca de los extremos de las bielas en forma de botella, y también para darle algo de ductilidad a las bielas.

Tres vigas continuas de gran altura de dos tramos ensayadas por Rogowsky (1983) y Ricketts (1985), con relaciones longitud de tramo/profundidad igual a 0,8 y estribos verticales para una cuantía, ρ_v, de 0,0015 y sin armadura de corte horizontal, fallaron luego que la armadura de momento positivo (armadura inferior) entrara en fluencia pero antes que lo hiciera la armadura superior, y como resultado estas dos vigas no desarrollaron la totalidad de su capacidad de carga plástica. Esta ρ_v no permitió una adecuada redistribución de momentos.

Tres vigas similares con cuantías de estribos verticales del orden de 0,0035 − también en este caso sin armadura de corte horizontal − tenían diferentes distribuciones de armadura de flexión. En estas vigas las cantidades relativas de armadura superior e inferior, según un análisis elástico de una viga esbelta, fueron de 4 barras superiores y 3 barras inferiores. Las tres vigas variaban las cantidades de barras superiores e inferiores: 2 barras superiores y 5 barras inferiores en la primera viga, 4 barras superiores y 3 barras inferiores en la segunda viga, y 5 barras superiores y 2 barras inferiores en la tercera viga. Las tres vigas fallaron luego que tanto la armadura superior como la inferior entraran en fluencia. Esto requirió redistribución de momentos. Las tendencias de estos y otros ensayos con cuantías variables sugieren que en vigas con estribos verticales exclusivamente la totalidad de la capacidad plástica se alcanzaría con una cuantía de armadura de estribos de 0,0025.

8.2 Armadura mínima requerida en las bielas en forma de botella

Las Secciones A.3.2.2(a) y (b) de ACI permiten usar β_s = 0,75 para el cálculo de la resistencia efectiva a la compresión de bielas en forma de botella con armadura que satisface la Sección A.3.3 de ACI. Si no se provee esta armadura el valor de β_s se reduce a 0,60 λ. La Sección A.3.3 de ACI requiere armadura transversal al eje de la biela dimensionada de manera de resistir la fuerza de tracción que se pierde cuando la biela se fisura debido a la expansión de las fuerzas de la biela. La Sección A.3.3 de ACI permite que el diseñador calcule la armadura necesaria ya sea mediante un modelo de bielas y tirantes ideal, localizado, de la biela como se ilustra en la Figura 3(b) o bien, para el caso de vigas con hormigón de resistencia menor o igual a 6000 psi, la Sección A.3.3.1 de ACI permite aproximar los resultados del modelo de bielas y tirantes usando la ecuación empírica, Ecuación A-4. Esta ecuación se derivó asumiendo que la tensión normal, σ_1, que actúa en la fisura resultante de una capa de armadura de confinamiento es:

$$\sigma_1 = \frac{A_{s1} f_{s1}}{b s_1} \sin \gamma_1 \qquad (18)$$

donde A_{s1} es la sección de las barras en una dirección y el ángulo γ_1 es el ángulo entre la fisura y la componente de la fuerza en la barra en cuestión. La dirección de la barra se selecciona de manera tal que una fuerza de tracción en la barra provoque una fuerza de compresión en el hormigón perpendicular a la fisura. A fin de simplificar la presentación se ha escrito sin el término f_{si}.

A.3.3.1 permite satisfacer este requisito mediante capas de armadura que cruzan la biela y que satisfacen

$$\sum \frac{A_{si}}{b_{s_i}} \sin \gamma_i \geq 0,003 \qquad (19)$$

donde A_{si} es la sección total de armadura con separación s_i en una capa de barras que forma un ángulo γ_i respecto del eje de la biela. La Sección A.3.3.1 de ACI establece que esta armadura generalmente se dispone en forma de malla en dos direcciones ortogonales en cada cara, pero permite colocarla en una sola capa en casos tales como las ménsulas o cartelas.

8.3 Mínima armadura de corte en vigas de gran altura

Existe una gran discontinuidad en la cantidad de armadura de corte requerida en el límite entre vigas de gran altura y vigas de poca altura en los códigos de 1999 y anteriores. Las Recomendaciones FIP (1998) proporcionan una transición de una región D a una región B para relaciones a/d próximas al límite de 2. Para longitudes de corte con a/z entre 0,5 y 2, siendo z = jd el brazo de palanca interno entre las fuerzas resultantes de tracción y compresión en flexión, FIP requiere que una parte, V_2, del corte total, V, en la longitud de

corte sea transferido a los apoyos mediante una biela inclinada, y el resto, $V_1 = V - V_2$, sea transferido mediante armadura de corte vertical.

Para a/z comprendido entre 0,5 y 2,0 V_1 está dado por:

$$V_1 = V \frac{\left(\frac{2a}{z} - 1\right)}{3} \qquad (20)$$

En los límites a/z = 0,5 y 2,0 esta ecuación da por resultado $V_1 = 0$ y $V_1 = V$. Por lo tanto, para a/z = 0,5 FIP recomienda que todo el corte V sea transferido mediante la biela inclinada, y para a/z = 2 FIP recomienda que todo el corte sea resistido por estribos. El Subcomité ACI 318 E debería considerar la posibilidad de agregar al Apéndice A este requisito u otro similar. Este requisito impide la existencia de modelos de bielas y tirantes con bielas que forman ángulos demasiado pequeños respecto del eje longitudinal del miembro. Por el mismo motivo, la Sección A.2.5 de ACI limita este ángulo a 25º.

8.4 Mínima armadura de corte según diferentes códigos

- El Código CSA 1994 requiere una malla ortogonal de barras de armadura próxima a cada cara con una relación entre sección total de armadura y sección bruta de hormigón en cada dirección de al menos 0,002. Esto se conoce como armadura para limitación de la fisuración. La porción de esta armadura paralela a un tirante y ubicada dentro de la sección transversal supuesta para el tirante se puede considerar como parte de la armadura del tirante.

- AASHTO (2002) contiene requisitos similares a los del CSA, pero fija la cuantía mínima total en cada dirección igual a 0,003. El Comentario de la Especificación AASHTO LRFD establece que, en miembros más esbeltos, debería haber una malla de barras en cada cara, mientras que en miembros más gruesos podría ser necesario disponer múltiples mallas en todo el ancho.

- Las Recomendaciones FIP (1999) sugieren que las vigas de gran altura deberían tener una cuantía mínima de 0,001 en cada dirección, en cada cara, totalizando no menos de 0,002 en cada sentido.

- Las Secciones 11.8.4 y 11.8.5 de ACI 318-99 requieren cuantías mínimas de armadura de corte vertical y horizontal de $0{,}0015b_ws$ y $0{,}0025b_ws_2$, respectivamente, en vigas de gran altura.

Estas cantidades mínimas proveen una capacidad de corte considerable. Cada $0{,}001b_ws$ de armadura de corte vertical corresponde a una resistencia al corte, V_s correspondiente a v = 60 psi, calculada usando la Ecuación 11-15 de ACI. La armadura de corte horizontal es mucho menos eficiente para transferir corte. La capacidad adicional provista por la

armadura de corte vertical no está implícitamente incluida en el cálculo de resistencia usando las Ecuaciones A-1 y A-2 de ACI. Se toma en cuenta mediante el aumento de β_s.

Para algunas regiones D, como por ejemplo las de una viga de gran altura, resulta factible proveer mallas ortogonales de armadura próximas a las caras de la viga. En otros casos, tales como ménsulas o extremos entallados, es más sencillo colocar la armadura en una sola dirección, horizontal en el caso de una ménsula. La Sección A.3.3.2 de ACI permite armadura de confinamiento unidireccional en ménsulas o casos similares. Si se la coloca en una sola capa, la armadura se coloca en una dirección que forme un ángulo de al menos 40º respecto del eje de la biela.

En algunas estructuras tridimensionales, como por ejemplo los cabezales para más de dos pilotes, a menudo no resulta posible colocar armadura de corte en el modelo de bielas y tirantes. En estos casos la Sección A.3.2.2(b) de ACI requiere reducir la resistencia de las bielas.

8.5 Selección de la mínima armadura de corte

En una región D la mínima armadura de corte tiene dos funciones estructurales: resistir la tracción transversal en las áreas en forma de botella próximas a los extremos de la biela una vez que se produce la fisuración por tracción por compresión diametral, y proveer ductilidad a las bielas y zonas nodales mediante confinamiento. En la Ecuación A-4 la armadura mínima se da en términos de cantidades equivalentes perpendiculares al eje de la biela.

En los ensayos de Rogowsky (1983) y Ricketts (1985) citados anteriormente, la totalidad de la capacidad plástica se obtuvo con una cuantía de armadura vertical igual a 0,0035.

Estas vigas no tenían armadura de corte horizontal. El modelo de bielas y tirantes de la región de falla indicó que la biela crítica tenía una pendiente de alrededor de 55º respecto de la armadura vertical.

La cuantía crítica de armadura de corte tomada perpendicularmente a la biela es $\rho_v \sin\gamma$, donde γ es el ángulo formado por la armadura y el eje de la biela. En los ensayos de Rogowsky y Ricketts citados en el párrafo precedente, γ fue de 55º y la cantidad de armadura provista fue equivalente a

$$\sum \frac{A_{si}}{b_{s_i}} \sin\gamma_i = 0{,}0029$$

En el diseño esta limitación de la fisuración se logra disponiendo armadura de corte mínima que satisfaga:

$$\sum \left(\rho_{vi} \sin\gamma_i\right) \geq 0{,}003 \qquad (21)$$

donde ρ_{vi} es la cuantía para la armadura de corte que forma un ángulo γ_i respecto del eje de la biela.

8.6 Comparación de modelos de bielas y tirantes con ensayos en vigas de gran altura

Durante el desarrollo de los requisitos del Código ACI correspondientes a modelos de bielas y tirantes se consideraron una variedad de resultados de ensayos, según se informó en la Sección 5.3.2 de este trabajo. Además, los requisitos finales del código se compararon con ensayos realizados en ambos extremos de seis vigas de gran altura de un solo tramo ensayadas por Rogowsky y MacGregor (1986). Estas vigas eran relativamente grandes, con alturas totales de 500 a 1000 mm y longitudes de 2000 mm, y relaciones a/d de 1,03; 1,86 y 2,21.

Se asumió que cada viga tendría cinco estados límites de falla, desde fluencia de los tirantes hasta aplastamiento de cada extremo de cada biela y aplastamiento de las zonas nodales en cada extremo de cada biela. La resistencia de cada longitud de corte se tomó como la menor de las cinco resistencias al corte para dicha longitud de corte. Las relaciones entre el menor valor de ensayo y la resistencia al corte calculada estuvieron comprendidas entre 0,96 y 2,14 con un promedio de 1,54 y un coeficiente de variación de 0,247. Las relaciones medias ensayo/cálculo disminuyeron desde 2,0 para vigas con a/d = 1,06 hasta 1,32 para vigas con a/d = 2,0. Esto concuerda razonablemente con los datos de ensayos de corte. En otro trabajo presentado en este simposio, D. Mitchell presenta otros controles respecto de datos de ensayo.

9 Otros detalles

9.1 Cambios en las Secciones 10.7.1 y 11.8 del Código ACI 1999

Cuando se introdujeron los modelos de bielas y tirantes fue necesario cambiar las definiciones de vigas de gran altura de las Secciones 10.7.1 y 11.8.1 del código ACI 1999. Las nuevas definiciones se basan en la definición de viga de gran altura dada en la Sección A.1 de ACI 2002.

Las ecuaciones de diseño del Código ACI 1999 y anteriores para vigas de gran altura se basaban en el enfoque ($V_c + V_s$) para el corte. Se eliminaron las Ecuaciones 11-29 y 11-30 para V_c y V_s del Código 1999, sin reemplazarlas en el Capítulo 11, ya que estas ecuaciones no reflejaban el comportamiento real de las vigas de gran altura. Esto es particularmente cierto en el caso de vigas continuas de gran altura en las cuales el momento tiende a cero en la sección crítica definida en la Sección 11.8.5 de ACI. En consecuencia, el segundo término del lado derecho de la Ecuación 11-29 de ACI para V_c tiende a cero. Además,

existía una discontinuidad muy importante en la magnitud de V_s de la Ecuación 11-30 de ACI 1999. Para $\ell_n/d = 5{,}0$ el V_s provisto por estribos horizontales caía de $0{,}5A_vf_y$ para $\ell_n/d = 4{,}99$ a cero para $\ell_n/d = 5{,}01$. En la misma región el V_s provisto por estribos verticales aumentaba de 0,5 a 1,0 A_vf_y.

La Sección 11.8 de ACI, "Vigas de Gran Altura", se acortó omitiendo estas secciones, y se permitió el diseño ya sea mediante análisis no lineales o mediante modelos de bielas y tirantes.

9.2 Cabezales de pilotes

Se revisó la Sección 15.5.3 de ACI para permitir el empleo de modelos de bielas y tirantes en el diseño de cabezales de pilotes. En un cabezal de pilotes el modelo de bielas y tirantes es tridimensional. Las zonas nodales también son tridimensionales, con las bielas de los diferentes pilotes convergiendo en la zona nodal en la base de la columna. La intención de la Sección A.5.3 es simplificar el diseño de modelos tridimensionales de bielas y tirantes, requiriendo que el área de cada una de las caras individuales de la zona nodal se calcule mediante la Ecuación A-7, pero no exigiendo una correspondencia exacta entre la geometría en el extremo de la biela y la correspondiente geometría de la cara de la zona nodal sobre la cual actúa la biela, siempre que se provea suficiente superficie de apoyo.

9.3 Serviciabilidad

El último párrafo de RA.2.1 menciona la serviciabilidad. Las deflexiones se pueden estimar usando un análisis de pórtico elástico del modelo de bielas y tirantes. La rigidez axial de las bielas se puede modelar como regiones fisuradas con rigideces axiales iguales a A_sE_s/ℓ_{cr} y regiones no fisuradas con rigideces axiales iguales A_cE_c/ℓ_{uncr}, donde ℓ_{cr} y ℓ_{uncr} son las porciones de la longitud de biela que se puede asumir poseen una rigidez de sección fisurada y la fracción que posee rigidez de sección no fisurada, respectivamente. Esto permite modelar el alargamiento del tirante de manera más sencilla. Sobre este tema se deberían realizar estudios más profundos.

10 Resumen

Se explica el desarrollo del Apéndice A del Código ACI 2002 y la selección de los factores ϕ y las resistencias efectivas del hormigón. Se analizan las características de los modelos de bielas y tirantes.

11 Agradecimientos

El Apéndice A del Código ACI fue desarrollado por el Comité ACI 318, Subcomité E, *Corte y Torsión*, presidido por J.O. Jirsa. Posteriormente, durante el período en el cual el Apéndice fue sometido a consideración y revisión, la presidencia fue ocupada por J.K. Wight. El Comité ACI 445, "*Modelos de Bielas y Tirantes*", presidido por K.H. Reineck, ofreció su ayuda y una gran variedad de verificaciones de diseño. Las verificaciones de diseño y las comparaciones con ensayos fueron realizadas por los miembros de ACI 445.A. El Apéndice A fue revisado por el Comité ACI 318 y aprobado en un proceso de votación.

12 Notación

En este trabajo se utiliza la siguiente notación:

w_{n1}, w_{n2}, w_{n3} = longitudes de las caras de una zona nodal.

A_c = menor área de extremo de una biela.

A_v = sección de armadura de corte vertical en una separación s.

b_w = ancho del alma de una viga.

f_c' = resistencia a la compresión especificada del hormigón.

$F_{cd\ eff}$ = resistencia del hormigón de una biela – FIP.

f_{cu} = resistencia efectiva a la compresión de las bielas o zonas nodales – ACI.

f_{1cd} = resistencia de diseño del hormigón para compresión uniaxial – FIP.

F_n, F_{nn}, F_{ns}, F_{nt} = resistencia nominal, resistencia nominal de una zona nodal, resistencia nominal de una biela y resistencia nominal de un tirante.

F_u = fuerza en una biela, tirante o nodo debida a las cargas factoreadas.

jd = brazo de palanca interno entre las fuerzas resultantes de tracción y compresión en una viga, de la Sección 10.2.7 de ACI.

s = separación de la armadura de corte vertical.

V_c = resistencia al corte provista por el hormigón.

V_s = resistencia al corte provista por los estribos.

w_t = altura de un tirante y el hormigón que lo rodea.

z = brazo de palanca interno entre las fuerzas resultantes de tracción y compresión en una viga

α_1 = relación entre la tensión promedio del diagrama rectangular de tensiones y la resistencia del hormigón.

β_s, β_n = relación entre la resistencia de diseño del hormigón en una biela o nodo y la resistencia especificada.

ε_1 = deformación por tensión principal en el hormigón.

ε_2 = deformación en un tirante.

ϕ, ϕ_f, ϕ_v, ϕ_{STM} = factor de reducción de la resistencia, factores de reducción de la resistencia para flexión, para corte, para modelos de bielas y tirantes.

γ = ángulo entre el eje de una biela y el eje de una capa de armadura de confinamiento.

λ = factor de corrección para la resistencia del hormigón liviano.

ν = factor de efectividad.

ρ_v = cuantía de armadura de corte vertical = $\frac{A_v}{b_w s}$

13 Referencias

AASHTO (1998): *LRFD Bridge Specifications and Commentary.* 2da Edición, American Association of Highway and Transportation Officials, Washington, 1998, 1216 pp.

ACI Committee 318 (2002): *Building Code Requirements for Structural Concrete* (ACI 318-02) *and Commentary* (ACI 318R-02). American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2002, 443pp.

ACI Committee 445 (1997): *Strut-and-Tie Bibliography,* ACI Bibliography No. 16, 1997, 50 pp.

ACI ASCE Committee 445 (1998): *Recent approaches to shear design of structural concrete.* State-of-the-Art-Report by ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion. ASCE Journal of Structural Engineering 124 (1998), No. 12, 1375-1417 (ver también ACI 445R-99, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI (1999), 55 pp.).

Adebar, P. and Zhou, Z. (1993): *Bearing Strength of Compressive Struts Confined by Plain Concrete.* ACI Structural Journal, Vol. 90 (1993), No. 5, Setiembre-Octubre 1993, pp 534-541.

Bergmeister, K., Breen, J.E. y Jirsa, J.O. (1991): Dimensioning of Nodal zones and Anchorage of Reinforcement, *Structural Concrete.* IABSE Colloquium Structural Concrete, Stuttgart, 1991, pp 551-564.

Breen, J.E.; Burdet, O; Roberts, C; Sanders, D; Wollmann, G: y Falconer, B. (1994): NCHRP *Report* 356, Transportation Research Board, National Academy Press, Washington, D.C.

Canadian Standards Association (CSA) (1994): A23.3-94, *Design of Concrete Structures,* Canadian Standards Association, Rexdale, Dic. 1994, 199 pp.

CEB-FIP Model Code 1990 (1993): *Design of concrete structures.* Comité Euro-International du Beton, Thomas Telford Services Ltd., Londres, 1993, 437 pp.

Collins, M P and Mitchell, Denis (1991): *Prestressed Concrete Structures,* Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1991, 766 pp.

FIP Recommendations (1999): *Practical Design of Structural Concrete.* FIP-Commission 3 *"Practical Design",* Sept. 1996. Publ.: SETO, Londres, Sept. 1999. (Distribuido por: *fib,* Lausanne).

Ibrahim, Hisham H.H. y MacGregor, James G. (1997): *Modification of the ACI Rectangular Stress Block for High-Strength Concrete.* ACI Structural Journal Vol. 94 (1997), No. 1, Enero- Febrero 1997, pp 40-48.

Jirsa, J.O., Bergmeister, K., Anderson, R., Breen, J.E., Barton, D., y Bouadi, H. (1991): *Experimental Studies of Nodes in Strut-and-Tie Models.* Structural Concrete, IABSE Colloquium Structural Concrete, Stuttgart, 1991, pp 525-532.

Kriz, L.B. y Raths, C.H. (1965): *Connections in Precast Concrete Structures: Strength of Corbels.* PCI Journal, Vol. 10 (1965), No. 1, 1965, pp 16-47.

MacGregor, J.G. (1997): *Reinforced Concrete. Mechanics and Design,* 3ra Edición. Prentice Hall, 1997, 939 pp.

Marti, P. (1985): *Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design.* ACI Journal, Vol. 82 (1985), No. 1, Enero-Febrero 1985, pp 46-56.

Ramirez, J.A. y Breen, J.E. (1991): *Evaluation of a Modified Truss-Model Approach for Beams in Shear.* ACI Structural Journal, Vol. 88 (1991), No. 5, Sept.-Oct. 1991, pp 562-571.

Ricketts, D. (1985): *Continuous Reinforced Concrete Deep Beams.* Tesis Doctoral, University of Alberta, Edmonton, 1985.

Rogowsky, D.M. y MacGregor, J.G. (1986): *Design of Deep Reinforced Concrete Continuous Beams.* Concrete International: Design and Construction, Vol. 8 (1986), No. 8, Agosto, pp 49-58.

Rogowsky, D.M. (1983): *Shear Strength of Deep Reinforced Concrete Continuous Beams.* Tesis Doctoral, University of Alberta, Nov. 1983, 178 pp.

Schlaich, J.; Schäfer, K.; Jennewein, M. (1987): *Toward a Consistent Design of Structural Concrete.* PCI Journal, Vol. 32 (1987), No. 3, Mayo-Junio, p. 74-150.

Vecchio, F.J.; Collins, M.P. (1982): *The Response of Reinforced Concrete to In-plane Shear and Normal Stresses.* Publicación 82-03, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Toronto, Toronto, Marzo 1982, 332 pp.

Parte 3

Verificación experimental de modelos de bielas y tirantes

Denis Mitchell, William D. Cook, Claudia M. Uribe
y Sergio M. Alcocer

Sinopsis

Se presentan resultados de experimentos realizados en una ménsula, vigas de gran altura y una viga con extremos entallados a fin de ilustrar cómo se aplican a estos casos los modelos de bielas y tirantes y proporcionar alguna verificación experimental de la exactitud de los valores pronosticados. Se presentan tanto modelos de bielas y tirantes simples como modelos de bielas y tirantes refinados.

Denis Mitchell, FACI, es profesor del Departamento de Ingeniería Civil de la universidad McGill. Es miembro del Comité ACI 408, Adherencia y Anclaje de Armaduras; del 318B, Código de Construcción, Armadura y Desarrollo; y del Comité conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión. Preside el comité de la Norma Canadiense CSA A23.3 sobre diseño de estructuras de Hormigón y el subcomité sobre diseño sísmico del Canadian Highway Bridge Design.

William D. Cook, miembro de ACI, se desarrolla como Ingeniero Investigador en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad McGill. Recibió su doctorado de la Universidad McGill en 1987, especializándose en el comportamiento y diseño de las regiones próximas a discontinuidades en miembros de hormigón armado. Sus investigaciones incluyen análisis no lineales de estructuras de hormigón armado y el uso estructural del hormigón de alta resistencia.

Claudia M. Uribe fue investigador asistente en el Área de Ingeniería Estructural y Geotecnia en el Centro Nacional para la Prevención de Desastres (CENAPRED). Posee un B.Sc. de EAFIT, Medellín, Colombia y un M.Sc. de la Universidad Autónoma de México (UNAM).

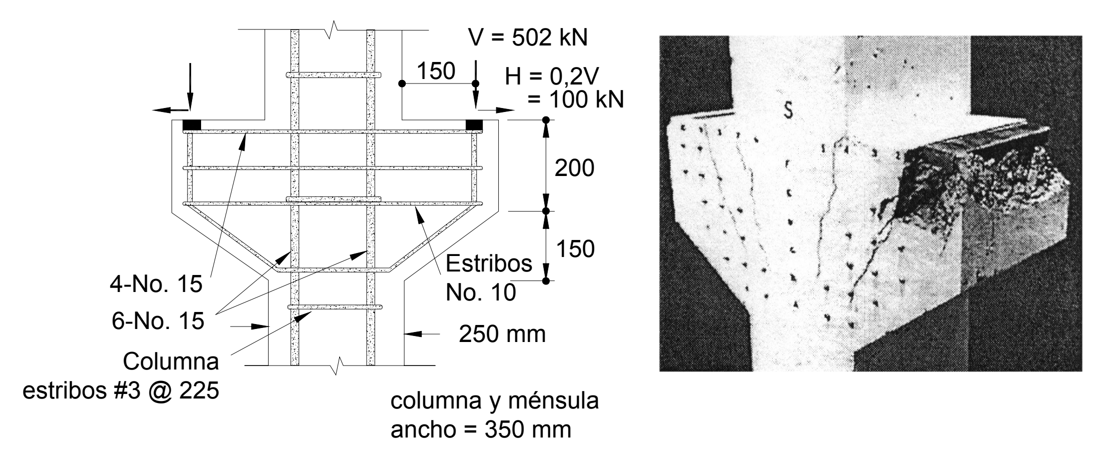
Sergio M. Alcocer, FACI, es profesor e investigador en el Instituto de Ingeniería de la UNAM y Director de Investigaciones en el CENAPRED. Es miembro de los Comités ACI 318, Requisitos del Código de Construcción, y 374, Diseño Sismorresistente de Edificios de Hormigón; también es miembro del Comité conjunto ACI-ASCE 352, Juntas y Uniones en Estructuras de Hormigón Monolítico.

1 Introducción

Aunque se han utilizado modelos reticulados desde comienzos de siglo [Ritter (1899) y Mörsch (1909)], estos modelos sólo han cobrado popularidad recientemente. El motivo de este aumento de popularidad es que estos modelos le proporcionan al diseñador una herramienta simple y a la vez poderosa para el diseño de las regiones complejas del hormigón armado. Este aumento de popularidad también se debe al hecho que el diseñador puede modelar el flujo de las fuerzas mediante bielas y tirantes, aún para situaciones de diseño complejas. De este modo, en lugar de utilizar enfoques de diseño de base empírica, el diseñador puede aplicar un modelo de bielas y tirantes, el cual no sólo ilustra el flujo de las fuerzas sino que también permite comprender claramente los diversos elementos resistentes. Los enfoques de diseño que emplean modelos de bielas y tirantes han sido codificados en el Apéndice A del Código ACI 2002 (2002), así como en las Normas CSA 1984 y 1994 (1984, 1994) y las Recomendaciones FIP (1999). El diseño mediante modelos de bielas y tirantes constituye una alternativa a los enfoques de base empírica para las regiones perturbadas, tales como ménsulas, cartelas y vigas de gran altura. Los enfoques de base empírica no sólo son de aplicación limitada, sino que tampoco le permiten al diseñador comprender el comportamiento real. Una ventaja adicional del uso de modelos de bielas y tirantes es que al esquematizar el flujo de las fuerzas dentro de un miembro se destaca la necesidad de detallar cuidadosamente la armadura en ciertas regiones clave. Este trabajo ilustra algunos modelos de bielas y tirantes sencillos y compara estas predicciones con resultados de ensayos. Al seleccionar los ensayos sólo se consideraron aquellos bien instrumentados, realizados a escala real. Walraven y Lehwalter (1994) han resumido la importancia de los efectos del tamaño no sólo para vigas esbeltas sino también para vigas de gran altura. Ensayos realizados en vigas de gran altura geométricamente similares demostraron que, en comparación con las vigas de mayor tamaño, las vigas de menor tamaño evidencian una propagación de fisuras menos severa y, en consecuencia, mayores tensiones de aplastamiento en el hormigón próximo a las placas de apoyo. Por lo tanto, la respuesta de probetas a menor escala puede no ser representativa de la respuesta de los elementos estructurales reales.

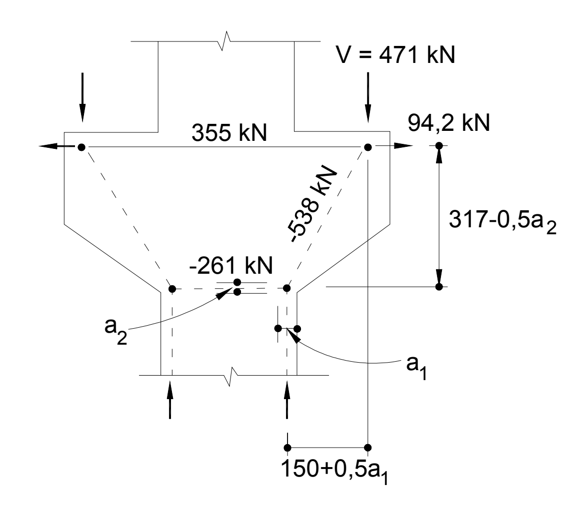
2 Ménsula

La Figura 1 ilustra el modelo de bielas y tirantes para una doble ménsula ensayada por Cook y Mitchell (1988). La Figura 1(a) muestra los detalles de la armadura y las dimensiones de la probeta de ensayo. Durante el ensayo la ménsula fue sometida a una carga vertical aplicada, V, y una carga horizontal hacia fuera que se mantuvo igual a 0,2V. Esta fuerza horizontal de 0,2V representaba la mínima fuerza horizontal de diseño requerida por el Código ACI (Artículo 11.9.3.4), a menos que se tomen precauciones especiales para evitar las fuerzas de tracción. La placa de apoyo de 50 mm · 300 mm (2 in. · 11,8 in.) tenía un espesor de 25 mm (1 in.) y estaba soldada a cuatro barras No. 15 (diámetro 16 mm (0,63 in.)) de grado apto para soldadura. En el momento del ensayo la resistencia del hormigón era de 40,4 MPa (5860 psi). La Figura 1(c) muestra el modelo de bielas y tirantes para esta ménsula. Este modelo simplificado utilizó la hipótesis conservadora que sólo la armadura principal del tirante contribuía a la resistencia de la ménsula. Las fuerzas ilustradas en la Figura 1(c) son las resultantes de la fluencia de las cuatro barras No. 15. La fuerza total de fluencia es $A_s f_y = 4 \cdot 200\ mm^2 \cdot 444$ MPa = 355 kN (79,8 kips). A fin de predecir la capacidad fue necesario hallar la geometría del modelo de bielas y tirantes. Aunque el Código ACI y la Norma CSA no recomiendan modelos de bielas y tirantes para diferentes casos, las Recomendaciones FIP (1999) contienen lineamientos sobre modelos de bielas y tirantes adecuados para diferentes tipos de regiones. Para una ménsula, las bielas inclinadas son equilibradas mediante bielas verticales con dimensiones a_1 por b en la columna y una biela horizontal con dimensiones a_2 por b cerca de la base de la ménsula (ver Fig. 1(c)), donde b es el ancho de la columna y la ménsula. Al resolver la geometría, se supuso una tensión uniforme igual a 0,85 f_c' en los diagramas de tensiones. A partir de la condición de equilibrio se calculó a_1 igual a 39,2 mm (1,54 in.) y a_2 igual a 21,7 mm (0,85 in.). La capacidad pronosticada correspondiente, V, fue de 471 kN (106 kips), que corresponde a 94% de la carga de falla medida, V, igual a 502 kN (113 kips).



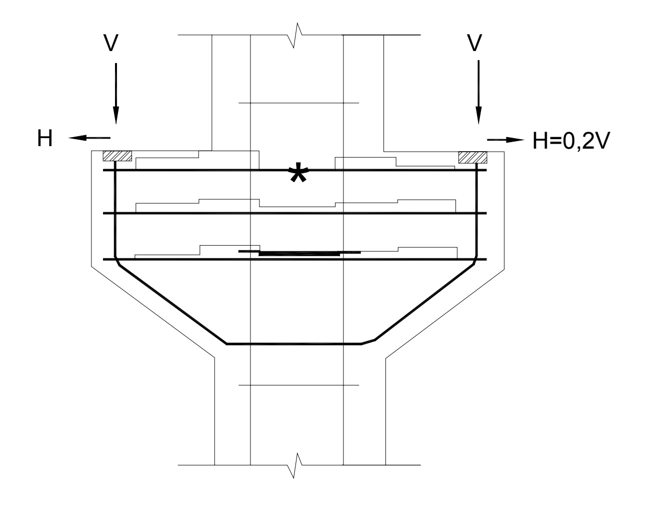
(a) Detalles

(b) Probeta después de la falla



(c) Modelo de bielas y tirantes

Figura 1: Doble ménsula ensayada por Cook y Mitchell (1988).



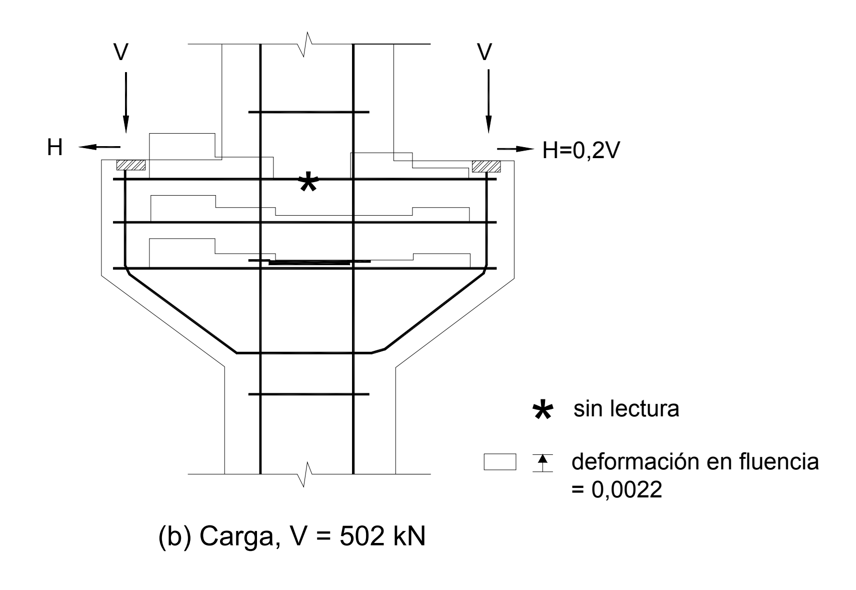


Figura 2: Deformaciones medidas en barras de armadura de una doble ménsula [Cook y Mitchell (1988)].

Para esta probeta de ensayo intencionalmente se eligió una placa de apoyo pequeña, a fin de determinar la resistencia al aplastamiento del hormigón debajo de la placa de apoyo. Durante el diseño seguramente se usaría una placa de apoyo de mayor tamaño. Como se ilustra en la Figura 1(b), el hormigón en la zona alrededor de la placa de apoyo se escantilló considerablemente. Con la carga de falla pronosticada de 471 kN (106 kips) la tensión de compresión en el nodo bajo la placa de apoyo fue de (471 · 1000)/(50 · 300) = 31,4 MPa (4550 psi) ó 0,78f_c'. El Código ACI 2002 limita esta tensión a 0,85$\beta_n f_c$' = 0,68f_c'. La Norma CSA 1994 y las Recomendaciones FIP (1999) limitan la tensión en la zona nodal a 0,75f_c' y 0,80f_c', respectivamente, para este nodo solicitado por compresión y tracción. Es evidente que estos límites son algo conservadores para este caso particular, ya que al llegar a la carga de falla de 502 kN (113 kips) se alcanzó una tensión de apoyo de 0,83f_c'.

Durante el diseño el tirante principal a menudo se elige usando este tipo de modelos de bielas y tirantes simplificados y luego se agrega armadura adicional para limitar la fisuración. El Artículo 11.9.4 del Código ACI requiere que esta armadura adicional, con una sección igual a 0,5 (A_s - A_n), sea provista en forma de estribos cerrados uniformemente distribuidos en dos tercios de la profundidad efectiva adyacente a A_s. La sección, A_s, es la sección total del tirante y A_n es la sección de armadura de tracción que resiste la tensión horizontal aplicada a la ménsula.

La Figura 2 muestra las deformaciones medidas obtenidas mediante un extensómetro mecánico, midiendo las variaciones de longitud en testigos adheridos a las barras de armadura. Las mediciones se efectuaron a través de pequeños orificios de acceso en el recubrimiento de hormigón. Como se ilustra en la Figura 2(a), la primera fluencia ocurrió en el tirante principal en la cara de la columna con una carga, V, de 336 kN (75,5 kips). La falla se produjo por fluencia del tirante principal, así como fluencia en los estribos, seguida del aplastamiento del hormigón debajo de la placa de apoyo. La Figura 2(b) muestra las deformaciones medidas en la armadura horizontal justo antes de la falla. Es interesante observar que en el momento de la falla la máxima deformación del tirante principal se produjo cerca de la placa de apoyo. Estos resultados experimentales enfatizan la necesidad de anclar correctamente los extremos del tirante principal. En este caso las placas de apoyo estaban soldadas a las cuatro barras No. 15 que formaban el tirante principal, proveyendo así el anclaje necesario (ver Figura 1(a)).

3 Viga de gran altura con carga concentrada

La Figura 3 ilustra los detalles y el modelo de bielas y tirantes correspondientes a una viga de gran altura ensayada por Rogowsky, MacGregor y Ong (1986). Esta viga de 200 mm (7,9 in.) de ancho estaba apoyada sobre columnas que a su vez estaban apoyadas sobre rodillos. La relación longitud de corte-profundidad, a/d, era de 1,4. En el momento del ensayo la resistencia del hormigón era de 42,4 MPa (6150 psi). La armadura principal del tirante consistía en seis barras No. 15 (diámetro 16 mm (0,63 in.)), con una fuerza de fluencia total $A_sf_y = 6 \cdot 200\ mm^2 \cdot 455$ MPA = 546 kN (123 kips). Del lado izquierdo de la viga el miembro contenía armadura adicional consistente en cinco conjuntos de estribos cerrados de 6 mm (0,24 in.) de diámetro (ver Figura 3(a)). En la Figura 3(a) no se ilustra la armadura de las columnas. La falla de la viga estuvo controlada por la fluencia de la armadura principal del tirante. El modelo básico de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 3(c) despreció la presencia de los estribos adicionales del lado izquierdo de la viga. Los dos nodos inferiores del reticulado se ubicaron en las intersecciones de los ejes de las reacciones de apoyo y la recta de acción del tirante principal. La altura del diagrama rectangular de tensiones equivalente, a, requerida para equilibrar la fuerza de fluencia del tirante fue de 76 mm (3,0 in.). Los dos nodos superiores se ubicaron a una distancia a/2 debajo de la superficie superior de la viga y alineados con las fuerzas resultantes en la columna (las cuales se asume actúan en los puntos correspondientes a un cuarto y tres cuartos de la columna). La capacidad pronosticada de 586 kN (132 kips) corresponde al 97% de la capacidad real, igual a 606 kN (136 kips). Tal como se esperaba, la falla ocurrió en el hormigón luego de la fluencia del tirante principal. La Figura 3(d) muestra las deformaciones medidas en la armadura principal del tirante bajo dos niveles de carga. Bajo una carga de 550 kN (124 kips) el tirante había experimentado fluencia casi en la totalidad de su longitud. Los ganchos en los extremos de la armadura del tirante proporcionaron un anclaje adecuado. El modelo de bielas y tirantes y las deformaciones medidas ilustran la necesidad de anclar adecuadamente la fuerza de fluencia del tirante en las zonas de reacción de los apoyos.

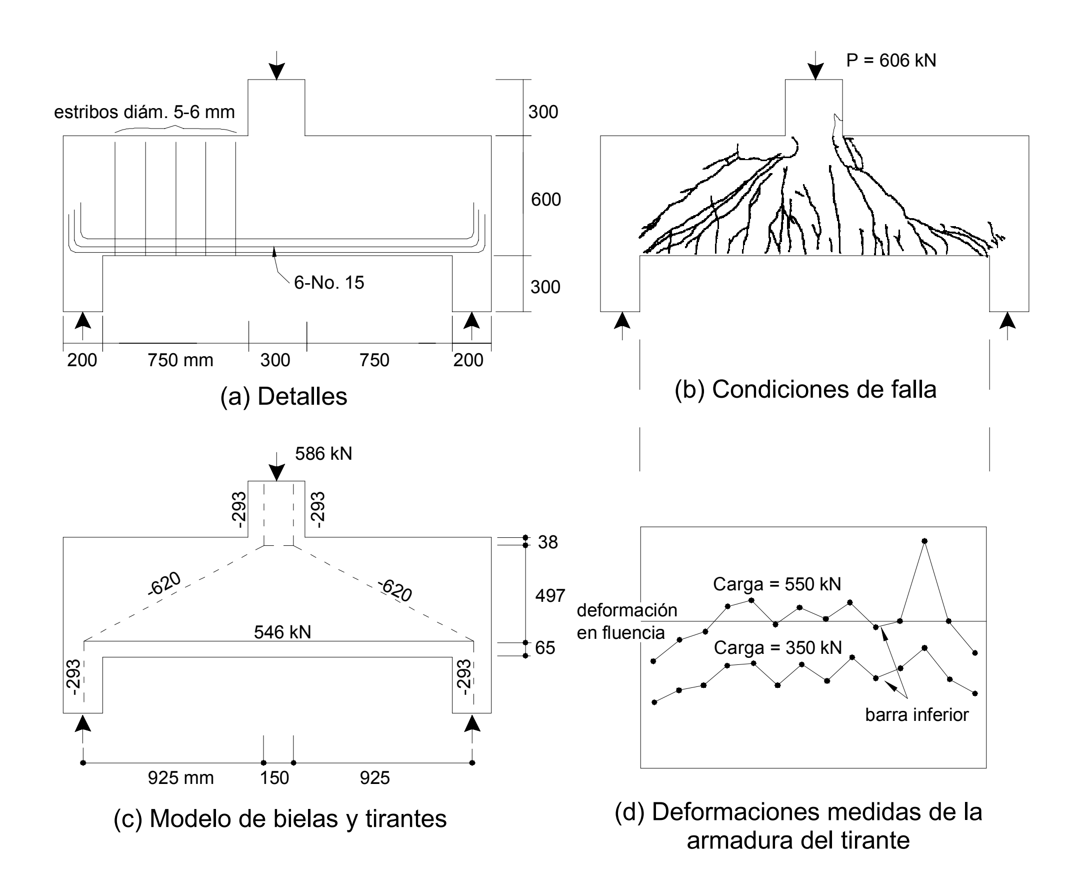
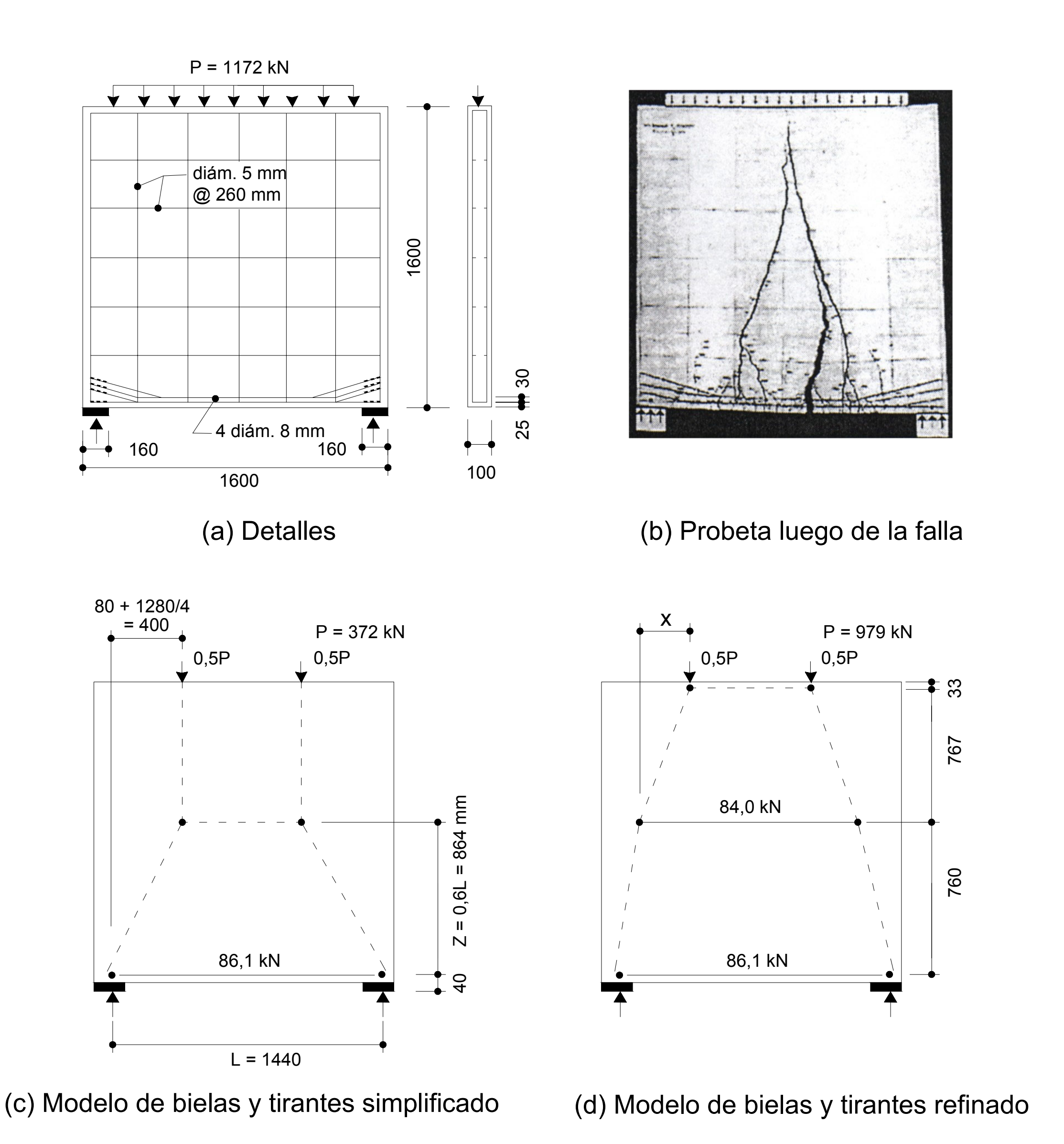


Figura 3: Viga de gran altura con carga concentrada, ensayada por Rogowsky, MacGregor y Ong (1986).

4 Viga de gran altura con carga uniformemente distribuida

La Figura 4 muestra una viga de gran altura cargada uniformemente en su parte superior, ensayada por Leonhardt y Walther (1966). Esta viga de 100 mm (3,9 in.) de ancho estaba apoyada sobre placas de apoyo de 160 mm (6,3 in.) de longitud. En el momento del ensayo la resistencia del hormigón (resistencia prismática equivalente) era de 30,2 MPa (4380 psi). La armadura principal del tirante consistía en cuatro barras de 8 mm (0,32 in.) de diámetro, con una fuerza de fluencia total $A_sf_y = 4 \cdot 50{,}26\ mm^2 \cdot 428\ MPA = 86{,}1\ kN$ (19,4 kips). La longitud del tramo entre centro y centro era de 1440 mm (56,7 in.) y la carga uniforme aplicada en la parte superior de la viga estaba aplicada sobre la longitud libre del tramo, igual a 1280 mm (50,4 in.). La Figura 4(c) muestra un modelo de bielas y tirantes simplificado adecuado para el diseño. En el modelo de bielas y tirantes la carga uniforme se reemplazó por dos cargas puntuales actuando en los puntos correspondientes a un cuarto y tres cuartos de la longitud libre.



(a) Detalles

(b) Probeta luego de la falla

(c) Modelo de bielas y tirantes simplificado

(d) Modelo de bielas y tirantes refinado

Figura 4: Viga de gran altura con carga uniformemente distribuida, ensayada por Leonhardt y Walther (1996)

Aunque el Código ACI y la Norma CSA no contienen lineamientos específicos sobre modelos de bielas y tirantes adecuados para diferentes casos, las Recomendaciones FIP sugieren geometrías para algunas regiones perturbadas estándares. Siguiendo las Recomendaciones FIP (1999), la distancia entre el baricentro del tirante principal y el baricentro de compresión se tomó como Z = 0,6L = 864 mm (34,0 in.). Una vez establecida la geometría del modelo de bielas y tirantes, se anticipó que la capacidad de la viga de gran altura, en términos de la resultante de la carga uniformemente distribuida,

sería de 372 kN (83,6 kips). Este valor pronosticado es considerablemente menor que la capacidad medida, igual a 1172 kN (263 kips).

A fin de obtener una mejor estimación de la carga de falla se desarrolló el modelo de bielas y tirantes indicado en la Figura 4(d). En este modelo más refinado se utilizó armadura horizontal adicional uniformemente distribuida en la altura de la viga y se asumió que habría una considerable redistribución de las resultantes de tracción y compresión. Los dos nodos superiores se ubicaron a una distancia a/2 de la cara superior de la viga. El tirante horizontal, consistente en cinco estribos horizontales cerrados de 5 mm (0,20 in.) de diámetro, se ubicó a la mitad de la altura de la viga y se asumió que entraría en fluencia con A_sf_y = 84,0 kN (18,9 kips). A partir de la condición de equilibrio del modelo de bielas y tirantes de la Figura 4(d) se halló que la distancia x era de 266 mm (10,5 in.) y la capacidad anticipada resultante fue de 979 kN (220 kips), es decir 84% de la carga de falla real. Aunque esto constituye un buen pronóstico de la capacidad, debemos enfatizar que se supuso una redistribución considerable y que en el tirante horizontal inferior se producirían deformaciones extremadamente grandes. Si la viga se diseñara utilizando este modelo más refinado, a niveles de carga de servicio podría haber fisuras de ancho inaceptable. Con el modelo ilustrado en la Figura 4(c) se obtendría un diseño conservador con un comportamiento aceptable bajo cargas de servicio. El Código ACI, la Norma CSA y las Recomendaciones FIP exigen armadura adicional uniformemente distribuida para limitar la fisuración bajo niveles de carga de servicio.

Destacamos que bajo la carga de falla determinada experimentalmente, 1172 kN (263 kips), la tensión de apoyo fue (1172 · 1000)/(2 · 100 · 160) = 36,6 MPa (5310 psi) = 1,21f_c'. Esta elevada tensión de apoyo se logró disponiendo armadura especial de confinamiento directamente por encima de las placas de apoyo. Este ensayo demuestra que se pueden lograr elevadas tensiones de apoyo si se utiliza confinamiento en las áreas de apoyo.

5 Viga de gran altura con carga inferior

La Figura 5 muestra una viga de gran altura cargada por su parte inferior, ensayada por Leonhardt y Walther (1966). La longitud entre centros era de 1440 mm (56,7 in.) y la simulación de carga uniforme se aplicó a la parte superior del retallo inferior en una longitud libre de 1280 mm (50,4 in.). Esta carga inferior se logró colgando cargas aplicadas de un retallo inferior de 400 mm (15,7 in.) de ancho como se ilustra en la Figura 5(a). La viga estaba apoyada sobre placas de apoyo de 160 mm (6,3 in.) de longitud, y el ancho de la viga de gran altura por encima del retallo era de 100 mm (3,9 in.). En el momento del ensayo la resistencia del hormigón era de 30,2 MPa (4380 psi). La armadura principal del tirante consistía en ocho barras de armadura de 8 mm (0,32 in.) de diámetro con una fuerza de fluencia total $A_sf_y = 8 \cdot 50{,}26\ mm^2 \cdot 428$ MPa = 172 kN (38,7 kips).
La Figura 5(c) muestra el modelo de bielas y tirantes simplificado adecuado para el diseño. Para esta viga se asumió que la carga inferior era transferida a la viga por medio de

tensiones de adherencias entre los estribos verticales, de los cuales pende la carga, y el hormigón. Se supuso una transferencia uniforme de tensiones en la totalidad de la altura de la viga y, en consecuencia, se asumió que la desviación de las bielas ocurría a la mitad de la altura de la viga como se ilustra en la Figura 5(c). La distancia entre el baricentro del tirante principal y el baricentro de compresión se tomó como 800 – 67,5 = 732,5 mm (28,8 in.). Una vez establecida la geometría del modelo de bielas de tirantes, se calculó que la capacidad de la viga de gran altura, en términos de la carga total aplicada, era de 630 kN (142 kips). Este valor pronosticado es considerablemente menor que la capacidad medida, igual a 1102 kN (248 kips).

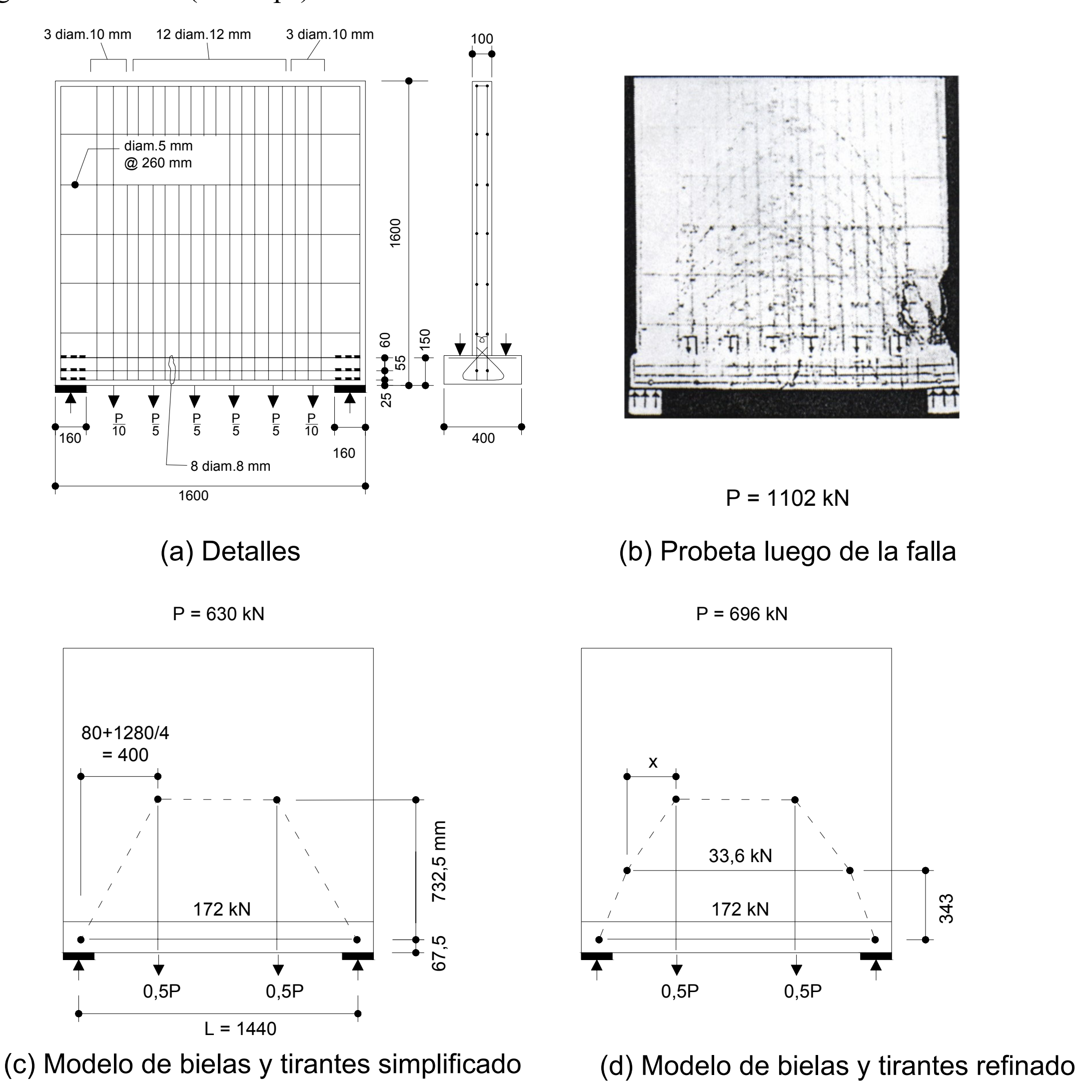


Figura 5: Viga de gran altura con carga inferior, ensayada por Leonhardt y Walther (1966)

En la Figura 5(d) se ilustra el modelo de bielas y tirantes refinado para esta viga de gran altura. En este modelo se tomaron en cuenta dos de los estribos cerrados horizontales de 5 mm (0,20 in.) los cuales se consideró que fluirían en la zona traccionada. El tirante horizontal adicional, que representa estos dos estribos, se ubicó en su baricentro. A partir de la condición de equilibrio del reticulado se calculó la distancia x igual a 231 mm (9,1 in.) y la capacidad pronosticada correspondiente fue de 696 kN (156 kips), lo cual también constituye un pronóstico conservador.

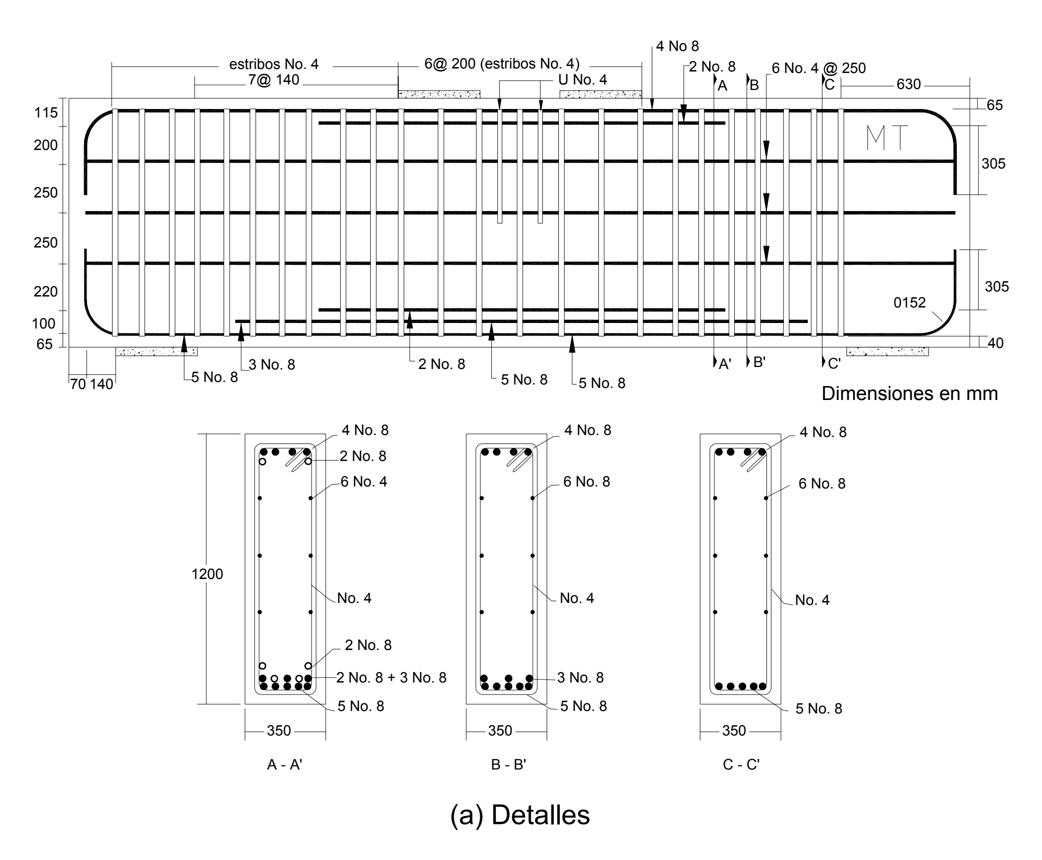
Bajo la carga de falla de la viga igual a 1102 kN (248 kips) el hormigón se aplastó en la parte de 100 mm (3,9 in.) de ancho, inmediatamente sobre el retallo inferior. Bajo este nivel de carga, el modelo refinado de bielas y tirantes predijo una fuerza de 614 kN (138 kips) en la biela justo encima de la reacción. A partir de consideraciones geométricas se determino que el ángulo de esta biela era de 63,8º respecto de la horizontal, con lo cual se obtuvo un ancho de biela w_s = 150 cos 63,8º + 160 sin 63,8º = 210 mm (8,3 in.). Por lo tanto en el momento de falla la tensión en la biela fue de 614 · 1000/(210·100) = 29,2 MPa (4240 psi) ó 0,97f_c'. Para el caso con fisuras diagonales paralelas en el alma el Código ACI 2002 limita las tensiones en la biela a $0,85\beta_s f_c' = 0,85 \cdot 0,60 f_c' = 0,51 f_c'$. La Norma CSA 1994 limita la tensión en las bielas en base a la deformación en el tirante que atraviesa la biela y al ángulo formado entre la biela y el tirante. En este caso estaría permitida una tensión en la biela igual a 0,76f_c'. Para las almas de vigas, las Recomendaciones FIP (1999) limitan la tensión en la biela a 0,60f_c'. Resulta evidente que los requisitos de estos códigos son conservadores a la hora de predecir el aplastamiento de las bielas, para este caso.

6 Viga de gran altura con armadura transversal

La Figura 6(a) muestra una viga de gran altura con armadura transversal, ensayada bajo carga monolítica por Uribe y Alcocer (2001). La viga de 350 mm de ancho por 1200 mm de alto (13,8 por 47,2 in.) estaba apoyada sobre placas de apoyo de 400 mm (15,7 in.) de longitud. La carga superior se aplicó por medio de dos placas de 400 mm (15,7 in.) de longitud centradas con una separación de 800 mm (31,5 in.). La longitud entre centros era de 3600 mm (141,7 in.) y la relación longitud de corte-profundidad efectiva era de 1,17. En el momento del ensayo la resistencia a la compresión del hormigón, obtenida de probeta cilíndrica, era de 35 MPa (5075 psi). La armadura transversal consistía en estribos cerrados No. 4 (diámetro 12,7 mm) con una separación de 140 mm (5,5 in.) en el tramo de corte libre; la armadura longitudinal consistía en barras No. 8 (diámetro 25,4 mm). Las tensiones de fluencia reales de los estribos No. 4 y las barras longitudinales No. 8 fueron de 429 y 445 MPa (62,2 y 64,5 ksi), respectivamente. En la parte inferior de la viga había cinco barras continuas en toda la longitud, con una fuerza de fluencia medida total igual a 5 · 507 mm^2 · 445 MPa = 1128 kN (254 kips). También en la parte inferior se colocaron tres barras No. 8 adicionales, de menor longitud, para resistir las fuerzas requeridas por el modelo de bielas y tirantes adoptado. La fuerza de fluencia medida total de las ocho barras No. 8 fue

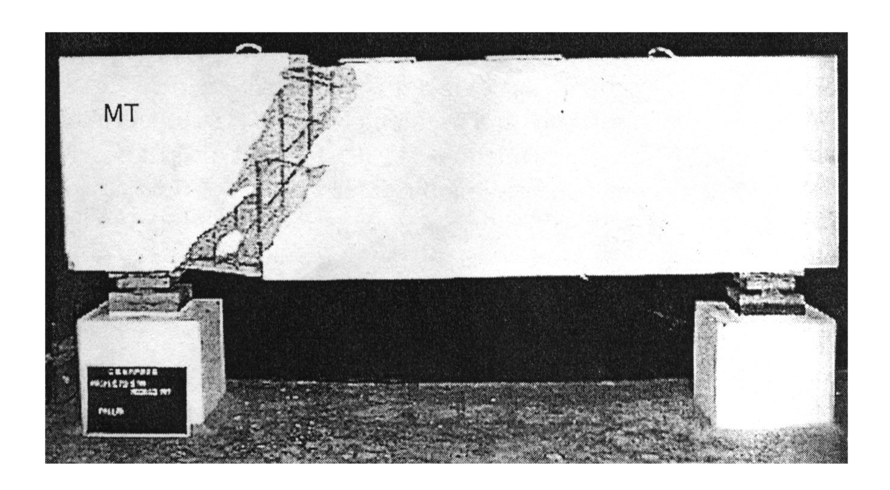
de 1806 kN (406 kips). A la mitad del tramo se colocó un total de doce barras No. 8 (Figura 6(a)). La armadura longitudinal se ancló con ganchos normales a 90º, de acuerdo con ACI 318-02. Para poder evaluar los efectos del confinamiento a lo largo del anclaje de las barras no se colocaron estribos a lo largo de la región de apoyo en uno de los extremos de la viga (ver Figura 6(a)).

La Figura 7 muestra el modelo de bielas y tirantes desarrollado de acuerdo con las Recomendaciones FIP (1999). Se asumió que, en cada extremo de la viga, parte de la carga era transferida de la placa de carga directamente al apoyo por medio de una biela inclinada (es decir, mecanismo de biela directa). También se asumió que el resto era transferido por medio de estribos (tirante) en un reticulado con dos bielas inclinadas en cada extremo de la viga, los cuales a su vez se superponían con el mecanismo de biela directa. Según las Recomendaciones FIP (1999), la porción de la carga resistida por los estribos depende de la relación entre la longitud de corte y el brazo interno de palanca, *a/z*, según *1/3 (2a/z − 1)*. Para esta viga, con a = 1400 mm (55,1 in.) y z = 942 mm (37,1 in.) se pronosticó que los estribos llevarían 0,657 de la carga total.



(a) Detalles

Figura 6: Viga de gran altura con armadura transversal, ensayada por Uribe y Alcocer (2001).



(b) Viga después de la falla

Figura 6: Viga de gran altura con armadura transversal, ensayada por Uribe y Alcocer (2001).

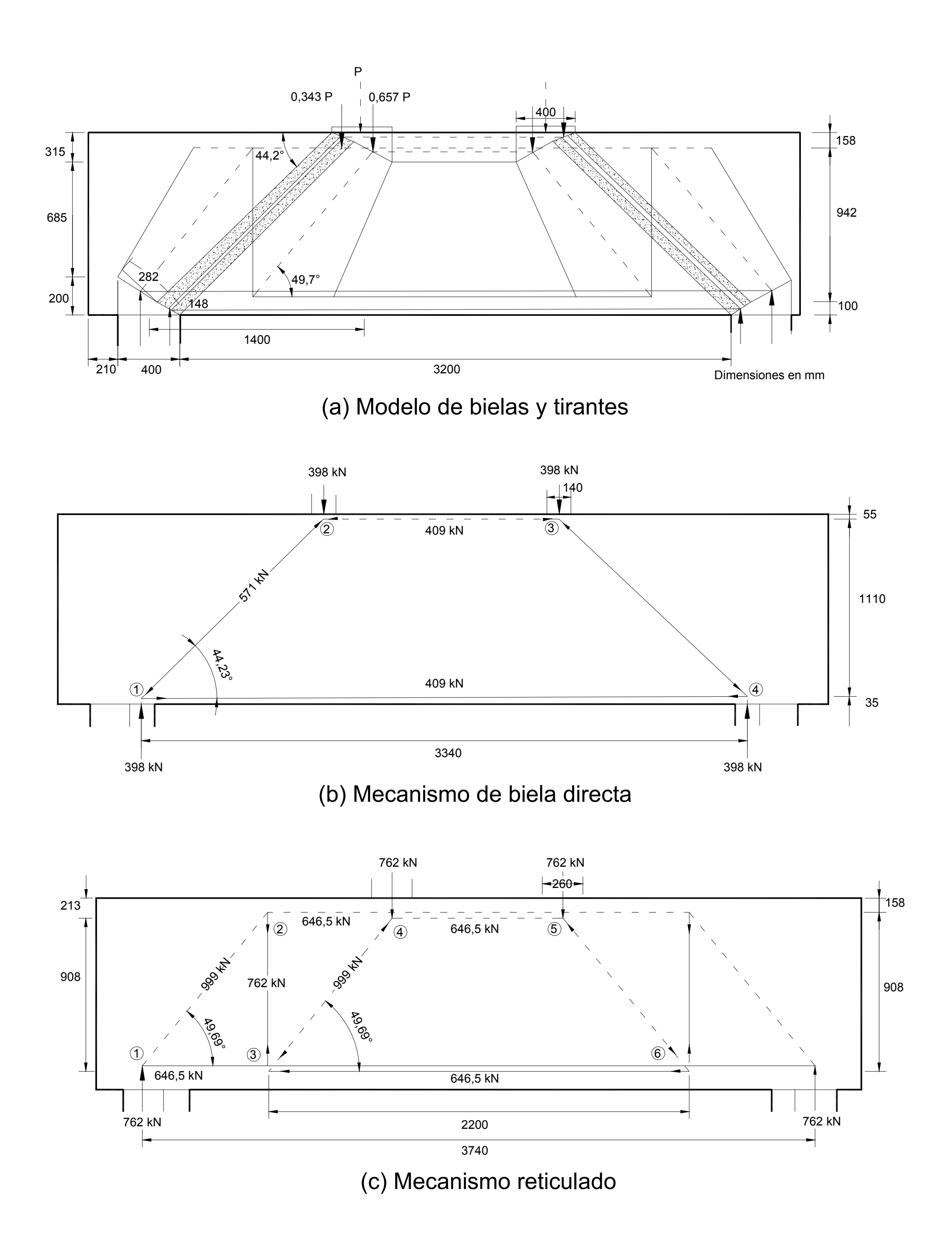


Figura 7: Modelos de bielas y tirantes para viga de gran altura con armadura transversal, ensayada por Uribe y Alcocer (2001).

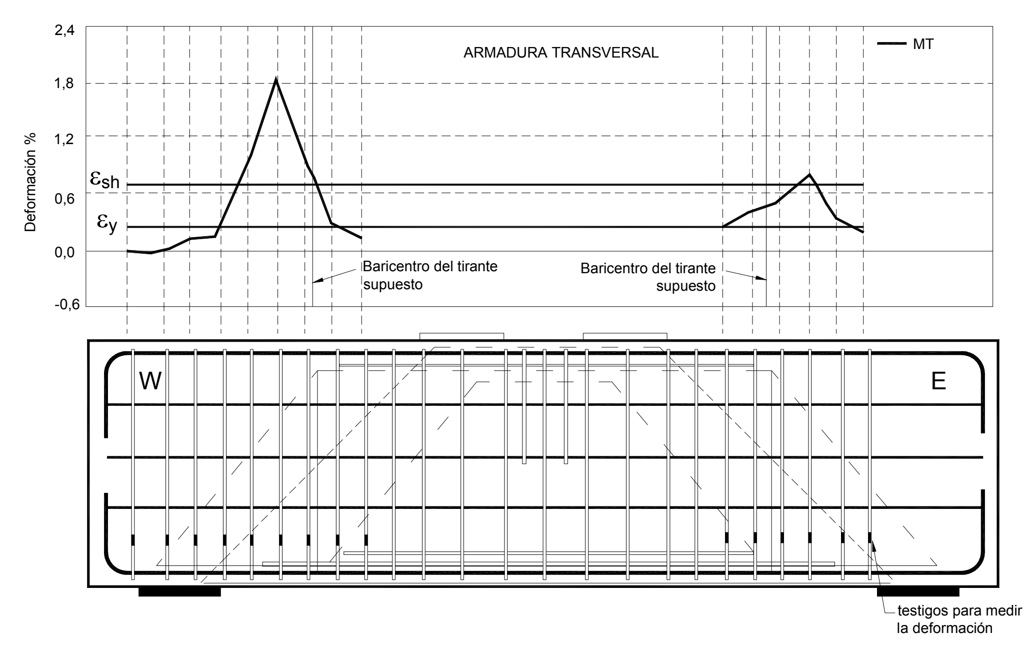
Para predecir la resistencia de esta viga se asumió que el modo de falla determinante sería la fluencia de los estribos. Las Recomendaciones FIP (1999) requieren que la porción de la carga total llevada por los estribos se provea a lo largo de la longitud $a_w = 0{,}85a - z/4$. Para esta viga, a_w = 0,85 · 1400 – 942/4 = 955 mm (37,6 in.) y por lo tanto se consideró que siete estribos separados 140 mm (5,5 in.) eran efectivos. La figura 7(c) muestra el mecanismo reticulado pronosticado suponiendo que los siete estribos entran en fluencia.

Esta fuerza de fluencia es 7 · 2 · 127 mm^2 · 429 MPa = 762 kN (171 kips). Por lo tanto la capacidad pronosticada del mecanismo reticulado es 762 kN y la capacidad pronosticada para la viga 762 kN/0,657 = 1160 kN (261 kips). Entonces la carga llevada por el mecanismo de biela directa (ver Figura 7(b)) es 1160 kN – 762 kN = 398 kN (89,5 kips). A fin de verificar la capacidad de la armadura longitudinal es necesario combinar el mecanismo de biela directa con el mecanismo reticulado para obtener el modelo de bielas y tirantes completo (ver Figura 7(a)). La fuerza requerida en las 5 barras No. 8 es 409 kN + 646,5 kN = 1056 kN (237 kips), y en las 8 barras No. 8 es 409 kN + (2·646,5 kN) = 1702 kN (383 kips). Debido a que ambas fuerzas son menores que las fuerzas de fluencia de las barras dispuestas, se concluyó que el mecanismo de falla seleccionado era correcto. Las 4 barras No. 8 adicionales ubicadas en la región correspondiente a la mitad de la longitud del tramo no fueron incluidas en el modelo de bielas y tirantes ya que no tenían la longitud suficiente para participar del modelo supuesto.

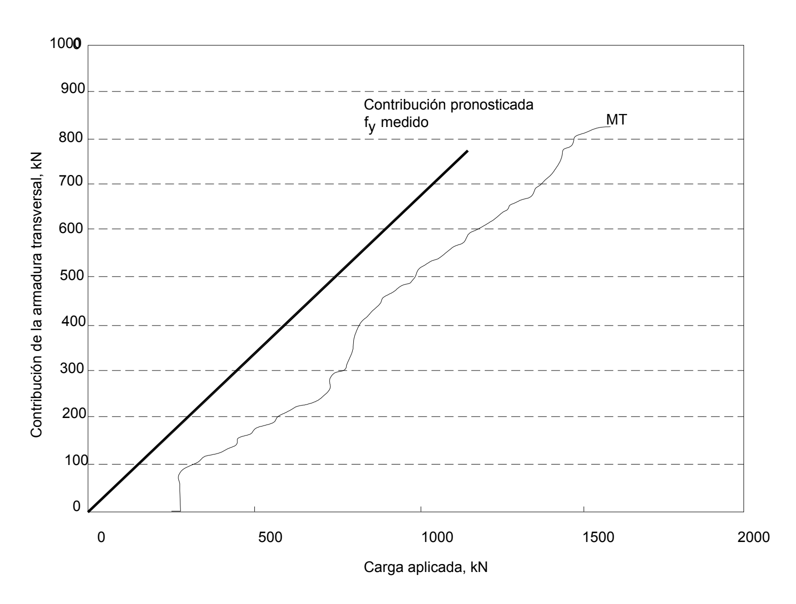
La resistencia de la viga de gran altura se pronosticó como 1160 kN (261 kips), valor menor que la resistencia medida igual a 1578 kN (355 kips). La falla de la viga estuvo determinada por la fluencia de los estribos, seguida por la formación de fisuras anchas, desde el borde exterior de la placa de carga hacia una región próxima al borde interno de la placa de apoyo, por aplastamiento del hormigón, así como por flexión localizada de la armadura longitudinal. La Figura 6(b) muestra la viga ensayada luego de la falla.

La Figura 8(a) muestra las deformaciones medidas en la armadura de estribos de la viga al llegar a la carga máxima. Se registró fluencia en casi todos los estribos. Las mayores deformaciones se registraron en el segundo, tercero y cuarto estribo a partir del borde interior de las placas de apoyo.

La Figura 8(b) muestra las fuerzas pronosticadas y medidas en los estribos a medida que aumentaba la carga. La contribución real se calculó a partir de las deformaciones registradas durante el ensayo, las cuales se convirtieron en tensiones utilizando la relación tensión-deformación medida de la armadura. El pronóstico se calculó suponiendo que los siete estribos participaban y que la porción de la carga resistida por los estribos (es decir, 0,657 por la carga aplicada) se mantenía constante durante los ensayos. Aunque la contribución de los estribos se ajustó a la tendencia de la predicción, sus valores resultaron menores. Esto implica que la contribución supuesta para la biela directa (0,343 por la carga aplicada) fue algo mayor.



(a) Deformaciones medidas en la armadura de estribos



(b) Contribución de los estribos a la resistencia al corte

Figura 8: Contribución de los estribos para la viga de gran altura ensayada por Uribe y Alcocer (2001).

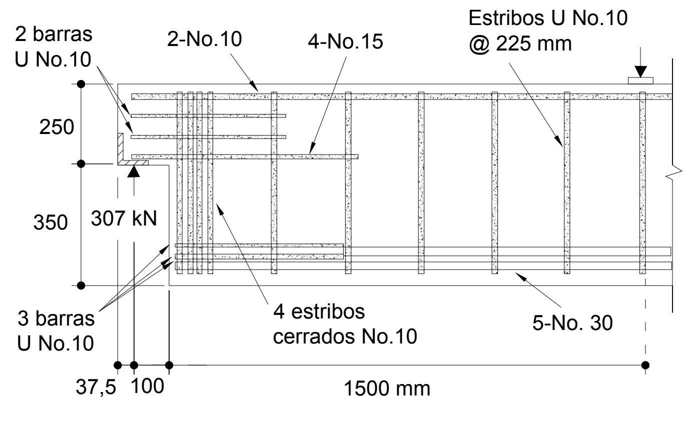
7 Viga con extremos entallados

La Figura 9 muestra una viga con extremos entallados ensayada por Cook y Mitchell (1988). La viga tenía una profundidad de 600 mm por 300 mm de ancho (23,6 por 11,8 in.) y una longitud de 3200 mm (126 in.) entre apoyos de rodillos; estaba sometida a una carga concentrada a la mitad de su longitud. Como consecuencia de las entalladuras de los extremos, la viga tenía una saliente de 250 mm (9,8 in.) de profundidad en cada uno de sus extremos. En el momento del ensayo la resistencia del hormigón era de 29,8 MPa (4320 psi). La viga se diseñó usando el modelo de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 9(c). Se asumió que el corte en el extremo de la viga se acumulaba en la parte inferior de la viga de mayor altura (nodo C) y luego era llevado por el tirante vertical principal B-C hasta la parte superior de la viga (nodo B). Se asumió que el corte en la saliente de los extremos fluía hacia la reacción de apoyo por medio de la biela de hormigón inclinada A-B. El tirante horizontal A-D era necesario para proveer equilibrio en el nodo justo por encima de la reacción de apoyo para equilibrar la componente horizontal de la fuerza en la biela A-B. El tirante vertical principal B-C consistía en cuatro estribos cerrados No. 10 (diámetro 11,3 mm (0,44 in.). En el nodo A el tirante horizontal, compuesto por cuatro barras No. 15 (diámetro 16 mm (0,63 in.)) de grado apto para soldadura, se soldó a un perfil de acero 75 · 75 · 6 mm (3 · 3 · 0,25 in.) para proveer el anclaje necesario de los extremos. Estas barras se extendieron bastante hacia la porción de mayor altura de la viga a fin de proporcionar suficiente longitud de desarrollo. El nodo D representaba las tensiones de compresión resultantes de las tensiones de adherencia, y se asumió que estaba a una distancia igual a un medio de la longitud de desarrollo más allá del tirante vertical principal. Las bielas representaban los ejes de las tensiones de compresión, asumiendo que se desarrollaron tensiones de adherencia uniformes. Agregando tres barras No. 10 en forma de U en el extremo del tirante horizontal traccionado en la parte inferior de la viga en su parte de mayor altura se logró la fuerza adicional necesaria para anclar las cinco barras inferiores No. 30 (diámetro 29,9 mm (1,18 in.)) (ver Figura 9 (a)). En la parte de la viga de mayor altura se dispusieron estribos No. 10 en forma de U con una separación de 225 mm (8,9 in.).

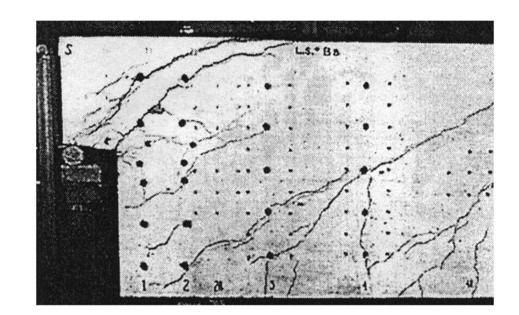
Se asumió que el baricentro del cordón superior estaba ubicado a una distancia a/2 de la superficie superior y que el tirante inferior estaba ubicado en el baricentro de la armadura de tracción. Se pronosticó que la probeta de ensayo fallaría por fluencia del tirante principal B-C. La fuerza de fluencia del tirante vertical principal era $A_s f_y = 4 \cdot 2 \cdot 100 \text{ mm}^2 \cdot 445 \text{ MPa} = 356 \text{ kN}$ (80,0 kips). La reacción pronosticada en el momento de falla fue de 260 kN (58,5 kips). La carga de falla real fue de 307 kN (69,0 kips). Bajo la carga de falla pronosticada ningún otro tirante entró en fluencia y ninguna zona nodal ni tampoco las bielas alcanzaron sus tensiones límites.

Las Figuras 10(a) y 10(b) muestran las deformaciones en la armadura en la primera fluencia y bajo el nivel de carga máximo de 307 kN (69,0 kips). Como se puede ver en la Figura 10(b), tanto el tirante horizontal como el tirante vertical principal sufrieron fluencia

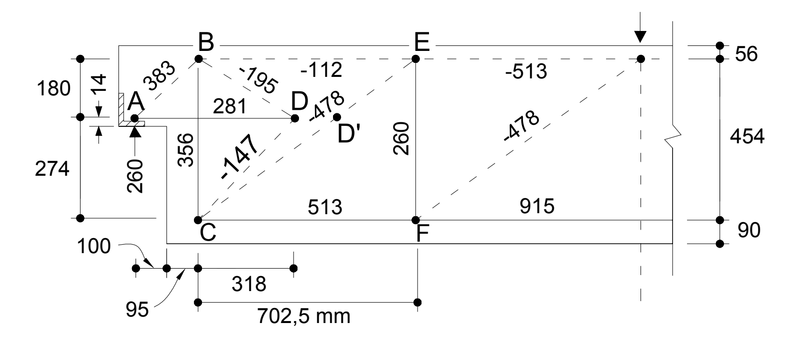
considerable. Las significativas deformaciones por tracción en el tirante horizontal en la parte inferior de la saliente del extremo ilustran la necesidad de anclar este tirante en el área de apoyo.



(a) Detalles



(b) Viga después de la falla



(c) Modelo de bielas y tirantes (fuerzas en kN)

Figura 9: Viga con extremos entallados, ensayada por Cook y Mitchell (1988).

Destacamos que al verificar las tensiones en el nodo B se debe tomar en cuenta el descantillado del recubrimiento de 40 mm de la armadura del tirante vertical, y por lo tanto se pronostica que la tensión en la zona nodal será 356 · 1000/(110·220) = 14,7 MPa (2130 psi) = 0,49 f_c'. Para proporcionar un apoyo adecuado en esta zona nodal, para la armadura del tirante principal se usaron estribos cerrados anclados mediante codos a 135º. También se construyó y ensayó una probeta adicional, con cuatro estribos abiertos No. 10 en U en vez de estribos cerrados. Debido a este detalle, el área de la zona nodal en el nodo B se redujo efectivamente y la probeta con estribos abiertos falló con una carga menor por aplastamiento de la biela comprimida en este nodo. Esto enfatiza la necesidad de disponer estribos cerrados para los tirantes principales.

Si en el diseño se usa el modelo de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 9(c), el número de nodos se puede reducir moviendo el nodo D a la posición D', siempre que el tirante horizontal se extienda más allá de D' en una distancia de al menos un medio de la longitud de desarrollo de la barra. Jirsa et al. (1991) y las Recomendaciones FIP (1999) contienen otros modelos de bielas y tirantes que se pueden utilizar para diseñar vigas con extremos entallados.

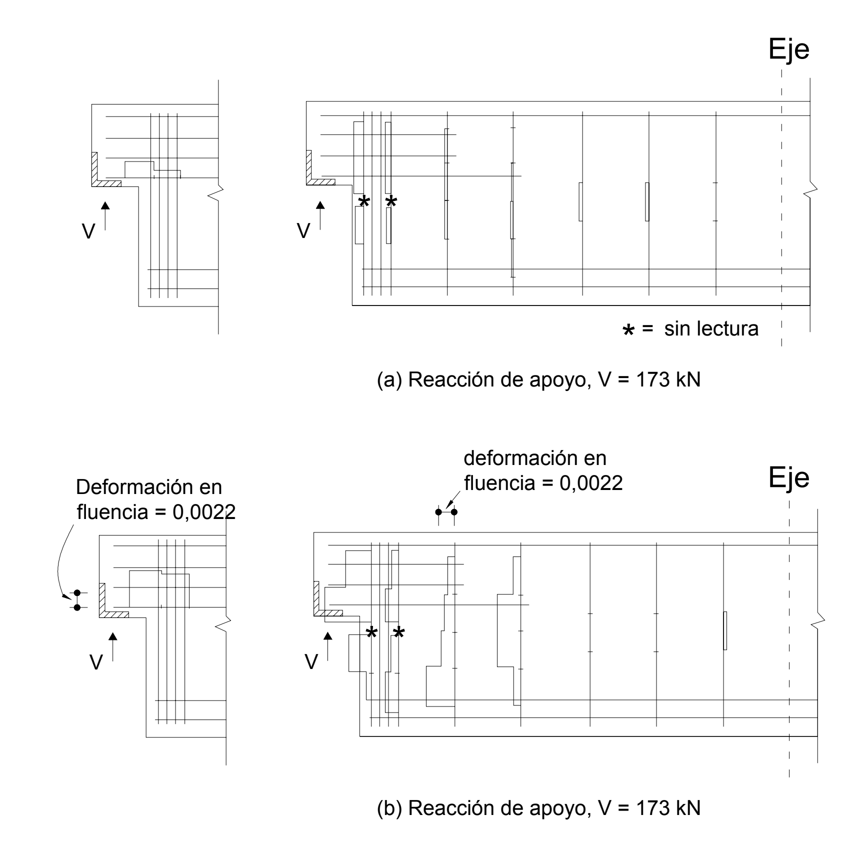


Figura 10: Deformaciones medidas en las barras de armadura de una viga con extremos entallados [Cook y Mitchell (1988)].

8 Conclusiones

Este trabajo presenta los resultados de diferentes ensayos que se han realizado en regiones perturbadas. Se usaron los enfoques de bielas y tirantes del Código ACI (2002), la Norma CSA (1984 y 1994) y las Recomendaciones FIP (1999) para pronosticar las capacidades de estas probetas de ensayo. Las capacidades pronosticadas se compararon con las cargas de falla medidas, y se concluyó que con el enfoque de bielas y tirantes para regiones perturbadas se obtienen pronósticos conservadores. Las Recomendaciones FIP (1999) le proporcionan al diseñador lineamientos útiles respecto de las geometrías de las bielas y tirantes para diferentes casos estándares tales como vigas de gran altura y ménsulas. El trabajo también discute algunas consideraciones importantes sobre el detallado de las regiones perturbadas. El modelo de bielas y tirantes constituye una herramienta simple y conservadora que le permite al diseñador visualizar de qué manera fluyen las fuerzas y apreciar la necesidad de un detallado cuidadoso.

9 Referencias

ACI Committee 318 (2002): "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary ACI 318-R-02", American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 443 pp.

Jirsa, J.O., Breen J.E., Bergmeister, K., Barton, D., Anderson, R. y Bouadi, H., (1991): "Experimental Studies of Nodes in Strut-and Tie Models", IABSE Colloquium Stuttgart 1991- Structural Concrete", International Association of Bridge and Structural Engineering, Zurich, pp. 525-532.

CSA Committee A23.3 (1984): "Design of Concrete Structures for Buildings", CAN3-A23.3-M84, Canadian Standards Association, Rexdale, Canada, 281 pp.

CSA Committee A23.3 (1994): "Design of Concrete Structures", CSA A23.3-94, Canadian Standards Association, Rexdale, Canada, 199 pp.

Cook, W.D. y Mitchell, D. (1988): "Studies of Disturbed Regions near Discontinuities in Reinforced Concrete Members", ACI Structural Journal, V. 85, No. 2, pp. 206-216.

FIP Recommendations (1999): *Practical Design of Structural Concrete.*
FIP-Commission 3 *"Practical Design",* Sept. 1996
Publ.: SETO, Londres, Sept. 1999.
(Distribuido por: *fib*, Lausanne).

Leonhardt F. y Walther R. (1966): "Wandartiger Träger", Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Boletín No. 178, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 159 pp.

Mörsch, E. (1909): "Concrete-Steel Construction (Der Eisenbetonbau)", Traducción de la tercera edición alemana por E.P. Goodrich, McGraw-Hill Book Co., New York, 368 pp.

Ritter, W. (1899): "The Hennebique Design Method (Die Bauweise Hennebique)", Schweizerische Bauzeitung (Zurich), V. 33, No. 7, Feb., pp. 59-61.

Rogowsky, D.M., MacGregor, J.G. y Ong, S.Y. (1986): "Tests of Reinforced Concrete Deep Beams", ACI Journal, V. 83, No. 4, Julio-Agosto, pp. 614-623.

Uribe C.M. y Alcocer S.M., (2001): "Comportamiento de vigas peraltadas diseñadas con el modelo de puntales y tensores", (En español), Centro Nacional de Prevención de Desastres, ISBN 970-628-607-1, México.

Walraven, J. y Lehwalter, N., (1994): "Size Effects in Short Beams Loaded in Shear", ACI Structural Journal, V. 91, No. 5, Setiembre-Octubre, pp. 585- 593.

Parte 4

Ejemplos

:

Ejemplo 1a: Diseño de una viga de gran altura de acuerdo con ACI 318-02

Claudia M. Uribe

Sergio M. Alcocer

Sinopsis

Se diseñó una viga de gran altura cargada con dos cargas concentradas en su parte superior, de acuerdo con el Apéndice A del Código ACI 318-02. El análisis y diseño usando modelo de bielas y tirantes se realizaron de manera eficiente y directa. La metodología de bielas y tirantes proporciona un marco que permite comprender y evaluar el flujo de fuerzas y los mecanismos resistentes. Además, constituye una valiosa herramienta para lograr un correcto detallado de los miembros dúctiles de hormigón.

Claudia M. Uribe fue investigador asistente en el Área de Ingeniería Estructural y Geotecnia en el Centro Nacional para la Prevención de Desastres (CENAPRED). Posee un B.Sc. de EAFIT, Medellín, Colombia y un M.Sc. de la Universidad Autónoma de México (UNAM). Sus investigaciones incluyen el comportamiento sísmico de las estructuras de hormigón armado.

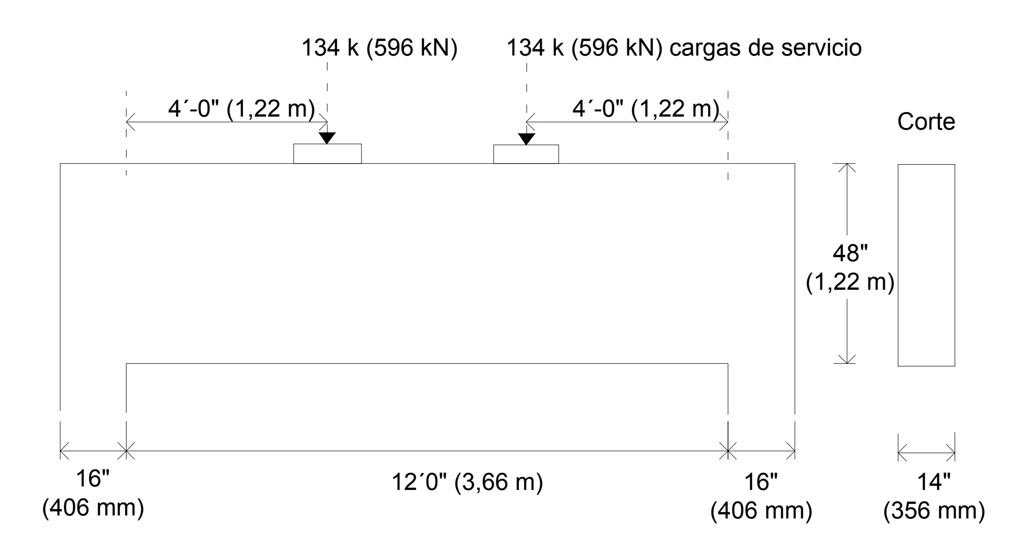
Sergio M. Alcocer, FACI, es profesor e investigador en el Instituto de Ingeniería de la UNAM y Director de Investigaciones en el CENAPRED. Es miembro de los Comités ACI 318, Requisitos del Código de Construcción, y 374, Diseño Sísmico de Edificios de Hormigón; también es miembro del Comité conjunto ACI-ASCE 352, Juntas y Uniones en Estructuras de Hormigón Monolítico. Preside el Comité sobre Normas para Mampostería y es miembro del comité sobre Normas para Hormigón Armado del Código de Construcción de la Ciudad de México. Sus investigaciones incluyen el diseño sismorresistente de estructuras de mampostería y hormigón.

1 Planteo del problema

Diseñar la viga simplemente apoyada cargada con dos cargas concentradas factoreadas de 134^k x 1,6 = 214^k (952 kN) cada una en un tramo libre de 12 ft. (3,66 m), como se ilustra en la Figura (1-1).

La viga tiene un ancho de 14 in. (356 mm) y una altura total de 48 in. (1,22 m). La longitud de la placa de apoyo bajo cada una de las cargas concentradas es de 16 in. (406 mm) y su ancho es el mismo de la viga, es decir, 14 in. (356 mm).

Usar f_c' = 4000 psi (27,6 MPa) y f_y = 60.000 psi (414 MPa). Despreciar el peso propio de la viga.



$$P = 134\,k \times 1,6 = 214\,k\,(952\,kN)$$
$$b = 14\,in.\,(356\,mm)$$
$$h = 48\,in.\,(1,22\,m)$$
$$f_c' = 4000\,psi\ (27,6\,MPa)$$
$$f_y = 60.000\,psi\,(414\,MPa)$$

Figura 1-1: Miembro y cargas

2 Parámetros del modelo de bielas y tirantes

2.1 Resistencia a la compresión del hormigón (Secciones A.3.2 y A.5.2 de ACI 318-2002)

$f_{cu} = 0{,}85\beta_2 f_c'$

β_2 = factor que toma en cuenta los efectos de la fisuración y la armadura de confinamiento sobre la resistencia efectiva a la compresión de una biela, β_s, o una zona nodal, β_n

f_c' = resistencia a la compresión especificada del hormigón

f_{cu} = $0{,}85 \times 4000 \times \beta_2 = 3400\ \beta_2$, psi ($23{,}4\ \beta_2$; MPa) (1-1)

En este ejemplo los valores de β_2 son

Bielas, β_s (Sección A.3.2 de ACI 318-2002):

a. Bielas en zonas no fisuradas y ubicadas de manera tal que la sección transversal a la mitad de la biela es igual a la sección en los nodos, tales como la zona comprimida de una viga (a los fines de este ejemplo, bielas tipo *a*) 1,00

c. Bielas ubicadas de manera tal que el ancho de la biela en su parte media es o puede ser mayor que el ancho en los nodos, con armadura que satisface A.3.3 (a los fines de este ejemplo, bielas tipo *c*) 0,75

Zonas nodales, β_n (Sección A.5.2 de ACI 318-2002):

e. Zonas nodales limitadas por bielas o áreas de apoyo, o ambas (Tipo CCC) 1,00

f. Zonas nodales que anclan un tirante en una sola dirección (Tipo CCT) 0,80

g. Zonas nodales que anclan tirantes en más de una dirección (Tipo CTT) 0,60

Tabla 1-1: Resistencia del hormigón en bielas y zonas nodales

Bielas			Zonas nodales		
Tipo	$\beta_2 = \beta_s$	$f_{cu,}$ psi* (MPa)	Tipo	$\beta_2 = \beta_n$	$f_{cu,}$ psi* (MPa)
a. Cordón no fisurado (prismática)	1,0	3400 (23,4)	*e.* CCC	1,0	3400 (23,4)
c. Biela inclinada (en forma de botella)	0,75	2550 (17,6)	*f.* CCT	0,8	2720 (18,8)
			g. CTT	0,6	2040 (14,1)

* de la ecuación (1-1) en este ejemplo

2.2 Resistencia de bielas, tirantes y zonas nodales

Se deberá satisfacer la siguiente condición:

$\phi F_n \geq F_u$ (Ec. A-1) F_u = fuerza en la biela o tirante, o fuerza que actúa en un nodo debido a las cargas factoreadas

F_n = resistencia nominal de la biela

ϕ = factor de reducción de la resistencia (según 9.3.2.6); para todos los elementos del reticulado, $\phi = 0,75$

Resistencia de las bielas (Sección A.3)

$F_{ns} = f_{cu}A_c$ (Ec. A-2) F_{ns} = resistencia nominal a la compresión del hormigón en una biela

f_{cu} = resistencia efectiva a la compresión

A_c = menor sección transversal efectiva de la biela

Resistencia de los tirantes (Sección A.4)

Debido a que el tirante está compuesto por armadura no pretensada:

$F_{nt} = A_{st}f_y$ (Ec. A-6) F_{nt} = resistencia nominal de un tirante

A_{st} = sección de armadura no pretensada en un tirante

f_y = resistencia a la fluencia especificada del tirante no pretensado

Resistencia de las zonas nodales (Sección A.5)

$F_{nn} = f_{cu}A_n$ (Ec. A-6) F_{nn} = resistencia nominal a la compresión de una zona nodal

f_{cu} = resistencia efectiva a la compresión de una zona nodal

A_n = área de la cara de la zona nodal

3 Procedimiento de diseño mediante bielas y tirantes (Sección A.2 de ACI 318-2002)

3.1 Diseño a flexión

Para desarrollar el modelo de bielas y tirantes es conveniente conocer el tamaño (altura) del bloque de hormigón comprimido.

Suponiendo que se disponen dos capas de barras No. 8 para el momento positivo, la altura efectiva sería:

$$d = h - \text{recubrimiento} - d_{b\ \text{estribo No.5}} - d_{b\ \text{No.8}} - \tfrac{1}{2}\, s_v \qquad (1\text{-}2)$$

$$= 48\ \text{in.} - 1{,}5\ \text{in.} - 0{,}625\ \text{in.} - 1{,}0\ \text{in.} - \tfrac{1}{2}\ \text{in.} = 44{,}4\ \text{in.}\ (1{,}13\ \text{m})$$

donde s_v es la separación vertical entre las dos capas de barras No. 8.

De acuerdo con la Sección R9.1 de ACI 318-2002

$$M_u \leq \phi\, M_n$$

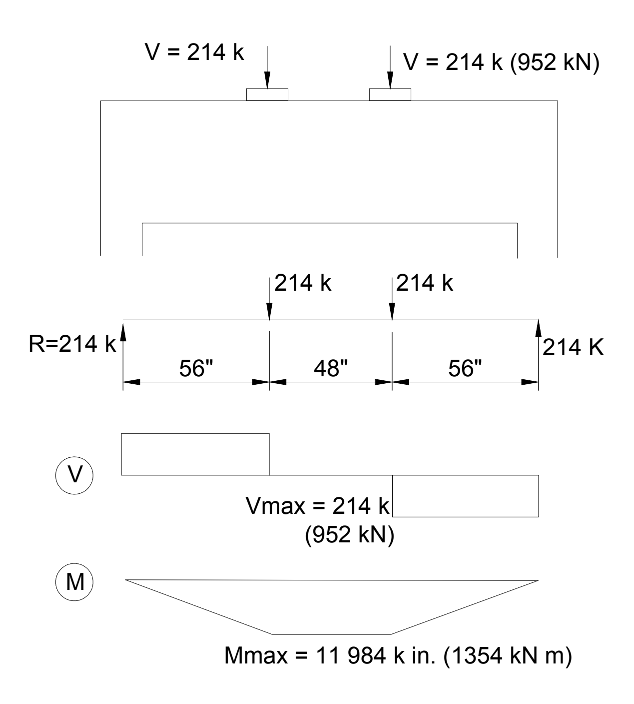


Figura 1-2: Diagramas de corte y momento flector

donde:

ϕ = factor de reducción de la resistencia. Para flexión, ϕ = 0,9 (Sección 9.3.2.1)

M_u = 11.984 k·in. (1354 kN m).

$$M_u = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = A_s f_y \left(d - \frac{A_s f_y}{2 \times 0,85 f_c' b} \right) \tag{1-3}$$

Por lo tanto,

$$11.984 \text{ k·in} \leq 0,9 A_s \text{ x } 60.000 \text{ psi} \left(44,4 - \frac{A_s \times 60.000\,\text{psi}}{2 \times 0,85 \times 4000\,\text{psi} \times 14\,\text{in.}} \right)$$

resolviendo para A_s, $A_s \geq 5{,}4$ in.^{2} (3480 mm^2), c = 8,5 in. (216 mm)

3.2 Modelo de bielas y tirantes

De 3.1: c (distancia entre la fibra extrema comprimida y el eje neutro) = 8,5 in (216 mm). Para el modelo de bielas y tirantes intentar con una profundidad de biela horizontal (a) igual a 10 in. (254 mm) (en la región de momento constante).

La Figura (1-3) muestra el modelo de bielas y tirantes propuesto.

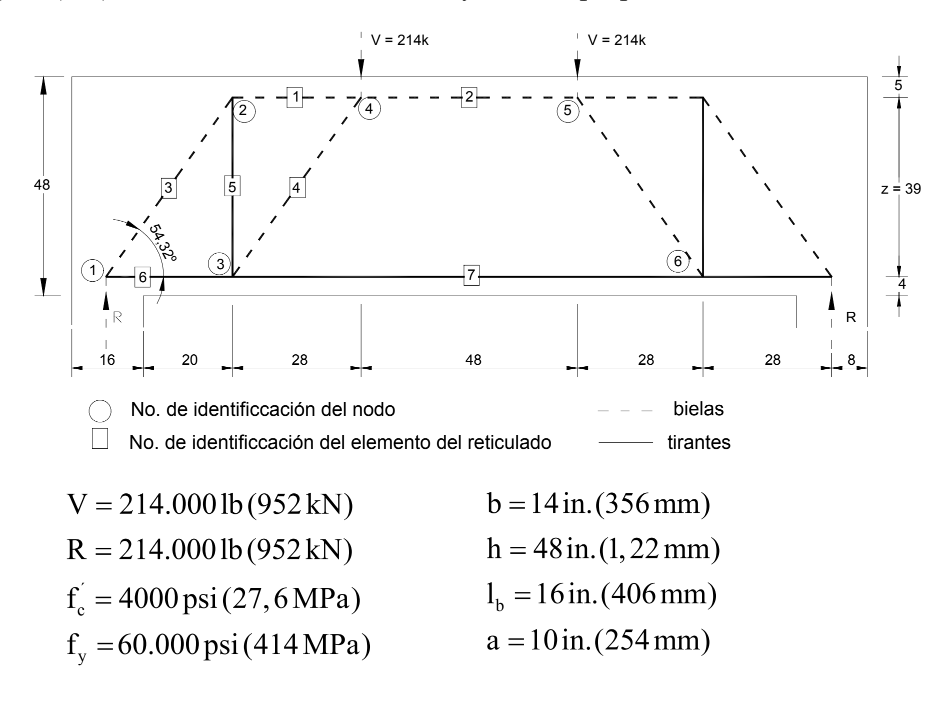


Figura 1-3: Modelo de bielas y tirantes propuesto (z = 39 in. [990 mm])

3.3 Resolución del reticulado

En la Figura (1-4) se ilustran las fuerzas en el reticulado calculadas en base a su geometría.

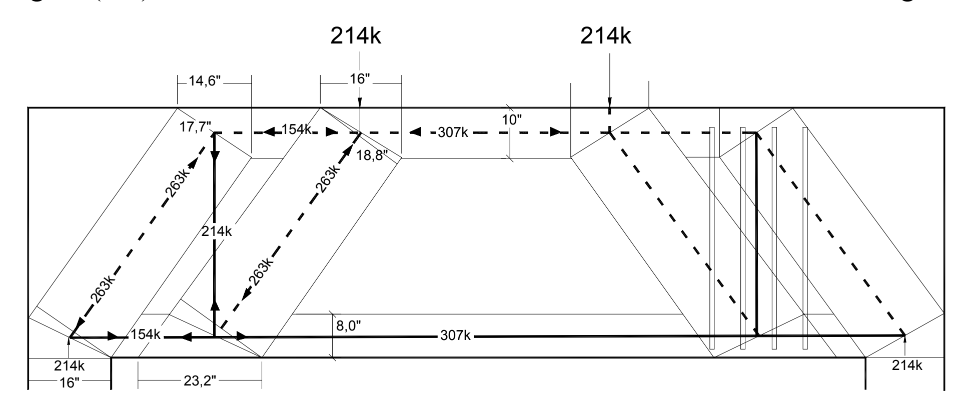


Figura 1-4: Fuerzas en el reticulado

3.4 Verificación de las resistencias de las bielas y zonas nodales

La verificación de las resistencias de las bielas y zonas nodales se debería realizar comparando el área de biela o zona nodal disponible con el área requerida. En este ejemplo, debido a que el ancho de la viga y el ancho de las placas de apoyo y apoyos son iguales (es decir, 14 in. ó 356 mm), la verificación se hará comparando el ancho de biela o zona nodal disponible, w_{prob}, con el requerido, w_{req}. Por lo tanto, para las bielas y nodos, $w_{req.}$ se calculará usando la Ecuación (1-4). Ver Figuras (1-5a) a (1-5d).

$$w_{req} = \frac{F_u}{\phi f_{cu} b} = \frac{F_u}{\phi 0,85 \beta_2 f_c' b} \qquad (1\text{-}4)$$

Nodo 1

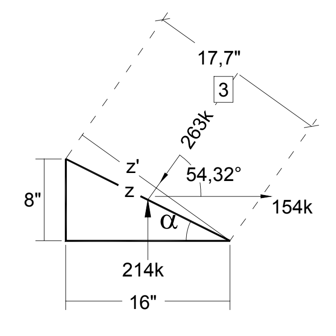


Figura 1-5a: Nodo 1

$z = 17,89\,\text{in.}[454,4\,\text{mm}]$

$\alpha = 26,6^{\circ}\ ;\ \theta = 54,3^{\circ}$

$z' = l_b \sin\theta + w_t \cos\theta =$

$16\ \sin 54,3^{\circ} + 8\ \cos 54,3^{\circ} = 17,7\,\text{in.}$

Por lo tanto, para la biela 3

$w_{prov} = 17,7\,\text{in.}(450\,\text{mm})$

Nodo 2

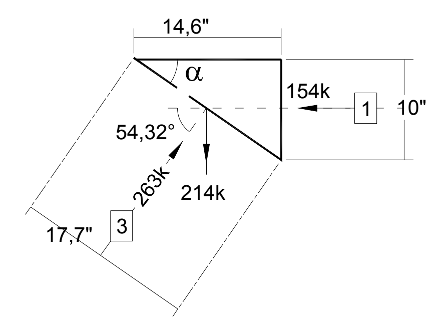


Figura 1-5b: Nodo 2

Para la biela 1, w_{prov} = 10 in. (254 mm) (del diseño a flexión)
z' = 17,69 in. (449 mm)
Por lo tanto,
ancho de la zona nodal = 14,6 in. (371 mm)

Nodo 3

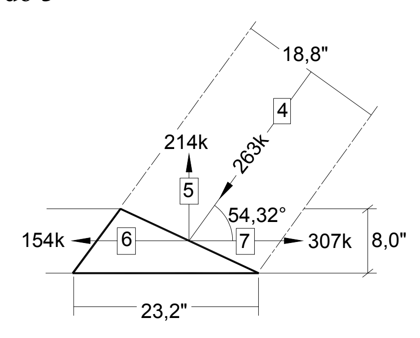


Figura 1-5c: Nodo 3

El ancho de 18,8 in. se obtiene de la solución del Nodo 4 (Figura 1-5d).

Nodo 4

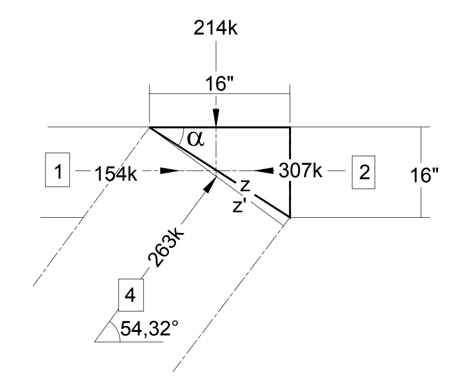


Figura 1-5d: Nodo 4

$z = 18{,}88\,\text{in.}\ [480\,\text{mm}]$

$\alpha = 32^o\ ;\theta = 54{,}3^o$

$z' = l_b \sin\theta + w_t \cos\theta =$

$16\ \sin 54{,}3^o + 10\ \cos 54{,}3^o = 18{,}8\,\text{in.}$

Por lo tanto, para la biela 4

$w_{prov} = 18{,}8\,\text{in.}\,(478\,\text{mm})$

Biela 1 (cálculo ilustrativo)

$$w_{req} = \frac{F_u}{\phi f_{cu} b_w} = \frac{F_u}{\phi 0,85 \beta_2 f_c^{'} b_w} = \frac{153.661}{0,75 \times 0,85 \times 1,0 \times 4000 \times 14} = 4,3\,\text{in.}(109\,\text{mm})$$

donde

β_2 = 1,0; se trata de una cuerda no fisurada, biela Tipo *a*, de la Tabla (1-1)

b = ancho del miembro = 14 in.

De acuerdo con la geometría de la zona nodal, ilustrada en la Figura (1-5b), se puede proponer un ancho de 10,0 in. (254 mm) (w_{prov} = 10 in.). Por lo tanto es adecuado.

La verificación de la resistencia de las demás bielas se indica en la Tabla (1-2) y para los nodos en la Tabla (1-3) y la Figura (1-5).

Tabla 1-2: Verificación de la resistencia de las bielas

Elemento #	Nodo *i - j*	β_2 [1]	θ [2] (º)	F_{uc} [3] lb (kN)	w_{req} [4] in. (mm)	w_{prov} [5] in. (mm)	√: Verifica	Solución propuesta
1	2-4	1,00	0	153.661 (684)	4,3 (109)	10,0 (254)	√	
						10,0 (254)	√	
2	4-5	1,00	0	307.323 (1367)	8,6 (219)	10,0 (254)	√	
						10,0 (254)	√	
3	1-2	0,80	54,32	263.454 (1172)	9,2 (234)	17,7 (450)	√	
						17,7 (450)	√	
4	3-4	0,80	54,32	263.454 (1172)	9,2 (234)	18,8 (478)	√	
						18,8 (478)	√	

Notas:
[1] De la Tabla 1-1
[2] Del modelo de bielas y tirantes propuesto, Figura (1-3); $\beta_2 = \beta_s$
[3] De la resolución del reticulado (Sección 3.3 y Figura (1-4) de este ejemplo)
[4] Ancho requerido para las bielas (de la ecuación (1-4))
[5] Ancho provisto para las bielas, considerando la geometría y las condiciones de apoyo.

Tabla 1-3: Verificación de la resistencia de las zonas nodales

Nodo	β_2[1]	Tipo[2]	Fuerza[3]	F_u[4] lb (kN)	$w_{p\ req}$[5] in. (mm)	$w_{p\ prov}$[6] in. (mm)	√: Verifica	Solución propuesta
1	0,8	CCT	R	214.000 (952)	7,5 (190)	16,0 (406)	√	
			S1-2	263.454 (1172)	9,2 (234)	17,7 (450)	√	
			T1-3	153.661 (684)	5,4 (137)	8,0 (203)	√	
2	0,8	CCT	S2-1	263.454 (1172)	9,2 (234)	17,7 (450)	√	
			S2-4	153.661 (684)	5,4 (137)	10,0 (254)	√	
			T2-3	214.000 (952)	7,5 (190)	54,0 (1372)	√	
3	0,6	CTTT	S3-4	263.454 (1172)	12,3 (312)	18,8 (478)	√	
			T3-2	214.000 (952)	10 (254)	54,0 (1372)	√	
			T3-1	153.661 (684)	7,2 (182)	8,0 (203)	√	
			T3-6	307.323 (1367)	14,3 (364)	8,0 (203)	×	Distribuc. de la armadura
4	1,0	CCCC	V	214.000 (952)	6,0 (152)	16,0 (406)	√	
			S4-3	263.454 (1172)	7,4 (187)	18,8 (478)	√	
			S4-2	153.661 (684)	4,3 (109)	10,0 (254)	√	
			S4-5	307.323 (1367)	8,6 (219)	10,0 (254)	√	

Notas:
[1] De la Tabla 1-1; $\beta_2 = \beta_s$
[2] Del modelo de bielas y tirantes propuesto, Figura (1-3)
[3] R = reacción; S = biela; T = tirante; V = carga concentrada
[4] De la resolución del reticulado (Sección 3.3 y Figura (1-4) de este ejemplo)
[4] Ancho requerido para los nodos (de la ecuación (1-4))
[5] Ancho provisto para los nodos, considerando la geometría y las condiciones de apoyo.

Verificación de la resistencia de apoyo en los puntos de carga y reacción

De la Figura (1-2), la carga última y las reacciones son

$$V = R = 214\,\text{k}\ \ (952\,\text{kN})$$

Como la placa de carga es de 16 x 14 in., su área es

$$A_A = 16 \times 14\,\text{in.}^2\ (406 \times 356\,\text{mm}^2)$$

Por lo tanto, la tensión de compresión es igual a

$$\sigma_A = \left(\frac{V}{\phi A_A} = 1274\,\text{psi} \right) (8,78\,\text{MPa}) \qquad (1\text{-}5)$$

De acuerdo con la sección 2.1 de este ejemplo, se debe satisfacer que $\sigma_A \leq f_u$, es decir, $\sigma_A \leq \phi\ 0,85\ \beta_2\ f_c'$.

Para el nodo 4, tipo CCC,

1274 psi (8,78 MPa) $\leq \phi\ 0,85\ \beta_2\ f_c' = \phi$ 3400 psi = 2550 psi (17,6 MPa) (Verifica)

Para el nodo 1, tipo CCT,

1274 psi (8,78 MPa) $\leq \phi\ 0,85\ \beta_2\ f_c' = \phi$ 2720 psi = 2040 psi (14,1 MPa) (Verifica)

3.5 Armadura requerida en los tirantes

Una vez verificada la resistencia de las bielas y los nodos, se determina la cantidad de armadura requerida en los tirantes.

Tabla 1-4: Requisitos de armadura

Elemento #	Nodo *i - j*	β_2	θ (º)	F_{ut} lb (kN)	$A_{s\,req}$[1] in.^{2} (mm^2)	$A_{s\,prov}$[2] in.^{2} (mm^2)	√: Verifica	Solución propuesta
5	2-3	---	90	214.000 (952)	4,8 (3100)	4,96 (3200)	√	8 Estribos No. 5 @ 4 in.
6	1-3	---	0	153.661 (684)	3,4 (2190)	4,74 (3060)	√	A_s = 6 No. 8
7	3-6	---	0	307.323 (1367)	6,8 (4390)	7,2 (4650)	√	A_s = 8 No. 8 y 2 No. 6

Notas: [1] Sección de tirantes requerida ($A_s = F_{ut}/\phi f_y$); $\phi = 0,75$

[2] Sección de tirantes provista.

[3] Para el tirante 7, para permitir su distribución se utilizaron barras No. 6 y No. 8 en vez de barras No. 10.

Tirante 6 (del nodo 1 al nodo 3)

De la Tabla (1-4)

$A_{s\,req}$ = 3,4 in.^{2} (2190 mm^2): Usar 6 barras No. 8 ($A_{s\,prov}$ = 4,74 in.^{2} [3060 mm^2]) en dos capas

Es necesario anclar las barras mediante ganchos, barras con cabeza, anclajes mecánicos o desarrollo lineal de las barras (Sección A.4.3 de ACI 318-2002).

De la Sección 12.5.2 de ACI 318-2002, la longitud de anclaje de una barra terminada en gancho a 90º es

$$l_{dh} = \frac{0,02\beta\lambda f_y}{\sqrt{f_c'}} d_b = 19 \text{ in. (483 mm) para barras No. 8} \qquad (1\text{-}6)$$

donde β = 1; λ = 1; d_b = diámetro de la barra (en este caso, d_b = 1 in. [25,4 mm])

l_{dh} está modificado por el factor (a) de la Sección 12.5.3

Sección 12.5.3.a: factor = 0,7 debido a que se provee un recubrimiento de hormigón de espesor ≥ 2½ in. (64 mm) en la dirección perpendicular al plano del gancho, y un recubrimiento de hormigón de espesor ≥ 2 in. (51 mm) en la dirección de la extensión de la barra.

Por lo tanto, l_{dh} = 19 in. x 0,7 = 13,3 in. (338 mm) para las barras No. 8.

El anclaje disponible es (Figura 1-6):

$l_{dh\ disponible}$ = longitud de la zona nodal extendida – recubrimiento – d_b de la armadura horizontal de corte

$l_{dh\ disponible}$ = 16 + 4 / tan 54,3º – 1,5 – 0,625 = 16,7 in. (425 mm)

$l_{dh\ disponible} > l_{dh}$ (Verifica)

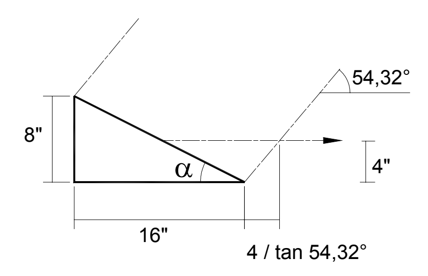


Figura 1-6: Longitud de anclaje disponible en la zona nodal extendida en el Nodo 1

Tirante 7 (del nodo 3 al nodo 6)

De la Tabla (1-4)

$A_{s\ req}$ = 6,8 in.^{2} (4390 mm^2)

Es evidente que no alcanza con extender las 6 barras No. 8 del tirante 6. Por lo tanto, se requiere una sección adicional de armadura, la cual se calcula como 6,8 in.^{2} – 4,74 in.^{2} = 2,06 in.^{2}. Usar ocho barras No. 8 y dos barras No. 6 ($A_{s\ prov}$ = 7,2 in.^{2} [4650 mm^2]).

Es conveniente distribuir la armadura uniformemente en un área de hormigón al menos igual a la fuerza de tracción en el tirante dividida por la tensión de compresión limitante aplicable para el nodo. En este ejemplo,

$$A = \frac{F_{u\,tirante\,7}}{f_{cu}} = \frac{307.323}{2040} = 151\,\text{in.}^2\ (97.420\,\text{mm}^2) \qquad (1\text{-}7)$$

$$w = 151/b = 11\,\text{in.}\ (279\,\text{mm}) \qquad (1\text{-}8)$$

Por lo tanto, distribuir las ocho barras No. 8 y las dos barras No. 6 verticalmente en una altura de 11 in. (279 mm).

Para anclar las barras No. 6 usar la tabla de la Sección 12.2.2 de ACI 318-2002

$$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda d_b}{25\sqrt{f_c'}} \qquad (1\text{-}9)$$

$$l_d = \frac{60.000 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,0 \times 0,75}{25\sqrt{4000}} = 28,5\,\text{in.}\ (724\,\text{mm})$$

Se asumió que:

α = 1,0 (no se cuelan más de 12 in. (305 mm) debajo de las barras),

β = 1,0 (armadura sin recubrimiento epoxi), y

λ = 1,0 (hormigón de peso normal).

El anclaje disponible es:

$l_{dh\ disponible}$ = distancia entre la sección crítica y el borde de la viga – recubrimiento – d_b de la armadura horizontal de corte, Figura (1-3)

$l_{dh\ disponible}$ = 36 in. – 1,5 in. – 0,625 in. = 33,9 in. (861 mm)

$l_{dh\ disponible} > l_{dh}$ (Verifica)

Por lo tanto, colocar las barras No. 8 con una separación (vertical) de 3 in. (76 mm) y con l_d = 34 in. (864 mm) (para mejorar el confinamiento en la zona nodal). Las barras rectas No. 6 se extienden en la totalidad de la longitud de la viga.

Tirante 5 (del nodo 2 al nodo 3)

De la Tabla (1-4)

$A_{s\ req}$ = 4,8 in.^{2} (3100 mm^2)

De la Sección 11.8.4 de ACI 318-2002

$$s \le \begin{cases} d/5 = 8,9\,\text{in.}\,(226\,\text{mm}) & \text{(controles)} \\ 12\,\text{in.}\,(305\,\text{mm}) \end{cases}$$

Usar ocho estribos cerrados No. 5 ($A_{s\ prov}$ = 4,96 in.^{2} [3200 mm^2]). Usar dos barras No. 5 dentro de las esquinas superiores continuas a lo largo de la viga. Estos estribos deberán tener codos a 135 grados alternando alrededor de una u otra barra. Colocar los estribos con una separación de 4 in. (102 mm).

3.6 Armadura para las bielas en forma de botella 3 y 4

En la Sección A.3.3 se especifica que las bielas 3 y 4 deben ser cruzadas por capas o mallas de armadura paralelas al plano del miembro.

Además, debido a que el ancho del alma es mayor que 8 in. (203 mm), es conveniente colocar una capa o malla de armadura próxima a cada cara.

De la ecuación (A-4)

$$\sum \frac{A_{si}}{bs_i} \sin \gamma_i = \rho_{vi} \sin \gamma_i \geq 0,003 \qquad \text{(Ec. A-4)}$$

donde

A_{si} = sección total de armadura con separación s_i en una capa de armadura con barras formando un ángulo γ_i respecto del eje de la biela.

Supongamos que sólo se coloca armadura horizontal y que γ_i = 54,32º

$$\frac{2A_{si}}{bs_i} = \frac{0,003}{\sin 54,3^{\circ}} \qquad \text{(1-10)}$$

$a_{si} \geq 0,0259\ s_i$ Pero de la Sección 11.8.5 de ACI 318-2002

$$s \leq \begin{cases} d/5 = 8,9\,\text{in. (226 mm)} & \text{(controles)} \\ 12\,\text{in. (305 mm)} \end{cases}$$

Supongamos s = 7 in. (178 mm), $a_{svh} \geq 0,18$ in.^{2} (116 mm^2). Usar barras No. 4 con separación de 7 in. (178 mm) en cada cara.

4 Disposición de la armadura

En la Figura 1-7 se ilustra la disposición final de la armadura.

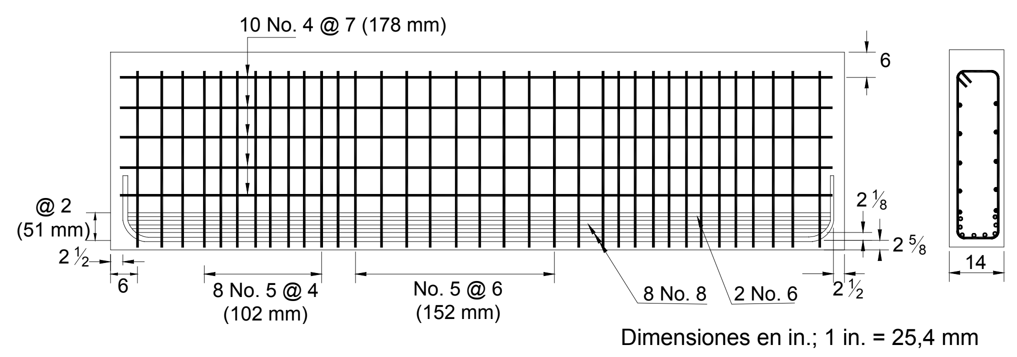


Figura 1-7: Disposición de la armadura

5 Modelos opcionales

El modelo de bielas y tirantes resuelto (ver Figura 1-3) es uno entre varios modelos que se podrían haber seleccionado. En el modelo supuesto se consideró que la transferencia de cargas se lograba mediante la formación de un reticulado compuesto por dos bielas inclinadas próximas a cada apoyo. Este modelo se seleccionó por su sencillez y porque requería estribos a lo largo de la longitud de corte, lo cual se consideró un detalle de seguridad.

Opcionalmente se podrían haber seleccionado otros dos modelos de bielas y tirantes. En la Figura 1-8 se presenta el modelo de bielas y tirantes recomendado en las Recomendaciones FIP 1999. En este modelo parte de la carga se transfiere directamente de la placa de carga al apoyo a través de una biela inclinada. El resto es resistido por los estribos mediante un reticulado simple, similar al supuesto en la resolución de este ejemplo. Las Recomendaciones FIP consideran que se pueden superponer ambos mecanismos portantes (es decir, biela directa y mecanismo reticulado). La distribución de la carga entre estos dos mecanismos depende de la relación entre la longitud de corte y el brazo de palanca interno, y se determina por medio de ecuaciones que han sido verificadas mediante resultados de ensayos.

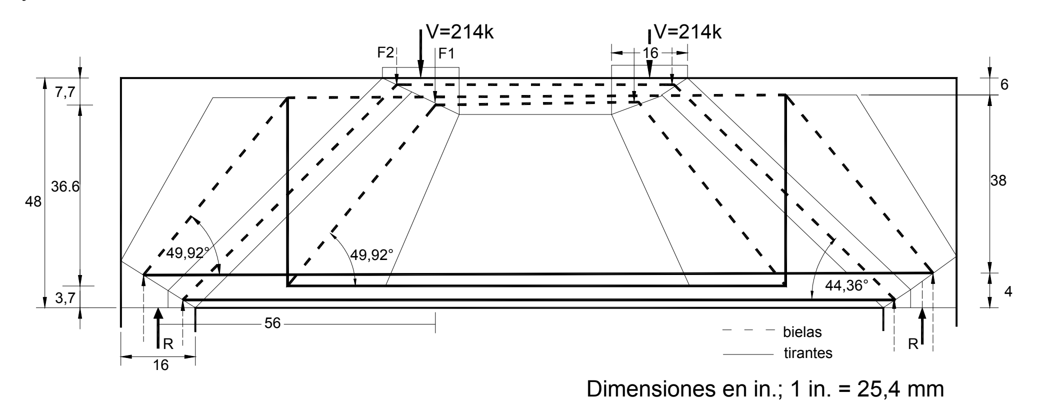


Figura 1-8: Modelo de acuerdo con FIP 1999

Otro modelo de bielas y tirantes que se podría haber seleccionado considera que en cada extremo de la viga la carga es transferida al apoyo por medio de una sola biela inclinada (Figura 1-9). Este modelo no requiere estribos verticales a lo largo de la longitud de corte (es decir, entre la placa de carga y el apoyo de la viga) para mantener el equilibrio. En ausencia de estribos es dable esperar grandes fisuras con cargas muy por debajo de la carga última y, por lo tanto, no se recomienda utilizar este modelo para el diseño. Sin embargo, se podría argumentar a favor de un modelo similar a este, siempre que se disponga armadura vertical mínima de estribos.

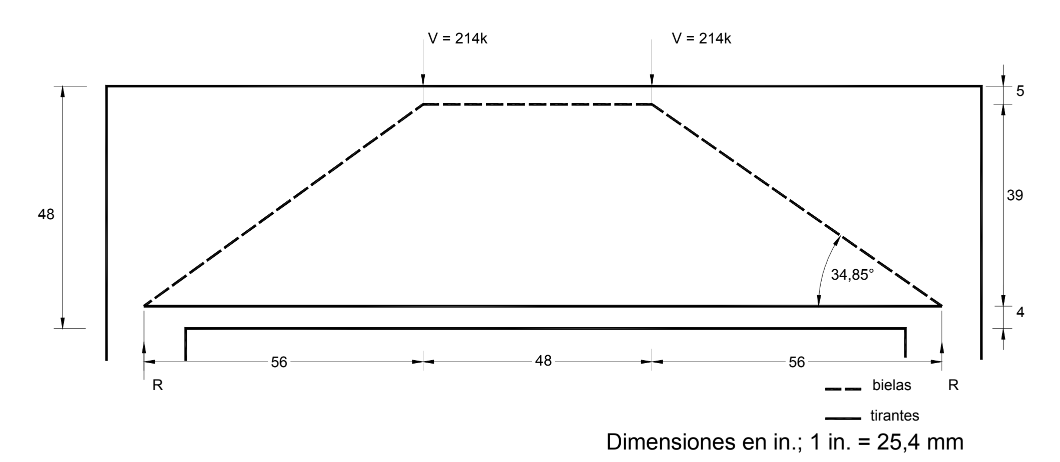


Figura 1-9: Carga transferida directamente al apoyo

6 Comentarios finales

El análisis del modelo de bielas y tirantes seleccionado resultó rápido y directo, y el diseño y verificación de la resistencia se efectuó con sencillez. Se halló que la metodología de bielas y tirantes proporciona un marco que permite comprender y evaluar el flujo de fuerzas y los mecanismos resistentes. Además, se demostró que constituye una valiosa herramienta para lograr un correcto detallado de los miembros dúctiles de hormigón.

Referencias

ACI 318-2002: *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.

FIP Recommendations (1999): *Practical Design of Structural Concrete*.
FIP-Commission 3 "*Practical Design*", Setiembre 1996.
Publ. SETO, Londres, Setiembre 1999. (Distribuido por: fib, Lausana)

Agradecimientos

Los autores agradecen la participación y contribución del Sr. Leonardo Flores en la preparación de la versión final de este trabajo.

Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura)

Tjen N. Tjhin

Daniel A. Kuchma

Sinopsis

Se diseñó una viga de 20 ft (6,10 m) de longitud empleando el método de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02. LA viga tiene 20 in. (508 mm) de ancho y 80 in. (2032 mm) de altura, y soporta dos cargas concentradas factoreadas, V_u, de 360 kips (1601 kN) cada una. En todos los puntos de carga y apoyo se dispusieron placas de apoyo de 18 in. x 20 in. (457 mm x 508 mm). Para el diseño se despreció el peso propio. La resistencia a la compresión del hormigón, f_c', y la resistencia a la fluencia del acero, f_y, se tomaron como 4 ksi (27,6 MPa) y 60 ksi (414 MPa), respectivamente.

Para el diseño se utilizó el modelo de bielas y tirantes sencillo ilustrado en la Figura (1b-2). La armadura provista para el tirante principal consiste en dos capas de cinco barras No. 9 (# 29 mm). El anclaje de estas barras se logra mediante ganchos normales a 90º. En la Figura (1b-6) se indican los detalles de la armadura.

Tjen N. Tjhin es candidato al doctorado en el Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. El área de sus investigaciones incluye el análisis no lineal y el diseño de estructuras de hormigón.

Daniel (Dan) A. Kuchma es Profesor Adjunto de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. Es miembro del Subcomité ACI 318E, Corte y Torsión, y también del Comité conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión y su Subcomité 445-A, Bielas y Tirantes.

1 Geometría y cargas

En la Figura (1b-1) se ilustran la estructura y las cargas consideradas

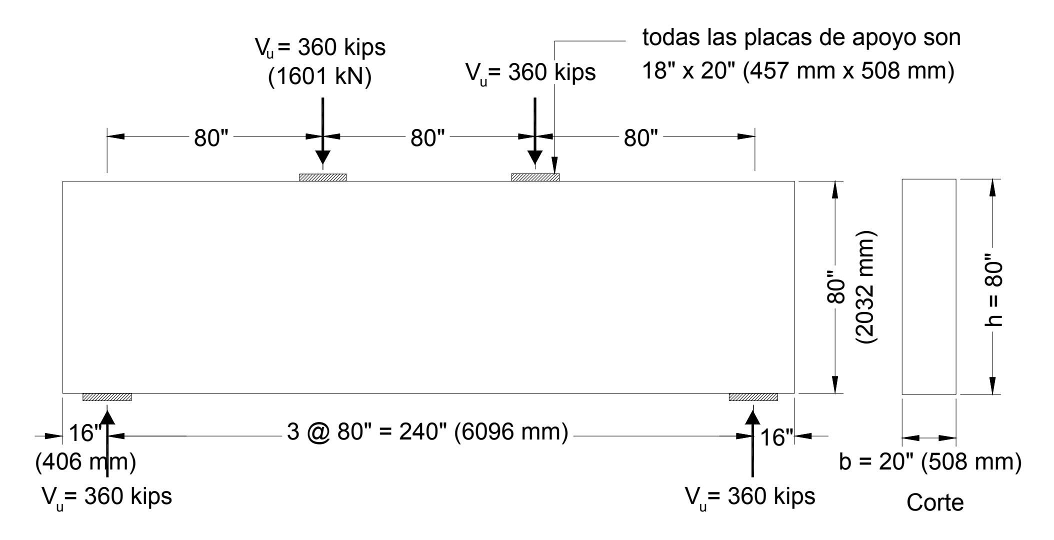


Figura 1b-1: Estructura y cargas

Resistencias de los materiales:

f_c' = 4 ksi (27,6 MPa) (hormigón de peso normal)

f_y = 60 ksi (414 MPa)

2 Procedimiento de diseño

La totalidad de la viga de gran altura constituye una región perturbada debido a que está próxima a discontinuidades estáticas, es decir, las fuerzas concentradas, a una distancia menor que una altura de la viga a cada lado de la discontinuidad. Sin embargo, para completar el diseño sólo es necesario considerar el tercio izquierdo de la estructura porque la geometría y las cargas son simétricas respecto a un eje vertical que pasa por la mitad de la longitud de la viga. La estructura se diseñará usando el método de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02. El procedimiento paso a paso es el siguiente:

- Paso 1: Verificar la capacidad portante en los puntos de carga y apoyo.
- Paso 2: Establecer el modelo de bielas y tirantes y determinar las fuerzas requeridas en el reticulado.
- Paso 3: Seleccionar la armadura del tirante.

- Paso 4: Diseñar las zonas nodales y verificar los anclajes.
- Paso 5: Verificar las bielas diagonales.
- Paso 6: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración.
- Paso 7: Detallar la armadura.

3 Cálculos

3.1 Paso 1: Verificar la capacidad portante en los puntos de carga y apoyo

El área de la placa de apoyo es A_c = 18 (20) = 360 in.^{2} (232.258 mm^2)

Las tensiones de apoyo en los puntos de carga y apoyo son

$$\frac{V_u}{A_c} = \frac{360(1000)}{360} = 1000\,\text{psi}\ (6,89\,\text{MPa})$$

Según la definición de la Sección A.5.2 de ACI, la zona nodal debajo de los puntos de carga constituye un nodo totalmente comprimido (CCC). La resistencia efectiva a la compresión de este nodo está limitada a

$$f_{cu} = 0,85\beta_n f_c' \qquad \text{[ACI Sección A.5.2 ec. (A-8)]}$$

$$= 0,85(1,00)(4000) = 3400\,\text{psi}$$

La zona nodal sobre los puntos de apoyo constituye un nodo tanto comprimido como traccionado (CCT). La resistencia efectiva a la compresión de este nodo es

$$f_{cu} = 0,85\beta_n f_c' \qquad \text{[ACI Sección A.5.2 ec. (A-8)]}$$

$$= 0,85(0,80)(4000) = 2720\,\text{psi}$$

Como las tensiones de apoyo son menores que los límites correspondientes, es decir, ϕf_{cu} = 0,75 (3400) = 2550 psi (17,58 MPa) en los puntos de carga y ϕf_{cu} = 0,75 (2720) = 2040 psi (14,07 MPa) en los apoyos, el área de las placas de apoyo provistas es adecuada.

3.2 Paso 2: Establecer el modelo de bielas y tirantes y determinar las fuerzas requeridas en el reticulado

En la Figura (1b-2) se ilustra el modelo de bielas y tirantes seleccionado. El reticulado consiste en una biela directa AB (o biela CD) que se extiende desde la carga aplicada hasta el apoyo. La biela BC y el tirante AD son necesarios para equilibrar el reticulado. Como se muestra en la Figura (1b-3), esta biela y este tirante forman un par de fuerzas,

$$F_{u,BC} = F_{u,AD} \qquad (1b\text{-}1)$$

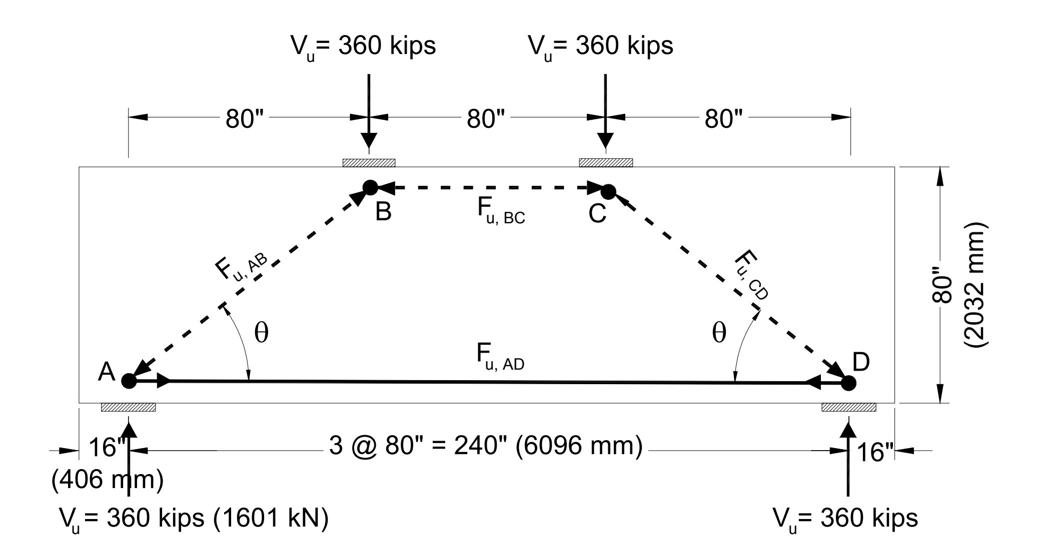


Figura 1b-2: Modelo de bielas y tirantes seleccionado

Es fácil definir la posición horizontal de los nodos A y B, pero es necesario estimar o determinar la posición vertical de estos nodos. Para utilizar plenamente la viga estos nodos deben estar tan cerca como sea posible de las partes superior e inferior de la misma. En otras palabras, se debe maximizar el brazo de palanca, jd, del par de fuerzas, y esto significa que se deben minimizar el ancho de la biela BC, w_s, y el ancho para anclar el tirante AD, w_t.

Para minimizar w_s la fuerza en la biela BC, $F_{u,BC}$, debe alcanzar su capacidad definida en la Sección A.3.2 de ACI, o bien

$$F_{u,BC} = \phi F_{nc} = \phi f_{cu} A_c = \phi(0,85\beta_s f_c^{'}) b w_s \text{, donde } \beta_s = 1,0 \text{ (prismática)} \qquad \text{(1b-2)}$$

Para minimizar w_t la fuerza en el tirante AD, $F_{u,AD}$, debe alcanzar la capacidad del nodo para anclar este tirante, la cual se define en la Sección A.5.2 de ACI, o bien

$$F_{u,AD} = \phi F_{nt} = \phi f_{cu} A_c = \phi(0,85\beta_n f_c^{'}) b w_t \text{, donde } \beta_n = 0,8 \text{ (nodo CCT)} \qquad \text{(1b-3)}$$

Sustituyendo las ecuaciones (1b-2) y (1b-3) en la ecuación (1b-1) se obtiene $w_t = 1,25\ w_s$ y

$$jd = 80 - w_s / 2 - w_t / 2 = 80 - 1,125 w_s \qquad \text{(1b-4)}$$

Escribiendo la ecuación de equilibrio de momentos respecto del punto A como se describe en la ecuación (1b-5) y reemplazando las ecuaciones (1b-2) y (1b-4) en esta ecuación se obtiene w_s = 7,95 in., y por lo tanto w_t = 9,94 in.

$$V_u(80) - F_{u,BC} jd = 0 \qquad \text{(1b-5)}$$

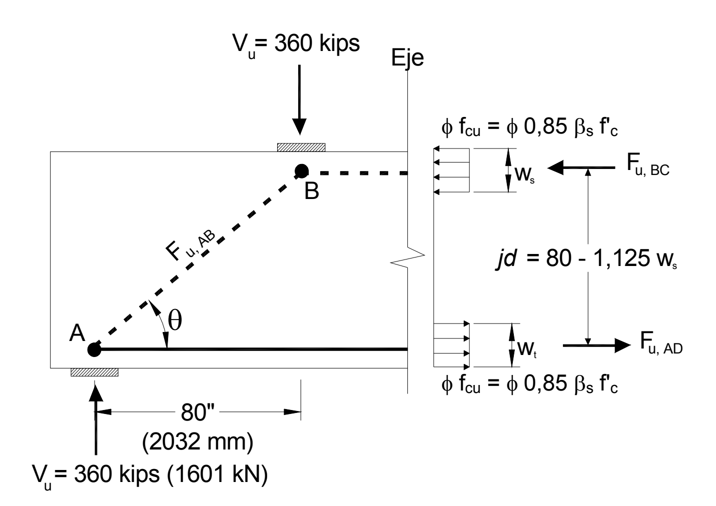


Figura 1b-3: Diagrama de cuerpo libre del tercio izquierdo de la viga de gran altura

Si los valores de w_s y w_t así obtenidos se utilizan para las dimensiones de las bielas y tirantes, la tensión en la biela BC, $F_{u,BC}$, estará en su valor límite y la fuerza en el tirante AD, $F_{u,AD}$, estará anclada en un área apenas suficiente. En este diseño se selecciona w_s = 8 in. (203 mm) y w_t = 10 in. (254 mm). Por lo tanto, d = 80 – 10/2 = 75 in., jd = 80 – 8/2 = 71 in. y $F_{u,BC} = F_{u,AD}$ = 360 (80) / 71 = 406 kips (1806 kN). La biela BC está ubicada a 8/2 = 4 in. (102 mm) de la parte superior de la viga y el tirante AD está ubicado a 10/2 in. (127 mm) de la parte inferior de la misma. En la Figura 1b-4 se ilustra la geometría corregida del reticulado.

El ángulo y la fuerza de la biela diagonal AB son θ = arctan (71/80) = 41,6º y $F_{u,AB}$ = 360/sin 41,6º = 542 kips (2411 kN), respectivamente.

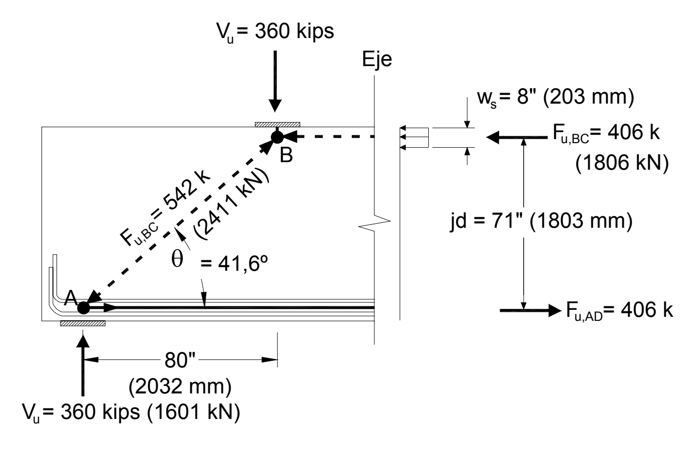


Figura 1b-4: Dimensiones y fuerzas del modelo de bielas y tirantes

3.3 Paso 3: Seleccionar la armadura del tirante

La armadura mínima provista para el tirante debe satisfacer

$$\phi F_{nt} = \phi A_{st} f_y \geq F_{u,AD} = 406 \text{ kips } (1806\,\text{kN}) \qquad \text{[ACI Secciones A.4.1 y A.2.6]}$$

Por lo tanto, la sección de armadura requerida para el tirante AD es

$$\frac{F_{u,AD}}{\phi f_y} = \frac{406}{0,75(60)} = 9,02\,\text{in.}^2$$

Consideramos las tres disposiciones de armadura siguientes:

– 1 capa de 6 barras # 11, A_{st} = 6 (1,56) = 9,36 in.^{2}, a 5 in. de la parte inferior

– 2 capas de 5 barras # 9, A_{st} = 2 (5) (1,00) = 10 in.^{2}, a 2,5 y 7,5 in. de la parte inferior

– 3 capas de 6 barras # 7, A_{st} = 10,8 in.^{2}, a 2, 5 y 8 in. de la parte inferior

Para una mejor distribución del acero y para facilitar el requisito sobre longitud de anclaje, seleccionamos 2 capas de 5 barras # 9 (# 29 mm), A_{st} = 10 in.^{2} (6452 mm^2).

3.4 Paso 4: Diseñar las zonas nodales y verificar los anclajes

Para anclar el tirante AD se utiliza un gancho normal a 90º. La longitud de anclaje requerida es

$$l_{dh} = \lambda \frac{0,02 f_y d_b}{\sqrt{f_c'}} = \frac{9,02}{10,0}\,\frac{0,02(60.000)(1,128)}{\sqrt{4000}} = 19,3\,\text{in.} \qquad \text{[ACI Sección 12.5]}$$

donde $\lambda = \dfrac{A_{st} \text{ requerido}}{A_{st} \text{ provisto}}$ representa el factor de corrección para exceso de armadura.

La Sección A.4.3.2 de ACI requiere que esta longitud de desarrollo empiece en el punto donde el baricentro de la armadura de un tirante abandona la zona nodal extendida e ingresa al tramo. Como se puede observar en la parte izquierda de la Figura (1b-5), la longitud de desarrollo disponible es 27,0 in. (686 mm). Como este valor es mayor que 19,3 in. (490 mm), la longitud de anclaje es adecuada.

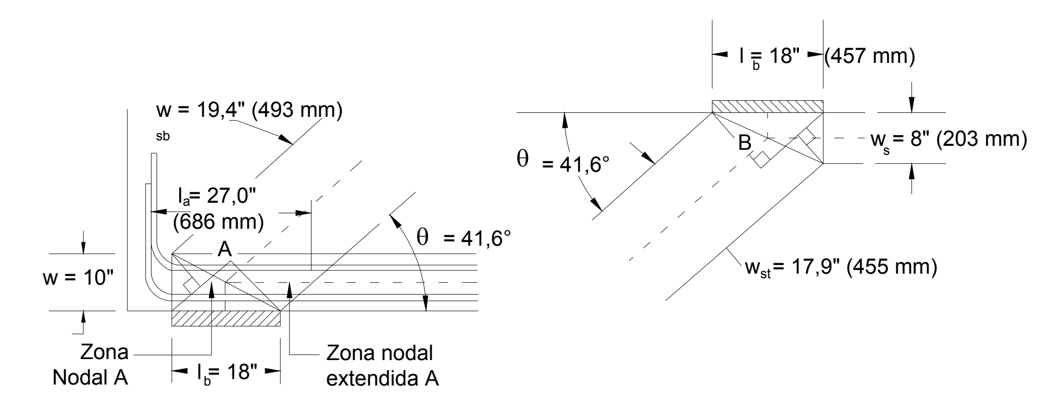


Figura 1b-5: Zonas nodales A y B

3.5 Paso 5: Verificar las bielas diagonales

De la Sección 3.2, el ángulo de la biela AB (o CD) es θ = 41,6º, y la fuerza es

$$F_{u,AB} = 542\,\text{kips}\ (2411\,\text{kN})$$

Como se indica en la Figura (1b-5), el ancho en la parte superior de la biela es

$$\begin{aligned} w_{st} &= l_b \sin\theta + w_t \cos\theta \\ &= 18\sin 41,6^o + 8\cos 41,6^o = 17,9\,\text{in.}\ (455\,\text{mm}) \end{aligned}$$

y el ancho en la parte inferior de la biela es

$$\begin{aligned} w_{sb} &= l_b \sin\theta + w_t \cos\theta \\ &= 18\sin 41,6^o + 10\cos 41,6^o = 19,4\,\text{in.}\ (493\,\text{mm}) \end{aligned}$$

Se anticipa que la biela AB será una biela en forma de botella. Asumiendo que se utiliza suficiente armadura de control de la fisuración para resistir la fuerza de estallido en la biela (β_s = 0,75), la capacidad de la biela AB está limitada a:

$\phi F_{ns} = \phi\ (0{,}85\beta_s f_c')bw_{st}$

= 0,75 (0,85) (0,75) (4) (20) (17,9) [ACI Secciones A.2.6 y A.3.2]

= 685 kips (3047 kN).

Como este valor es mayor que la fuerza requerida, la biela AB (o CD) resulta adecuada.

3.6 Paso 6: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración

La armadura de corte vertical provista debe ser al menos

A_v = 0,0025bs [ACI Sección 11.8.4]

y la armadura de corte horizontal provista debe ser al menos

A_{vh} = 0,0015bs$_2$ [ACI Sección 11.8.5]

donde s y s_2 no pueden ser mayores que d/5 ni 12 in.

Para la armadura de corte vertical usar barras # 5 (# 16 mm) separadas 12 in. (305 mm) en cada cara en la totalidad de la longitud, A_v / bs = 2 (0,31) / 20 / 12 = 0,0026 > 0,0025.

Para la armadura de corte horizontal usar barras # 4 (# 13 mm) separadas 12 in. (305 mm) en cada cara en la totalidad de la longitud, A_{vh} / bs$_2$ = 2 (0,20) / 20 / 12 = 0,0017 > 0,0015.

Como para calcular la resistencia de la biela AB se utilizó β_s = 0,75 la armadura mínima provista también debe satisfacer

$$\sum \frac{A_{si}}{bs_i} \sin \gamma_i \geq 0,0030$$ [ACI Sección A.3.3.1 ec. (A-4)]

donde γ_i es el ángulo formado por el eje de la armadura mínima y el eje de la biela. En base a la armadura de corte provista,

$$\sum \frac{A_{si}}{bs_i} \sin \gamma_i = 0,0017 \sin 41,6^\circ + 0,0026 \sin 48,4^\circ = 0,0031 \geq 0,003.$$

3.7 Paso 7: Detallar la armadura

En la Figura (1b-6) se ilustran los detalles de las armaduras.

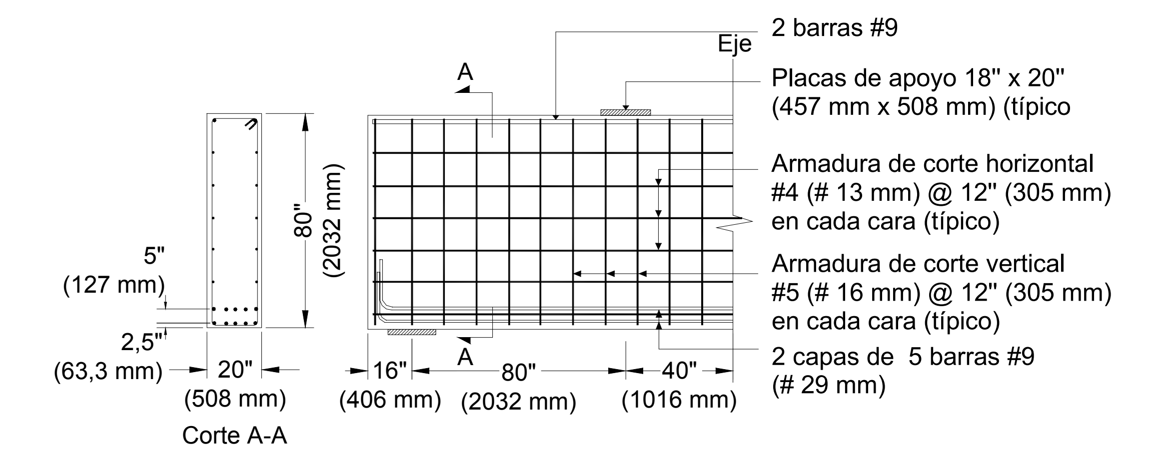


Figura 1b-6: Detalles de las armaduras

4 Resumen

Se presenta un diseño de una viga de gran altura simplemente apoyada solicitada por dos cargas puntuales. Este diseño se efectuó usando los requisitos del Apéndice A de ACI 318-02, "Modelos de Bielas y Tirantes."

Los pasos más importantes en el proceso de diseño de esta viga de gran altura implican definir la región D y las fuerzas de borde que actúan sobre dicha región, visualizar un reticulado que lleve las fuerzas de borde en la región D (es decir, el modelo de bielas y tirantes), resolver las fuerzas en los miembros del reticulado, proveer armadura que conforme los tirantes de acero, dimensionar las bielas y nodos y proveer armadura distribuida para lograr ductilidad.

La totalidad de la viga de gran altura constituye una región D debido a que está próxima a discontinuidades estáticas, es decir, las fuerzas concentradas, a una distancia menor que una altura de la viga a cada lado de la discontinuidad. Para el diseño se utilizó un modelo de bielas y tirantes sencillo. Este modelo de bielas y tirantes dio por resultado el uso de 2 capas de 5 barras # 9 (# 29 mm) para el tirante principal. Se prestó particular atención al anclaje de este tirante principal a fin de garantizar que pueda transferir la fuerza requerida sin que se produzcan fallas de anclaje. Los requisitos de anclaje se satisficieron usando ganchos normales a 90º.

Referencias

ACI 318-2002: *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 2002, 443 pp.

Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura)

Ejemplo 2: Viga T con extremos entallados soportada por una viga T invertida

David H. Sanders

Sinopsis

En los extremos de las vigas con extremos entallados la transferencia de carga del apoyo hacia la viga constituye una región D. Los modelos de bielas y tirantes son una herramienta excelente para modelar estas regiones. En numerosas aplicaciones, por ejemplo en estructuras para edificios de estacionamiento, se utilizan vigas con extremos entallados en combinación con vigas T invertidas. En cada punto donde la carga de la viga con extremos entallados se apoya sobre la viga T invertida se forma una región D. En el siguiente ejemplo se utilizó el Apéndice A de ACI 318-02 para diseñar tanto la región de los extremos de la viga con extremos entallados como los estribos y armadura vertical necesarios para cada punto de carga en la viga T invertida. Las regiones B convencionales de la viga con extremos entallados se diseñaron utilizando el diseño convencional adoptado por ACI para el diseño de vigas.

David H. Sanders, miembro de ACI, recibió su título de Ingeniero Civil de la Iowa State University y su master y doctorado de la Universidad de Texas en Austin. Preside el Comité ACI 341, Puentes de Hormigón Sismorresistentes, y es miembro de TAC. Sus investigaciones se relacionan con el comportamiento y diseño de sistemas de hormigón, con particular énfasis en el diseño de puentes y aplicaciones sísmicas.

1 Geometría y cargas

Una viga T de hormigón con extremos entallados es soportada por una viga T invertida. El alma tiene 10 in. (254 mm) de ancho y la sección tiene una altura total de 19 in. (483 mm) (ver Figura 2-1). La viga T invertida también tiene una altura de 19 in. (483 mm) y un ancho de asiento de 7 in. (178 mm) (ver Figura 2-2). Las vigas T están ubicadas con una separación de 10 pies (3048 mm) sobre la longitud de la viga T invertida y tienen una longitud de 32 pies (9900 mm). Hay una sobrecarga de 100 psf (4,79 kN/m^2) y una carga permanente superpuesta de 10 psf (0,48 kN/m^2).

El ancho de la zona de influencia de cada una de las vigas T es de 10 pies (3048 mm). Por lo tanto, la sobrecarga efectiva es 1,0 k/ft (14,6 kN/m) y la carga permanente incluyendo la carga permanente superpuesta es 0,87 k/ft (12,7 kN/m). Esto produce una carga distribuida factoreada de 2,64 k/ft (38,6 kN/m), calculada en base a 1,2 D + 1,6 L. El momento de diseño positivo (M_u) es 1/8 x 2,64 x 32,5^2 x 12 = 4183 in-kips (473 kN-m). La fuerza horizontal en el apoyo se toma como 10 kips (44,5 kN).

La resistencia del hormigón es 5500 psi (38 MPa). La armadura tiene una tensión de fluencia igual a 60.000 psi (414 MPa).

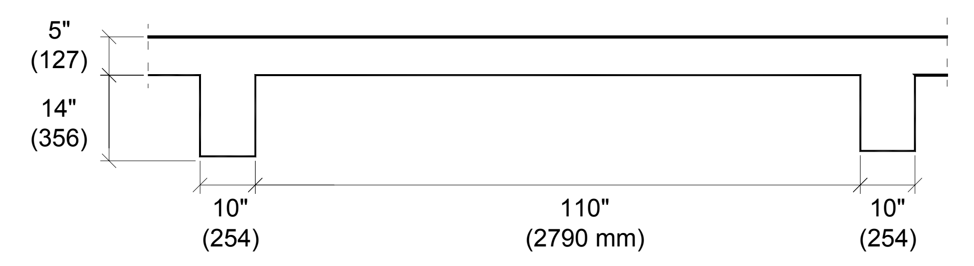


Figura 2-1: Geometría de la viga T

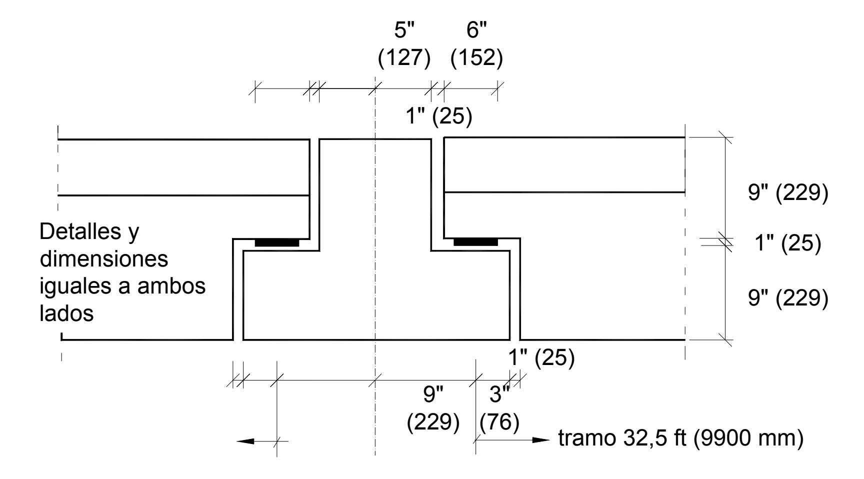


Figura 2-2: Detalles de la viga con extremos entallados y de la viga T invertida

2 Procedimiento de diseño

La estructura es una combinación de regiones D en los extremos entallados de la viga T y cerca de los puntos de carga de la viga T invertida. Las restantes zonas de las vigas constituyen regiones B. La viga T con extremos entallados simplemente apoyada se diseñará al momento y corte de forma tradicional. El modelo de bielas y tirantes se usará para hacer la transición de las fuerzas entre la sección de la viga y la carga concentrada en el apoyo. Luego la carga concentrada en el apoyo se distribuirá a la viga T invertida.

Se seguirán los siguientes pasos:

- Paso 1: Diseño a flexión de las regiones B.
- Paso 2: Diseño al corte de las regiones B.
- Paso 3: Modelo de bielas y tirantes para los extremos entallados.
- Paso 4: Diseño y verificación de las capacidades de las bielas, tirantes y nodos.
- Paso 5: Modelo de bielas y tirantes para la viga T invertida.
- Paso 6: Diseño y verificación de las capacidades de las bielas, tirantes y nodos.

3 Cálculos

3.1 Paso 1: Diseño a flexión de las regiones B

Se asumió que la armadura de tracción consiste en 2 filas de barras #9 (29 mm). Por lo tanto, la profundidad efectiva d = 19 – 1,5 – 3/8 – 9/8 – 1,25/2 = 15,375 in. (391 mm), ver Figura 2-3. Las barras centrales ilustradas en la Figura 2-3 se usarán como parte del modelo de bielas y tirantes en la región correspondiente a los extremos entallados; no formarán parte del diseño tradicional a flexión.

El ancho efectivo $b_e = b_w + 16\ (t) = 10 + 16\ (5) = 90$ in. (2286 mm)

Fijando $M_u = 4183$ in-kips $= \Phi\ M_n = 0{,}9\ A_s\ f_y\ (d - a/2)$

$A_s = 5{,}21$ in.^{2} (3363 mm^2) y a = 0,74 in. (19 mm)

Usar 6 barras #9 (29 mm); $A_s = 6{,}0$ in.^{2} (3871 mm^2)

La cantidad de armadura de tracción satisface tanto A_s mínimo como A_s máximo.

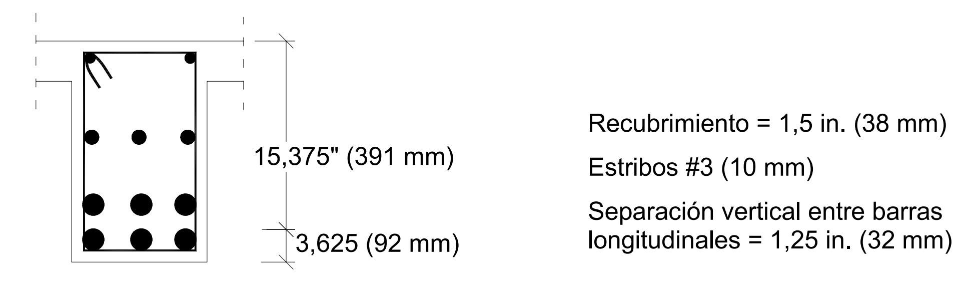


Figura 2-3: Sección transversal de la viga T

3.2 Paso 2: Diseño al corte

ACI 318 (1) permite realizar el diseño al corte a una distancia d a partir de la cara del apoyo. Debido a los extremos entallados, el diseño al corte se determinó a una distancia d a partir de la cara de la sección corta (d = 7 in. (178 mm)).

$$V_u = 2{,}64/12 \times (32{,}5/2 \times 12 - 4 - 7) = 40{,}5\,\text{kips} \quad (180\,\text{kN})$$

$$V_c = 2\sqrt{f'_c}\,b_w d = 2\sqrt{5.500}\;10 \times 15{,}375/1000 = 22{,}8\,\text{kips} \quad (101\,\text{kN})$$

$$V_u = 40{,}5 = \Phi V_n = \Phi(V_c + V_s) = 0{,}75(22{,}8 + V_s) \Rightarrow V_s = 31{,}2\,\text{kips} \quad (139\,\text{kN})$$

$$V_s = 31{,}2 = A_v f_y d/s = A_v/s\,60 \times 15{,}375 \Rightarrow A_v/s = 0{,}0338\,\text{in}^2/\text{in.} \;(0{,}86\,\text{mm}^2/\text{mm})$$

Si se utilizan aros #3 (10 mm) A_v = 0,22 in.^{2} (142 mm^2) y s = 6 in. (152 mm).

Verifica ya que s < d/2 = 7,7 in. (196 mm).

3.3 Paso 3: Desarrollo de un modelo de bielas y tirantes para la viga con extremos entallados

En la Figura 2-4 se ilustra el modelo de bielas y tirantes supuesto. Sobre el costado derecho del modelo de bielas y tirantes se asume que el tirante de la parte inferior de la sección está ubicado en el centro de la armadura longitudinal de tracción. Se asume que la biela de la parte superior de la sección está ubicada a una profundidad igual al 10% de la altura total. Esta también se podría tomar en el centro de la zona de compresión de acuerdo con lo calculado en el paso 1. La distancia entre los ejes de la biela superior y el tirante inferior es igual a (15,375 − 0,1 x 19) = 13,48 in. (342 mm). La carga distribuida se reparte al nodo más cercano usando el ancho de la zona de influencia a cada lado del nodo.

Para determinar el resto de la geometría del modelo de bielas y tirantes es necesario suponer una ubicación para el Tirante AD, el Tirante BC y el Tirante EF. La ubicación del Tirante AD permite espacio suficiente para una placa de extremo y los requisitos sobre recubrimiento de las armaduras (1,5 in. (38 mm)). El Tirante BC estará formado por varios

estribos y, por lo tanto, el baricentro se debe ubicar alejado del extremo de la viga. El Tirante EF se colocó a una distancia igual a dos separaciones de los estribos (12 in. (305 mm)) a partir de BC. Ver Figura 2-4.

A partir de consideraciones geométricas surge:

$\tan\theta_1 = 5,1/8 \Rightarrow \theta_1 = 32,5^o$ $\tan\theta_2 = 5,1/7 \Rightarrow \theta_2 = 36,1^o$

$\tan\theta_3 = 8,38/7 \Rightarrow \theta_3 = 50,1^o$ $\tan\theta_4 = 5,1/5 \Rightarrow \theta_4 = 45,6^o$

A partir de consideraciones estáticas tenemos:

Biela AB =	78,2 kips (348 kN)	Tirante AD =	76,0 kips (338 kN)
Biela BD =	62,9 kips (280 kN)	Biela BE =	15,2 kips (67,6 kN)
Tirante BC =	76,9 kips (342 kN)	Biela CD =	100 kips (445 kN)
Tirante CF =	64,3 kips (286 kN)	Tirante EF =	37,0 kips (164 kN)
Biela DE =	55,9 kips (249 kN)		

Reacción vertical = 43,6 kips (194 kN)

Reacción Horizontal = 10 kips (44,5 kN)

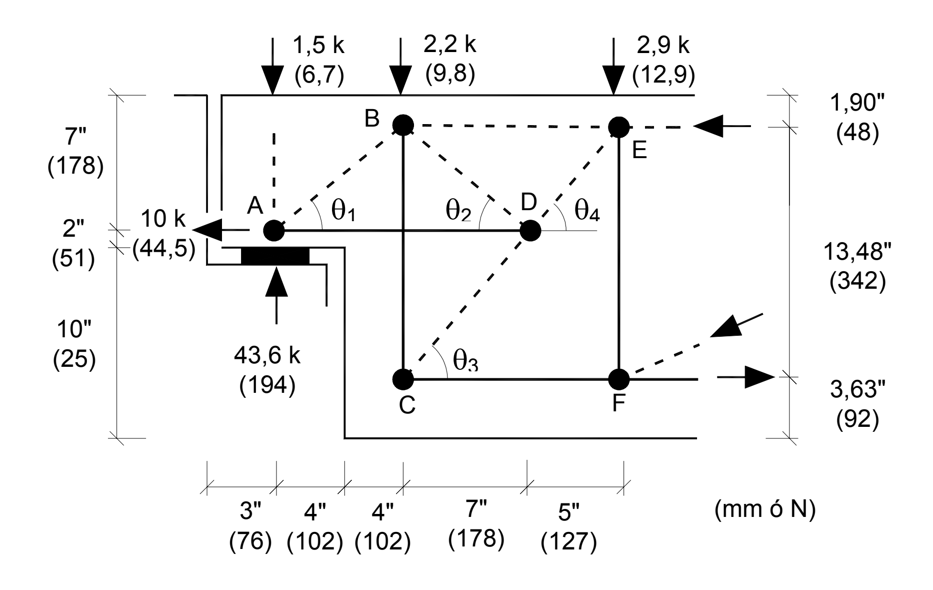


Figura 2-4: Modelo de bielas y tirantes supuesto

3.4 Paso 4: Diseño y verificación de las capacidades de las bielas, tirantes y nodos

3.4.1 Nodo A

Es necesario verificar el Nodo A, es decir, la unión de la Biela AB y el Tirante AD en el apoyo extremo (ver Figura 2-5). La superficie de apoyo es 4 in. x 7 in. (102 mm x 178 mm). La longitud de desarrollo potencial para el Tirante AD se extiende hasta el punto donde el Tirante AD abandona la Biela AB. Debido a la escasa longitud de desarrollo, a fin de proveer desarrollo es necesario utilizar una placa en el extremo de la armadura del tirante. Esta placa también se tomó de 4 in. x 7 in. (102 mm x 178 mm). Si se proveyera mayor distancia más allá del apoyo o armadura adicional en el tirante puede que no fuera necesario utilizar la placa de extremo. El Código ACI actual no permite reducir la longitud de desarrollo aún cuando haya una elevada carga de compresión en la barra.

Para el nodo β_n es igual a 0,80 porque hay un tirante anclado. Para la Biela AB β_s puede ser 0,60 ó 0,75 si se colocan estribos suficientes: $\Sigma A_{si} / bs_i \sin \gamma_i \geq 0{,}003$. AB => 0,22 / (10x2) x sin (90 − 32,5) = 0,009 >> 0,003. De modo que se podría usar β_s = 0,75 si los estribos #3 (10 mm) se prolongaran hacia el extremo entallado. Se demostrará que esto no es necesario para proveer capacidad.

Capacidad de apoyo (A) = 0,75 (0,85 x 0,8 x 5,5) (4 x 7) =

79 kips (351 kN) > 43,6 kips (194 kN)   Verifica

Capacidad de la placa de apoyo del tirante (A) = 0,75 (0,85 x 0,8 x 5,5) (4 x 7) =

79 kips (351 kN) > 75,9 kips (338 kN)   Verifica

Armadura del tirante (AD) => 75,9 kips = 0,75 ($A_{s,AD}$) 60 => $A_{s,AD}$ = 1,69 in.^{2} (1090 mm^2)

Usar 3 barras #7 (22 mm); $A_{s,AD}$ = 1,80 in.^{2} (1161 mm^2) (Si se desea acortar la longitud de desarrollo o aumentar el tamaño del nodo se podría usar más de una capa.)

Ancho Biela AB (perpendicular a la línea de acción) = $l_b \sin\theta_1 + h_t \cos\theta_1$ =

= 4 sin (32,5) + 4 cos (32,5) = 5,52 in. (140 mm)

Asumir que el ancho de la biela es igual al ancho de la viga (10 in. (254 mm)).

Capacidad Biela AB = 0,75 (0,85 x 0,6 x 5,5) (5,52 x 10) = 116 kips (516 kN)

> 78,2 kips (348 kN)   Verifica. No es necesario colocar armadura en la biela.

La dimensión dada en la Figura 2-5 para la distancia entre la parte inferior de la sección y el Tirante CF es ligeramente diferente a la dimensión de la Figura 2-4, utilizada para calcular los ángulos. Esto se debe a la necesidad de acomodar la armadura del Tirante BC. Debido a que la variación fue insignificante las fuerzas y los ángulos no se calcularon nuevamente.

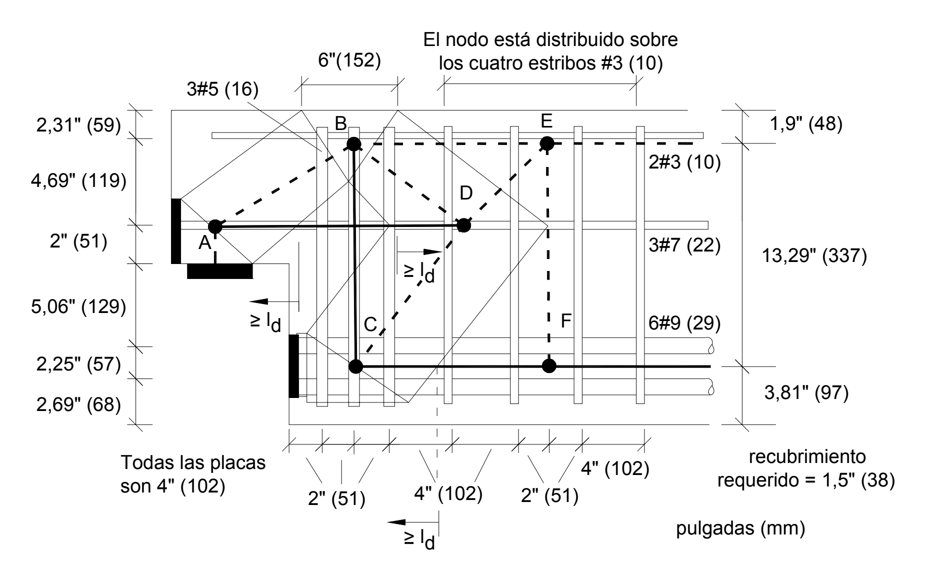


Figura 2-5: Detalles de las bielas y tirantes con la armadura propuesta

3.4.2 Nodo B

Para el Nodo B β_n es igual a 0,80 porque está anclando un tirante. Para la Biela BE β_s es igual a 1. Como el nodo tiene un β menor que la Biela BE, esta última no será determinante. Para las Bielas AB y BD los valores de β_s son 0,60 y por lo tanto serán determinantes para el diseño a compresión. El tamaño de las bielas es determinado por el ancho del Tirante BC.

Tirante BC = 76,8 kips = 0,75 ($A_{s,BC}$) 60 => $A_{s,BC}$ = 1,71 in.^{2} (1103 mm^2)

Usar 3 estribos #5 (16 mm); $A_{s,BC}$ = 1,86 in.^{2} (1200 mm^2)

La Figura 2-5 muestra la configuración del Nodo B. Los estribos #5 (16 mm) se colocaron con una separación de 2 in. (51 mm), creando una cara nodal de 2 x 2 + 2 = 6 in. (152 mm). Las 2 in. (51 mm) adicionales surgen de permitir que el ancho del tirante se extienda algo más allá de la armadura (separación/2).

$$\text{Ancho Biela AB} = l_b \sin\theta + h_t \cos\theta =$$
$$6/2(32,5) + 3,8\cos(32,5) = 4,82\,\text{in.} \quad (122\,\text{mm})$$
$$\text{Ancho Biela BD} = l_b \sin\theta + h_t \cos\theta =$$
$$6/2\sin(36,1) + 3,8\cos(36,1) = 4,84\,\text{in.} \quad (123\,\text{mm})$$

Para las Bielas AB y BD considerar el ancho de la biela igual al ancho del alma de la viga (10 in. (25 mm)). Si se desprecia la armadura β_s para las bielas es 0,60 (bielas en forma de botella). Por lo tanto, β_s se podría aumentar a 0,75 si se dispone armadura que satisfaga

A3.3.1 ($\Sigma\ A_{si}\ /bs_i \sin \gamma_i \geq 0{,}003$). En la figura 2-5 no se muestra el límite superior de la Biela BD porque toda el área está en compresión. Además, la biela se dirige al Nodo D, que es un nodo distribuido.

Capacidad Bielas AB y BD = 0,75 (0,85 x 0,6 x 5,5) (4,8 x 10) = 101 kips (449 kN)

> 78,2 y 62,9 kips (348 y 280 kN) Verifica

La longitud de desarrollo para el Tirante BC en el Nodo B está determinada por las verificaciones del desarrollo de los estribos de las Secciones 12.13 y 7.1.3 de ACI 318. El tirante debe anclarse tanto en su parte superior como en su parte inferior.

3.4.3 Nodo C

Para el nodo β_n es igual a 0,60 porque está anclando dos tirantes. El ancho inferior del nodo se fijó en función de la armadura vertical del Tirante BC, 6 in. (152 mm). En la Figura 2-5 se ilustra una placa de apoyo, la cual se podría eliminar moviendo el nodo/centro de la armadura hacia la derecha o aumentando la distancia entre la armadura vertical. La longitud de desarrollo se mide a partir del límite extremo derecho del nodo hacia la placa de apoyo.

Armadura Tirante CF => 64,2 kips = 0,75 ($A_{s,CF}$) 60 => $A_{s,CF}$ = 1,43 in.^{2} (920 mm^2). Si las 6 barras #9 (29 mm) se prolongan hacia el interior del Nodo C $A_{s,CF}$ = 6,0 in.^{2} (3871 mm^2). La armadura adicional ayudará a reducir la longitud de desarrollo necesaria, pero aún así será mayor que la disponible. La distancia disponible para desarrollar el Tirante CF en el nodo es la distancia desde el borde del hormigón menos el recubrimiento hasta el punto donde el tirante abandona la Biela CD: 6 – 1,5 + 2 tan (50,1) = 6,9 in. (175 mm). En este caso a las barras #9 (29 mm) se agregó una placa de apoyo de 5 in. x 7 in. (127 mm x 178 mm).

Capacidad placa de apoyo Tirante CF = 0,75 (0,85 x 0,6 x 5,5) (5 x 7)

= 73,6 kips (327 kN) > 64,2 kips (286 kN) Verifica

Ancho Biela CD = $l_b \sin\theta + h_t \cos\theta$ = 6 sin (50,1) + 4 cos (50,1) = 7,2 in. (182 mm)

Asumir que el ancho de la biela es igual al ancho de la viga (10 in. (254 mm)) y que β_s = 0,6.

Capacidad Biela CD = 0,75 (0,85 x 0,6 x 5,5) (7,2 x 10) = 179 kips (796 kN)

100 kips (445 kN) Verifica

3.4.4 Nodo D

Para el Nodo D sólo hay que determinar la longitud de desarrollo del Tirante AD. Las bielas que ingresan al Nodo D están distribuidas. En el Nodo D el ancho de una biela será mayor o igual que el ancho de la biela en el otro extremo (Nodo B y Nodo C). Por lo tanto,

en el Nodo D las verificaciones de capacidad quedan satisfechas por las verificaciones realizadas en 3.4.3 y 3.4.4. Se asumió que el ancho de la biela era constante entre los Nodos C y D. Con esto queda definido el límite izquierdo del nodo y el punto a partir del cual se puede desarrollar el Tirante AD.

Longitud de desarrollo para AD => l_d/d_b = 60.000 (1) (1) (1) (25 $\sqrt{5500}$) =>

l_d = 28,3 in. (719 mm) medidos a partir del lado izquierdo del Nodo D.

3.4.5 Nodos E y F

Ambos nodos están distribuidos sobre múltiples estribos. El número de estribos depende de la fuerza en el Tirante EF.

Tirante EF = 37,0 kips = 0,75 ($A_{s,EF}$) 60 => $A_{s,EF}$ = 0,82 in.^{2} (529 mm^2). Usar 4 estribos #3 (10 mm) con una separación de 4 in. (102 mm). $A_{s,EF}$ = 0,88 in.^{2} (567 mm^2). Con la separación de 4 in. (102 mm) se obtiene un baricentro sobre la recta EF y una distribución de los estribos entre el Nodo C y el Nodo F.

3.4.6 Modelos Alternativos

Se han desarrollado otros modelos potenciales para vigas con extremos entallados. Las Recomendaciones FIP "Diseño práctico del hormigón estructural" (2) contiene uno de estos modelos (ver Figura 2-6). Ensayos realizados indican que se forma una fisura en la esquina hacia la derecha del apoyo. En el primer modelo (ver Figura 2-4) una biela (BD) atraviesa la fisura, mientras que en este modelo no existe esa área de compresión. Esto es más compatible con la formación de fisuras, ya que permitiría que el área traccionada se extienda más aún hacia el interior de la viga. En el modelo alternativo el valor del Tirante AD es igual al ilustrado en el primer modelo, pero los valores de los Tirantes BC y CF son mucho menores en el modelo FIP. Esta es una solución aceptable para el modelo de bielas y tirantes.

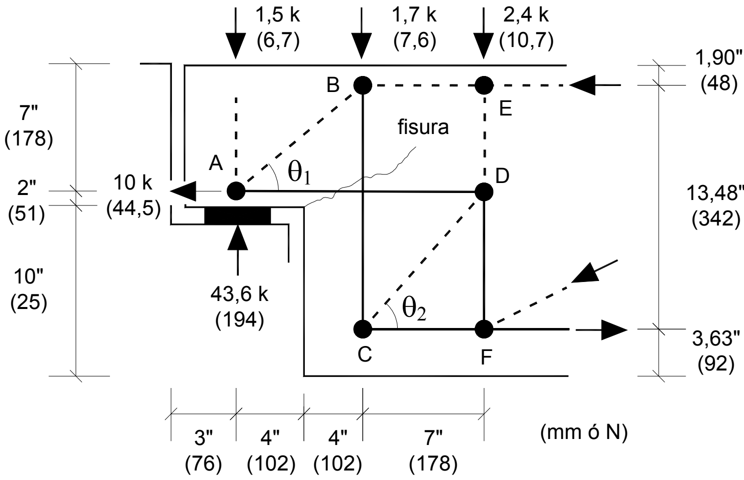


Figura 2-6: Modelo alternativo

A partir de consideraciones geométricas surge:

$\tan\theta_1 = 5{,}1/8 \Rightarrow \theta_1 = 32{,}5^o$ $\tan\theta_2 = 8{,}38/7 \Rightarrow \theta_2 = 50{,}1^o$

A partir de consideraciones estáticas tenemos:

Biela AB =	78,2 kips (348 kN)	Tirante AD =	76,0 kips (338 kN)
Biela BE =	76,0 kips (338 kN)	Tirante BC =	40,4 kips (180 kN)
Biela BC =	52,7 kips (234 kN)	Tirante DF =	38,0 kips (169 kN)
Tirante CF =	33,8 kips (150 kN)		

Reacción vertical = 43,6 kips (194 kN)

Reacción Horizontal = 10 kips (44,6 kN)

3.5 Paso 5: Modelo de bielas y tirantes para la viga T invertida

La Figura 2-7 ilustra el modelo de bielas y tirantes supuesto. A lo largo del eje longitudinal de la viga T invertida se utilizará la teoría tradicional de vigas.

A partir de consideraciones geométricas surge: $\tan\theta = (5{,}1)/6{,}625 \Rightarrow \theta = 37{,}6^o$

A partir de consideraciones estáticas tenemos:

Biela AC =	71,5 kips (318 kN)	Tirante AB =	66,6 kips (296 kN)
Tirante CE =	43,6 kips (194 kN)	Biela CD =	56,6 kips (252 kN)

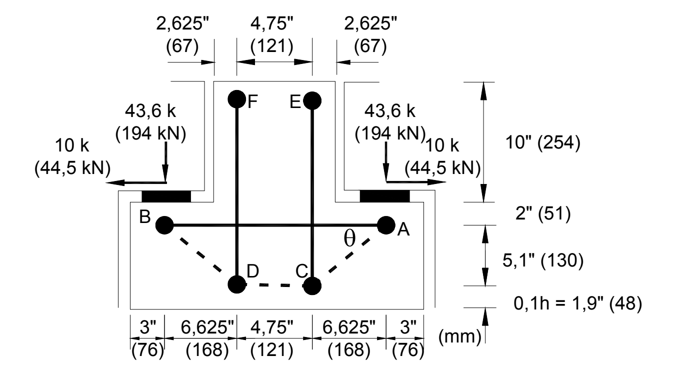


Figura 2-7: Modelo de bielas y tirantes para la viga T invertida

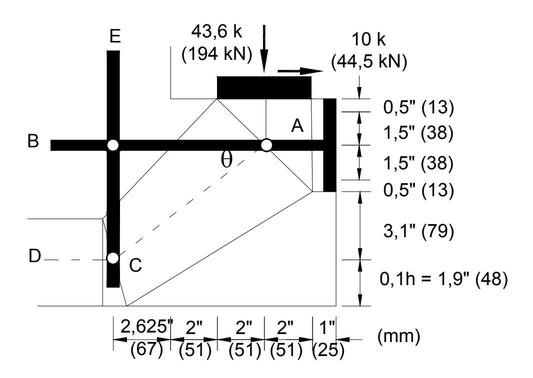


Figura 2-8: Detalles de las bielas y tirantes

3.6 Paso 6: Diseño y verificación de las capacidades de las bielas, tirantes y nodos de una viga T invertida

3.6.1 Nodo A

Es necesario verificar/diseñar la resultante de la Biela AC y el Tirante AB en el apoyo de la viga T invertida (ver Figura 2-8). La superficie de apoyo para la saliente de la viga T es de 4 in. x 7 in. (127 mm x 178 mm). Debido a la escasa longitud de desarrollo es necesario usar una placa de extremo. Esta placa también se tomó de 4 in. x 7 in. (102 mm x 178 mm). Utilizar este tipo de placas y soldar las barras a la placa constituyen prácticas habituales.

Para el nodo β_s es igual a 0,80 porque está anclando un tirante. Para la Biela AB β_s puede ser 0,60 ó 0,75 si se colocan estribos suficientes: $\Sigma\, A_{si} / bs_i \sin \gamma_i \geq 0{,}003$.

Capacidad de apoyo = 0,75 (0,85 x 0,8 x 5,5) (4 x 7) = 78,5 kips (349 kN)

> 43,6 kips (194 kN) Verifica

Capacidad de la placa de apoyo del tirante = 0,75 (0,85 x 0,8 x 5,5) (4 x 7) =

78,5 kips (349 kN) > 66,6 kips (796 kN) Verifica

Armadura del tirante AB => 66,6 kips = 0,75 ($A_{s,AB}$) 60 => $A_{s,AB}$ = 1,48 in.^{2}

Usar 3 barras #7 (22 mm); $A_{s,AB}$ = 1,80 in.^{2} (1161 mm^2)

Ancho Biela AC (perpendicular a la línea de acción) = $l_b \sin\theta + h_t \cos\theta$ =

= 4 sin (37,6) + 4 cos (37,6) = 5,61 in. (142 mm)

Asumir que el ancho de la biela es igual al ancho de la sección (10 in. (254 mm)).

Capacidad Biela AC en (A) = 0,75 (0,85 x 0,6 x 5,5) (5,61 x 10) = 118 kips (525 kN)

> 71,5 kips (318 kN) Verifica.

3.6.2 Nodo C

Para el Nodo C hay una tracción transversal originada por la flexión longitudinal de la viga T invertida. Por lo tanto β_s es 0,60 ya que habría dos o más tirantes anclados en un modelo de bielas y tirantes tridimensional. Para las Bielas AC y CD β_s sería 0,4 ya que están ubicadas en la zona traccionada del miembro.

Armadura del tirante CE => 43,6 kips = 0,75 ($A_{s,CE}$) 60 => $A_{s,CE}$ = 0,97 in.^{2}. Usar 4 barras #5 (16 mm); $A_{s,CE}$ = 1,24 in.^{2} (800 mm^2). Distribuir las barras como se indica en la Figura 2-9. Las barras estarán a 3 in. (76 mm) entre centro y centro a lo largo del eje longitudinal de la viga T invertida. La separación de 3 in. (76 mm) proporciona una distribución de los estribos en el ancho de asiento de la viga T.

La ubicación del Nodo C se tomó a 0,1h de la parte inferior de la viga, por lo tanto la altura del nodo es el doble de dicho valor ó 3,8 in. (96 mm). El ancho del nodo es determinado por la armadura vertical (Tirante CE). El ancho se tomó como el tamaño de las barras más 1 in. (25 mm) a cada lado. Actualmente el Apéndice A no contiene este tipo de lineamientos. El ancho de la Biela AC es igual a $l_b \sin\theta + h_t \cos\theta = (2,62)$ sin (37,6) + (3,8) cos (37,6) = 4,61 in. (117 mm). El ancho de la biela es igual al ancho de la armadura del Tirante CE en el eje longitudinal de la viga T invertida (9 in.) más la mitad de la separación (1,5 in. (38 mm)) a cada lado de la armadura (11,5 in. (292 mm)). Capacidad Biela AC en (A) = 0,75 (0,85 x 0,4 x 5,5) (4,61 x 11,5) = 74,4 kips (331 kN) > 71,5 kips (318 kN) Verifica.

El espesor de la Biela CD es igual al de la Biela AC (11,5 in. (292 mm)) y el ancho es 1,9 x 2 = 3,8 in. (96 mm).

Capacidad Biela CD en (C) = 0,75 (0,85 x 0,4 x 5,5) (3,8 x 11,5) = 61,3 kips (273 kN) > 56,6 kips (252 kN) Verifica.

Debido al mayor valor de β en comparación con el de las bielas, el nodo no determina el diseño.

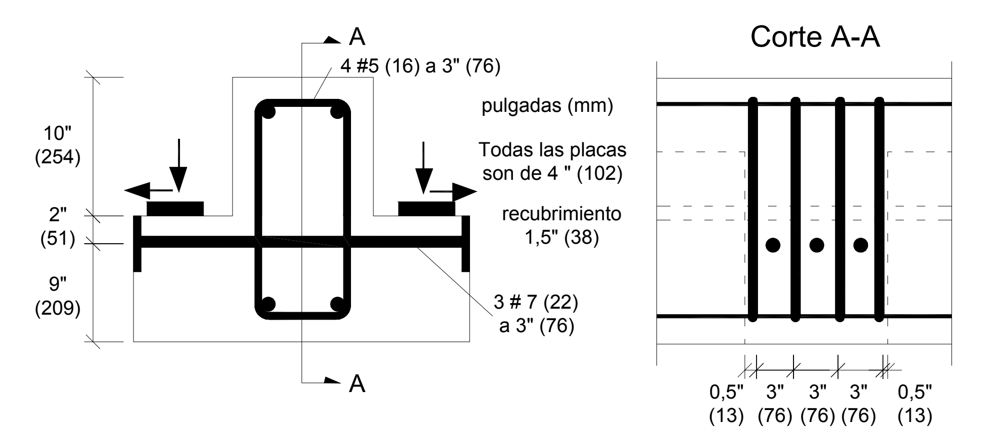


Figura 2-9: Detalles de las armaduras para la viga T invertida

4 Conclusiones

El ejemplo muestra cómo los requisitos del Apéndice A permiten modelar el flujo de las fuerzas a través de una estructura. Los modelos le proporcionan al ingeniero una herramienta de diseño racional para las partes de una estructura en las cuales no se puede aplicar la teoría de vigas tradicional.

5 Notación

a = altura del diagrama rectangular de tensiones equivalente, in. (mm)

A_s = sección de armadura de tracción no pretensada, in.^{2} (mm^2)

A_{si} = sección de armadura superficial en la capa i que atraviesa una biela

$A_{s,IJ}$ = sección de armadura en el Tirante IJ, in.^{2} (mm^2)

A_v = sección de armadura de corte en una distancia s, in.^{2} (mm^2)

b = ancho de un miembro, in. (mm)

b_e = ancho efectivo de alas de una viga T, in. (mm)

d = distancia entre la fibra extrema comprimida y el baricentro de las barras traccionadas (profundidad efectiva), in. (mm)

f_c' = resistencia a la compresión especificada del hormigón, psi (MPa)

f_y = resistencia a la fluencia especificada de la armadura no pretensada, psi (MPa)

h_t = altura efectiva de un tirante, in. (mm)

l_b = longitud de la superficie de apoyo, in. (mm)

M_u = momento factoreado en una sección, in.-kips (kN-m)

s = separación de los estribos sobre el eje longitudinal de un miembro, in. (mm)

s_i = separación de la armadura en la capa i adyacente a la superficie de un miembro, in. (mm)

V_c = resistencia nominal al corte provista por el hormigón, kips (kN)

V_n = resistencia nominal al corte en una sección, kips (kN)

V_s = resistencia nominal al corte provista por la armadura de corte, kips (kN)

V_u = carga de corte factoreada, kips (kN)

β_b = factor que toma en cuenta los efectos de la resistencia de anclaje de una zona nodal

β_s = factor que toma en cuenta los efectos de la fisuración y la armadura de confinamiento sobre la resistencia efectiva a la compresión del hormigón de una biela

γ_i = ángulo formado por el eje de una biela y las barras en la capa i de armadura que atraviesa dicha biela, grados

Φ = factor de reducción de la resistencia

θ = ángulo formado por dos bielas o tirantes en un nodo, grados

6 Referencias

American Concrete Institute (2002): Apéndice A de ACI 318-02 (*Building Code Requirements for Structural Concrete*) y ACI 318R-02 (*Commentary*).

Recomendaciones FIP (1999): *Practical Design of Structural Concrete*.
Comisión FIP 3: "*Practical Design*", Sept. 1996.
Publ.: SETO, Londres, Sept. 1999. (Distribuido por: *fib*, Lausanne)

Ejemplo 3.1: Ménsula en una columna

Tjen N. Tjhin

Daniel A. Kuchma

Sinopsis

Se diseñó una ménsula que se proyecta a partir de una columna cuadrada de 14 in. (356 mm) de lado usando el método de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02. La ménsula ha de soportar la fuerza de reacción de una viga premoldeada, V_u, igual a 56,2 kips (250 kN) actuando a una distancia 4 in. (102 mm) de la cara de la columna. Se asume que en la parte superior de la ménsula se desarrolla una fuerza de tracción horizontal, N_{uc}, igual a 11,2 kips (49,8 kN), la cual toma en cuenta las deformaciones por fluencia lenta y retracción. En la Figura (3.1-1) se describen la estructura y las cargas. Se considera hormigón de peso normal con una resistencia a la compresión especificada, f_c', igual a 5 ksi (34,5 MPa). La resistencia a la fluencia de la armadura, f_y, se toma igual a 60 ksi (414 MPa).

En la Figura (3.1-2) se muestran las dimensiones seleccionadas para la ménsula, incluyendo su placa de apoyo. La relación longitud de corte / profundidad correspondiente, a/d, es igual a 0,24. A fin de satisfacer los requisitos del código se seleccionó el modelo de bielas y tirantes sencillo ilustrado en la Figura (3.1-3). La armadura principal del tirante dispuesta es de 5 barras #4 (#13 mm). Estas barras están soldadas a un perfil de acero estructural de 3½ in. x 3½ in. x ½ in. (89 mm x 89 mm x 13 mm). En la Figura (3.1-5) se indican los detalles de las armaduras.

Tjen N. Tjhin es candidato al doctorado en el Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. Sus investigaciones abarcan el análisis no lineal y el diseño de estructuras de hormigón.

Daniel (Dan) A. Kuchma es Profesor Adjunto de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. Es miembro del Subcomité ACI 318E, Corte y Torsión, y también del Comité conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión, y su Subcomité 445-A, Bielas y Tirantes.

1 Geometría y cargas

En la Figura (3.1-1) se ilustran la ménsula a diseñar y sus cargas.

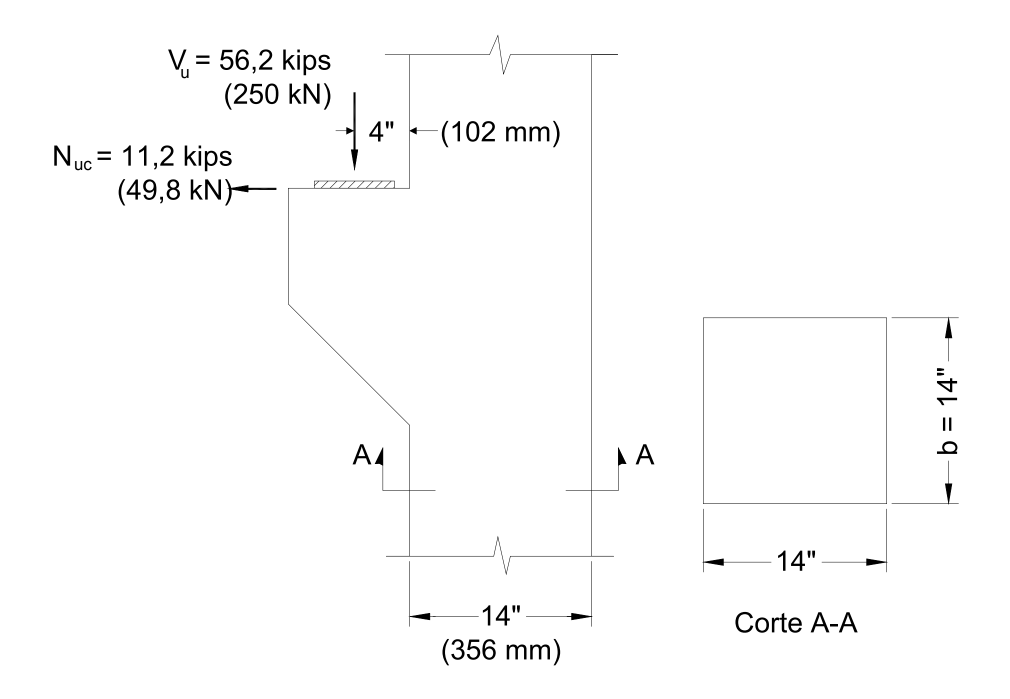


Figura 3.1-1: Geometría y cargas de la ménsula

Resistencias de los materiales:

f_c' = 5 ksi (34,5 MPa) (hormigón de peso normal)

f_y = 60 ksi (414 MPa)

2 Procedimiento de diseño

La totalidad de la estructura considerada constituye una región perturbada debido a que presenta cambios abruptos en su geometría y está próxima a fuerzas concentradas. La estructura se diseñará usando el método de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02. El procedimiento paso a paso es el siguiente:

- Paso 1: Determinar las dimensiones de la placa de apoyo.
- Paso 2: Seleccionar las dimensiones de la ménsula.
- Paso 3: Establecer el modelo de bielas y tirantes.
- Paso 4: Determinar las fuerzas requeridas en el reticulado.
- Paso 5: Seleccionar la armadura de los tirantes.
- Paso 6: Diseñar las zonas nodales y verificar los anclajes.
- Paso 7: Verificar las bielas.
- Paso 8: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración.
- Paso 9: Detallar la armadura.

3 Cálculos

3.1 Paso 1: Determinar las dimensiones de la placa de apoyo

La zona nodal debajo de la placa de apoyo constituye un nodo solicitado por compresión y tracción (CCT). La correspondiente resistencia efectiva a la compresión es

$$f_{cu} = 0,85\beta_n f_c' \qquad \text{[ACI Sección A.5.2 ec. (A-8)]}$$

$$= 0,85(0,80)(5000) = 3400 \text{ psi.}$$

Seleccionamos una placa de apoyo de 12 in. x 6 in. (305 mm x 152 mm). La superficie de la placa de apoyo es 12 x 6 = 72 $in.^2$ (46.451 mm^2), y la tensión de apoyo es 56,2 (1000)/72 = 781 psi (5,38 MPa). Como este valor es menor que la tensión de apoyo límite, es decir, ϕf_{cu} = 0,75 (3400) = 2550 psi (17,58 MPa), las dimensiones de la placa de apoyo seleccionada son adecuadas.

3.2 Paso 2: Seleccionar las dimensiones de la ménsula

Para poder utilizar el Apéndice A de ACI, la Sección 11.9.1 del código requiere una relación longitud de corte/profundidad, a/d, menor que 2. Para la ménsula seleccionamos

una profundidad total en la cara de la columna igual a 18 in. (457 mm). Además, la Sección 11.9.2 de ACI requiere que la profundidad en la parte exterior de esta área de apoyo sea al menos la mitad de la profundidad en la cara de la columna. Para satisfacer este requisito seleccionamos una profundidad de 9 in. (229 mm) en el extremo libre de la ménsula. La Figura (3.1-2) resume las dimensiones seleccionadas para la ménsula.

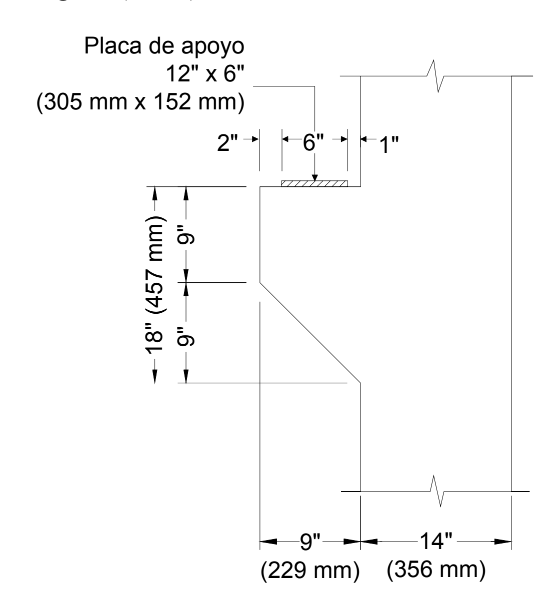


Figura 3.1-2: Dimensiones seleccionadas para la ménsula

3.3 Paso 3: Establecer el modelo de bielas y tirantes

Con el objeto de considerar las excentricidades de las cargas y las tolerancias de fabricación, la posición de V_u se traslada 1 in. desde el centro de la placa de apoyo hacia el borde exterior de la ménsula. Por lo tanto, la nueva posición con respecto a la cara de la columna es 1 + 6/2 + 1 = 5 in.

Seleccionamos un modelo de bielas y tirantes sencillo. En la Figura (3.1-3) se indica su geometría. Se asume que el centro del tirante CB está ubicado a una distancia de 1,6 in. a partir de la parte superior de la ménsula, considerando una capa de barras de armadura y aproximadamente 1 in. de recubrimiento de hormigón. Por lo tanto,

$$d = 18 - 1,6 = 16,4\,\text{in.}\,(417\,\text{mm}) \qquad \text{[ACI Sección 11.9.1)]}$$

Se asume que el tirante horizontal DA está ubicado sobre la recta horizontal que atraviesa el extremo inclinado de la ménsula.

La posición del eje de la biela DD' se puede hallar calculando el ancho de biela w_s, el cual se puede obtener planteando la ecuación de momentos respecto del nodo A de la siguiente manera:

$$56,2(0,32+5+12)+11,2(16,4)=F_{u,DD'}\left(12-\frac{w_s}{2}\right) \qquad (3.1\text{-}1)$$

donde $F_{u,DD'} = \phi\ f_{cu}\ bw_s$ es la fuerza de compresión requerida en la biela DD' y b es la dimensión fuera del plano de la ménsula. Al igual que el nodo debajo de la placa de apoyo (nodo C), el nodo D es también un nodo CCT. Por lo tanto, según la Sección A.5.2 de ACI, su tensión está limitada a ϕf_{cu} = 2550 psi (17,58 MPa), y $F_{u,DD'}$ = 2550 (14) w_s / 1000 = 35,7w_s.

Reemplazando $F_{u,DD'}$ en la ecuación (3.1-1) y resolviendo se obtiene $F_{u,DD'}$ = 111 kips (494 kN) y w_s = 3,10 in. (79 mm).

De esta manera queda corregida la geometría del reticulado.

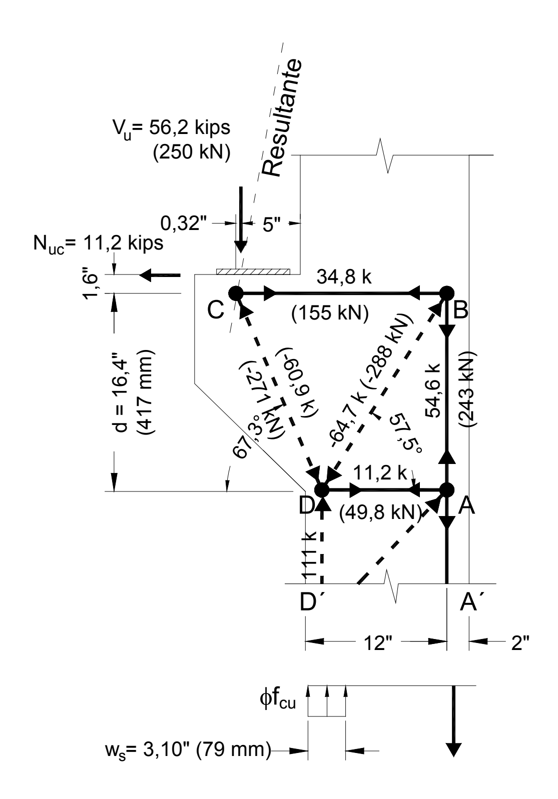


Figura 3.1-3: Modelo de bielas y tirantes seleccionado

3.4 Paso 4: Determinar las fuerzas requeridas en el reticulado

Las fuerzas requeridas en todos los miembros del reticulado se determinan en base a consideraciones estáticas; estas fuerzas se resumen en la Tabla (3.1-1). Un signo positivo (+) indica que el miembro está traccionado; un signo negativo (-) indica que el miembro está comprimido.

Tabla 3.1-1: Fuerzas en el reticulado

Miembro	CD	CB	BD	BA	DA	DD'
Fuerza (kips)	-60,9 (-271 kN)	+34,8 (+155 kN)	-64,7 (-288 kN)	+54,6 (+243 kN)	+11,2 (+49,8 kN)	-111 (-494 kN)

3.5 Paso 5: Seleccionar la armadura de los tirantes

La sección de armadura requerida para el tirante CB es

$$\frac{F_{u,CB}}{\phi f_y} = \frac{34,8}{0,75(60)} = 0,77\,\text{in.}^2$$ [ACI Secciones A.2.6 y A.4.1]

La sección de armadura provista debe ser de al menos

$$0,04\frac{f_c'}{f_y}bd = \frac{0,04(5)}{60}(14)(16,4) = 0,77\,\text{in.}^2$$ [ACI Sección 11.9.5]

Adoptamos 4 barras #4 (#13 mm), A_{st} = 4 (0,20) = 0,80 in.^{2} (516 mm^2).

Como se indica en la Tabla (3.1-1), el tirante BA está más traccionado que el tirante CB. Sin embargo, esta fuerza del tirante debe ser resistida mediante la armadura longitudinal de la columna. Por lo tanto prolongamos las 4 barras #4 hacia abajo en la columna sólo para tener suficiente longitud de desarrollo.

La sección de armadura requerida para el Tirante DA es

$$\frac{F_{u,DA}}{\phi f_y} = \frac{11,2}{0,75(60)} = 0,25\,\text{in.}^2$$ [ACI Secciones A.2.6 y A.4.1]

Seleccionamos 2 estribos de columna adicionales #3 (#10 mm) en la posición DA,
A_{st} = 2 (2) (0,11) = 0,44 in.^{2} (284 mm^2). Estas barras están separadas 2 in. (51 mm) entre centros.

3.6 Paso 6: Diseñar las zonas nodales y verificar los anclajes

El ancho w_s de la zona nodal D ya fue seleccionado en la Sección 3.3 de manera de satisfacer la tensión límite en dicha zona nodal. Por lo tanto en esta sección sólo verificaremos la zona nodal C.

Para satisfacer la tensión límite en la zona nodal C es necesario que el ancho efectivo del tirante, w_t, sea al menos igual a

$$\frac{F_{u,CB}}{\phi f_{cu} b} = \frac{34,8(1000)}{2550(14)} = 0,97\,\text{in. } (25\,\text{mm}) \qquad \text{[ACI Secciones A.2.6 y A.5.1]}$$

Este límite se satisface fácilmente porque el ancho de tirante disponible es 2 (1,6) = 3,2 in. (81 mm). Ver Figura (3.1-4).

Para anclar el tirante CB soldar las 4 barras #4 a un perfil de acero de 3½ in. x 3½ in. x ½ in. (89 mm x 89 mm x 13 mm). En la Figura (3.1-5) se indican los detalles.

3.7 Paso 7: Verificar las bielas

La biela CD se verificará en base a las dimensiones determinadas por las zonas nodales C y D. Las demás bielas se verificarán calculando los anchos de las mismas y verificando si cabrán en el espacio disponible.

La resistencia nominal de la biela CD está limitada a

$$F_{ns} = f_{cu} A_c \qquad \text{[ACI Sección A.3.1 ec. (A-2)]}$$

donde

$$f_{cu} = 0,85 \beta_s f_c^{'} \qquad \text{[ACI Sección A.3.2 ec. (A-3)]}$$

$$= 0,85(0,75)(5000) = 3188\,\text{psi}$$

y A_c es la menor de las áreas en los extremos de la biela. De la Figura (3.1-4), A_c = 14 (2,86) = 40,04 in.^{2}. Por lo tanto, F_{ns} = 3188 (40,04)/1000 = 128 kips. De la Tabla 3.1-1, la carga factoreada de la biela CD es 60,9 kips (271 kN). Debido a que este valor es menor que el límite, es decir, ϕF_{ns} = 0,75 (128) = 96 kips (427 kN), la biela CD resulta adecuada. Como se ha asumido β_s = 0,75 se colocará armadura mínima; los cálculos se incluyen en la sección siguiente.

La resistencia efectiva a la compresión de la biela BD también está limitada a f_{cu} = 3188 psi. En consecuencia el ancho requerido para la biela BD es

$$\frac{F_{u,BD}}{\phi f_{cu} b} = \frac{64,7(1000)}{0,75(3188)(14)} = 1,93\,\text{in.} \qquad \text{[ACI Sección A.2.6 y A.3.1]}$$

Adoptamos un ancho de 2 in. (51 mm) para la biela BD. El ancho requerido para la biela DD' ya fue determinado en la Sección 3.2, habiéndose obtenido un ancho de 3,10 in. (79 mm).

Como se ilustra en la Figura (3.1-4), todos los anchos de las bielas caben dentro de los límites de la región de la ménsula. En consecuencia esta solución es aceptable.

3.8 Paso 8: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración

La Sección 11.9.4 de ACI requiere zunchos o estribos cerrados paralelos a la armadura requerida para el tirante CB, uniformemente distribuidos en dos tercios de la profundidad efectiva adyacente al tirante CB, es decir, 2/3 (16,4) = 10,9 in. Adoptamos 10,5 in. La sección de estos estribos debe ser mayor que

$$A_h = 0,5\left(A_{st} - A_n\right) \qquad \text{[ACI Sección 11.9.4]}$$

donde A_n es la sección de armadura que resiste la fuerza de tracción N_{uc} y $A_{st} \equiv A_s$ según la Sección 11.9 de ACI. Por lo tanto, la sección mínima requerida es

$$A_h = 0,5\left(A_{st} - A_n\right)$$

$$= 0,5\left(A_{st} - \frac{N_{uc}}{\phi f_y}\right) = 0,5\left(0,80 - \frac{11,2}{0,85(60)}\right) = 0,29\,\text{in.}^2$$

Intentamos con 3 estribos cerrados #3, A_v = 3 (2) (0,11) = 0,66 in.^{2}, con una separación media de 10,5 / 3 = 3,5 in.

Como para las bielas diagonales usamos β_s = 0,75 la armadura mínima provista también debe satisfacer

$$\sum \frac{A_{si}}{bs_i}\sin\gamma_i \geq 0,0030 \qquad \text{[ACI Sección A.3.3.1 ec. (A-4)]}$$

donde γ_i es el ángulo formado por el eje de la armadura mínima y el eje de la biela. De acuerdo con la Sección A.3.3.2 de ACI γ_i debe ser mayor que 40º porque solamente se provee armadura horizontal. En base a la armadura provista y al ángulo de la biela BD, es decir el menor ángulo entre una biela y la armadura mínima,

$$\sum \frac{A_{si}}{bs_i}\sin\gamma_i = \frac{2(0,11)}{14(3,5)}\sin 57,5^{\circ} = 0,0038 > 0,003.$$

Como esta cantidad de armadura satisface ambos requisitos, disponemos 3 estribos cerrados #3 (#10 mm) con una separación de 3,5 in. (89 mm), distribuidos en una profundidad de 10,5 in. (267 mm) a partir del tirante CB.

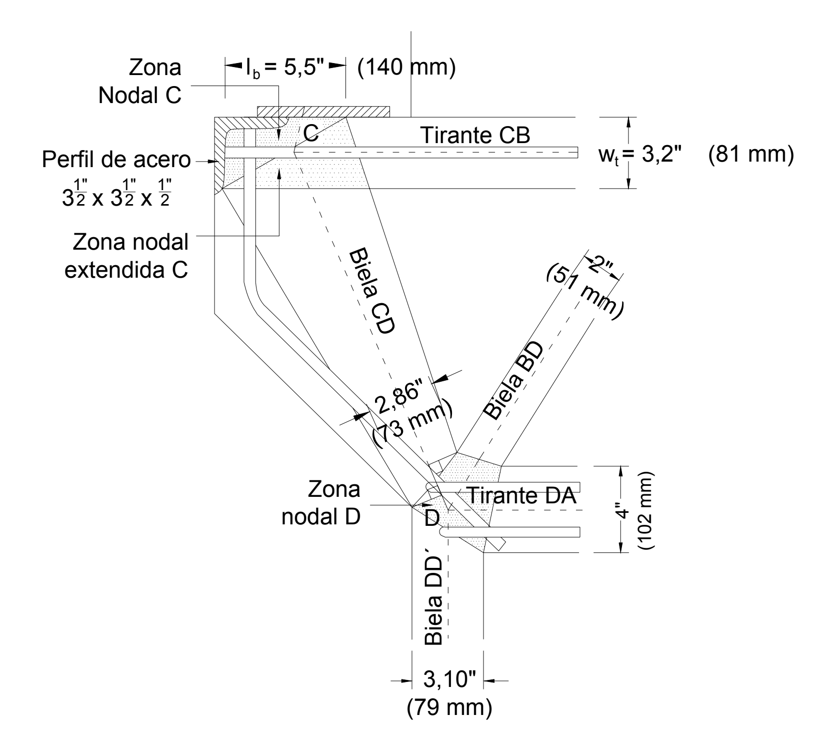


Figura 3.1-4: Dimensiones de los componentes del modelo de bielas y tirantes

3.9 Paso 9: Detallar la armadura

En la Figura (3.1-5) se ilustran los detalles de las armaduras.

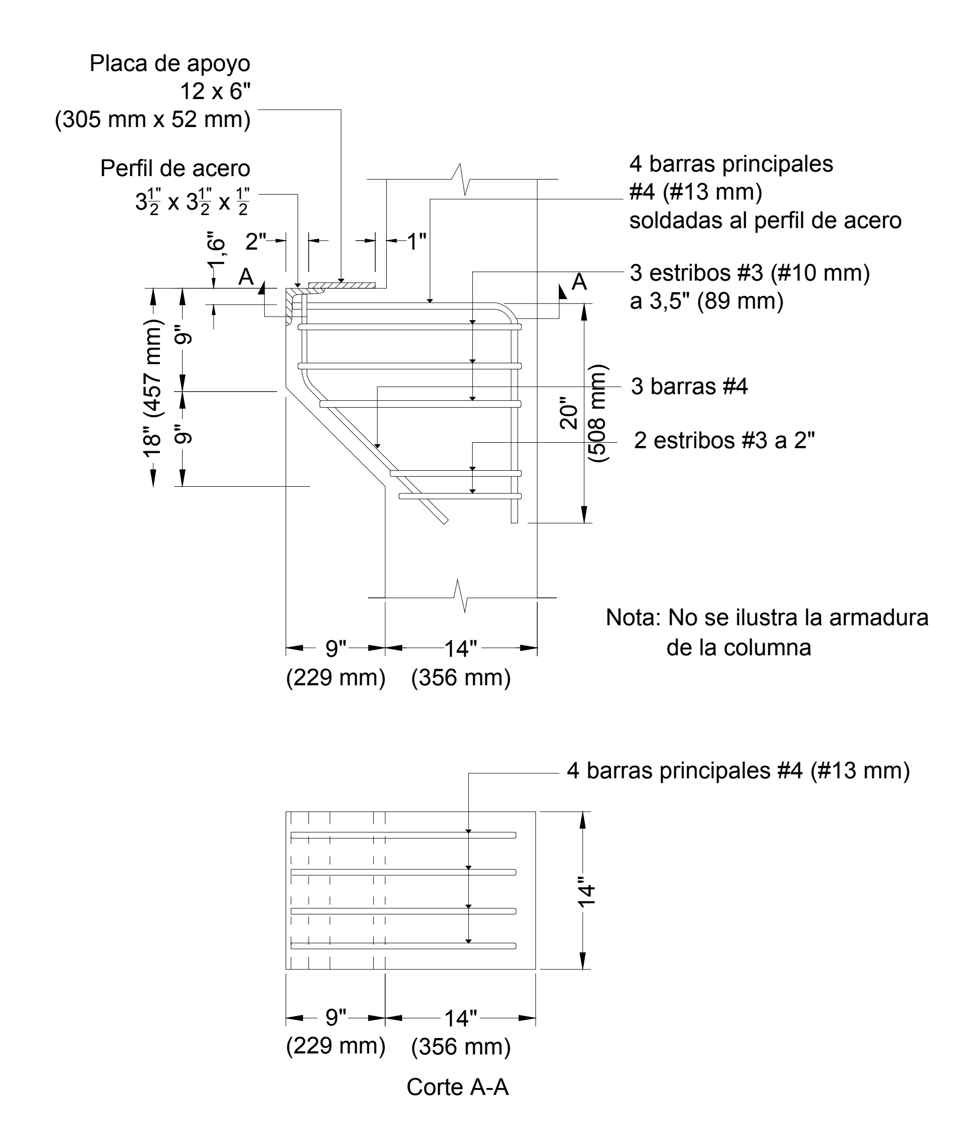


Figura 3.1-5: Detalles de las armaduras

4 Resumen

Se presenta el diseño de una ménsula. Este diseño se completó usando el Apéndice A de ACI 318-02 "Modelos de Bielas y Tirantes" y la Sección 11.9 de ACI 318-02 "Requisitos Especiales para Ménsulas y Cartelas".

Los principales pasos del diseño consisten en definir la región D y las fuerzas de borde que actúan sobre dicha región, seleccionar un modelo de bielas y tirantes que soporte las fuerzas de borde de la región D, resolver el modelo de bielas y tirantes para hallar las fuerzas en los miembros, disponer armadura que conforme los tirantes de acero, dimensionar las bielas y nodos, y proveer armadura distribuida para limitar la fisuración y lograr ductilidad.

En este ejemplo la totalidad de la ménsula constituye la región D, para cuyo diseño se utilizó un modelo de bielas y tirantes sencillo.

Esto se debe a que existen discontinuidades estáticas, es decir, fuerzas concentradas, y discontinuidades geométricas a una distancia menor que una altura flexional de la sección de la ménsula a cada lado de la discontinuidad. Para el diseño se utilizó un modelo de bielas y tirantes sencillo. Este modelo de bielas y tirantes dio por resultado el uso de una capa de 4 barras #4 (#13 mm) para el tirante principal. Este tirante requiere suficiente anclaje para garantizar que pueda soportar la fuerza requerida sin que se produzcan fallas de anclaje. Esto se logró soldando todas las barras principales a un perfil de acero estructural.

Referencias

ACI 318-02: *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 2002, 443 pp.

Ejemplo 3.2: Ménsula doble

Tjen N. Tjhin

Daniel A. Kuchma

Sinopsis

Se diseñó una ménsula doble que se proyecta a partir de una columna interior usando el método de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02. La ménsula transfiere las fuerzas de reacción de una viga premoldeada, V_u, igual a 61,8 kips (275 kN) actuando en ambos lados a una distancia de 6 in. (152 mm) a partir de la cara de la columna. Para tomar en cuenta las deformaciones por fluencia lenta y retracción, se asume que a cada lado de la parte superior de la ménsula se desarrolla una fuerza horizontal factoreada, N_{uc}, igual a 14,3 kips (63,6 kN). La columna es cuadrada, de 14 in. (356 mm) de lado. La columna superior soporta una carga factoreada de compresión axial, P_u, igual a 275 kips (1223 kN). La resistencia a la compresión del hormigón, f_c', y la resistencia a la fluencia de las armaduras, f_y, se tomaron como 4 ksi (27,6 MPa) y 60 ksi (414 MPa), respectivamente. Se considera hormigón de peso normal.

En la Figura (3.2-2) se muestran las dimensiones seleccionadas, incluyendo las placas de apoyo. La relación longitud de corte / profundidad, a/d, es igual a 0,38. Para el diseño se utilizó el modelo de bielas y tirantes sencillo ilustrado en la Figura (3.2-3). La armadura principal del tirante dispuesta es de 7 barras #4 (#13 mm). El anclaje de estas barras se logra soldando cada extremo de las barras a un perfil de acero estructural de 4 in. x 4 in. x ½ in. (102 mm x 102 mm x 13 mm). En la Figura (3.2-5) se indican los detalles de las armaduras.

Tjen N. Tjhin es candidato al doctorado en el Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. Sus investigaciones abarcan el análisis no lineal y el diseño de estructuras de hormigón.

Daniel (Dan) A. Kuchma es Profesor Adjunto de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. Es miembro del Subcomité ACI 318E, Corte y Torsión, y también del Comité conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión y su Subcomité 445-A, Bielas y Tirantes.

1 Geometría y cargas

En la Figura (3.2-1) se ilustran la geometría y las cargas de la ménsula a diseñar.

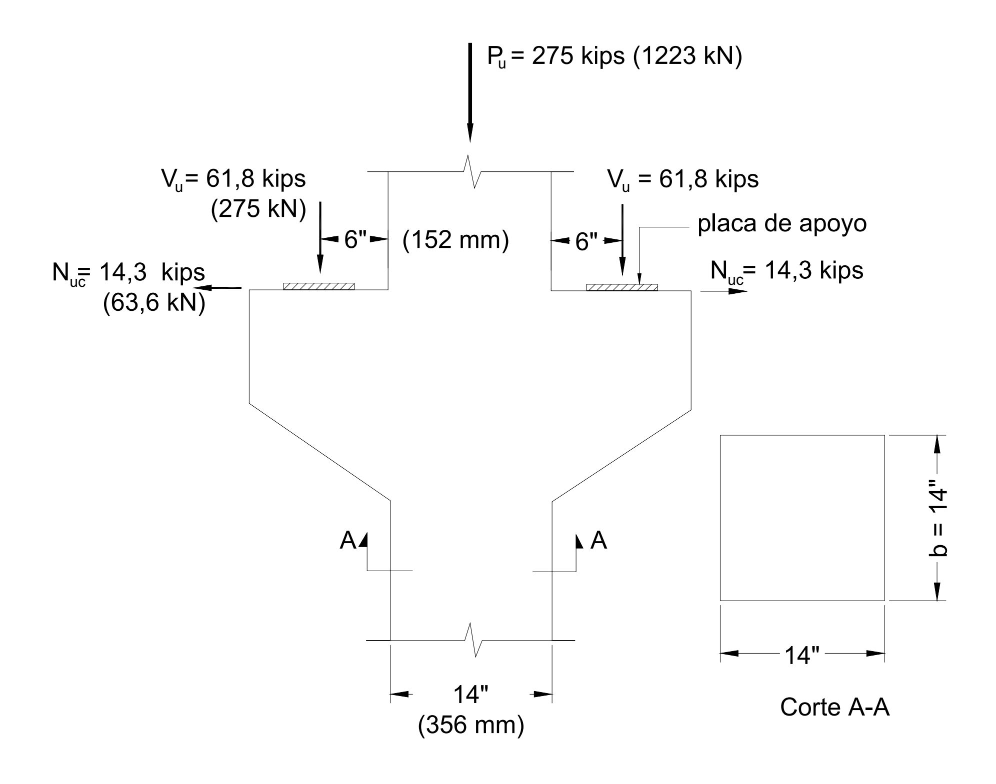


Figura 3.2-1: Geometría y cargas de la ménsula

Resistencias de los materiales:

$f_c' = 4$ ksi (27,6 MPa) (hormigón de peso normal)

$f_y = 60$ ksi (414 MPa)

2 Procedimiento de diseño

La totalidad de la ménsula constituye una región D debido a que presenta cambios abruptos en su geometría y está próxima a fuerzas concentradas. La estructura se diseñará usando el método de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02. El procedimiento paso a paso es el siguiente:

- Paso 1: Determinar las dimensiones de la placa de apoyo.
- Paso 2: Seleccionar las dimensiones de la ménsula.
- Paso 3: Establecer el modelo de bielas y tirantes.
- Paso 4: Determinar las fuerzas requeridas en el reticulado.
- Paso 5: Seleccionar la armadura de los tirantes.
- Paso 6: Diseñar las zonas nodales y verificar los anclajes.
- Paso 7: Verificar las bielas.
- Paso 8: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración.
- Paso 9: Detallar la armadura.

Debido a que la geometría y las cargas son simétricas respecto a un eje vertical que pasa por el baricentro de la columna sólo será necesario considerar la mitad de la ménsula. Aún así en casi todas las figuras mostraremos la totalidad de la ménsula para su mejor comprensión.

3 Cálculos

3.1 Paso 1: Determinar las dimensiones de la placa de apoyo

La zona nodal debajo de la placa de apoyo constituye un nodo solicitado por compresión y tracción (CCT). La resistencia efectiva a la compresión de este nodo está limitada a

$$f_{cu} = 0,85\beta_n f_c' \quad \text{[ACI Sección A.5.2 ec. (A-8)]}$$

$$= 0,85(0,80)(4000) = 2720\,\text{psi}$$

Seleccionamos una placa de apoyo de 12 in. x 6 in. (305 mm x 152 mm). La superficie de la placa de apoyo es 12 x 6 = 72 in.^{2} (46.452 mm^2). La tensión de apoyo es 61,8 (1000)/72 = 858 psi (5,92 MPa). Como este valor es menor que la tensión de apoyo límite, es decir, ϕf_{cu} = 0,75 (2720) = 2040 psi (14,07 MPa), las dimensiones de la placa de apoyo seleccionada son adecuadas.

3.2 Paso 2: Seleccionar las dimensiones de la ménsula

Para poder utilizar el Apéndice A de ACI, la Sección 11.9.1 del código requiere una relación longitud de corte/profundidad, a/d, menor que 2. Además, la Sección 11.9.2 de ACI requiere que la profundidad en la parte exterior del área de apoyo sea al menos 0,5d. Por lo tanto seleccionamos una profundidad de 18 in. (457 mm) en la cara de la columna y una profundidad de 10 in. (254 mm) en el extremo libre de la ménsula. La Figura (3.2-2) resume las dimensiones seleccionadas para la ménsula.

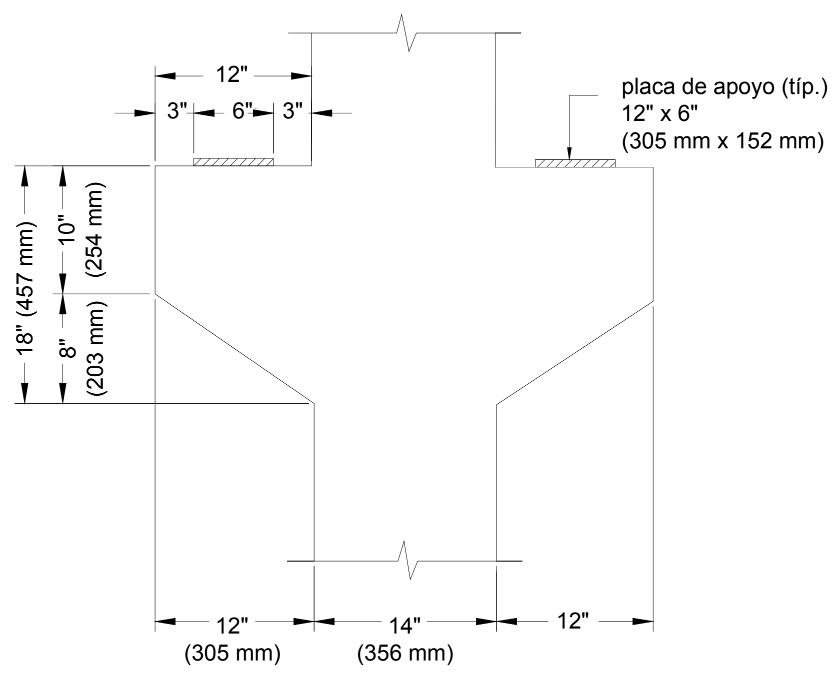


Figura 3.2-2: Dimensiones seleccionadas para la ménsula

3.3 Paso 3: Establecer el modelo de bielas y tirantes

Con el objeto de considerar las excentricidades de las cargas y las tolerancias de fabricación, la posición de la reacción, V_u, se traslada 1 in. desde el centro de la placa de apoyo hacia el borde exterior de la ménsula. Por lo tanto, la nueva posición de V_u con respecto a la cara de la columna es 3 + 6/2 + 1 = 7 in.

La Figura (3.2-3) ilustra la geometría del modelo de bielas y tirantes supuesto. Se asume que el tirante AA' está ubicado a 2 in. de la parte superior de la ménsula, considerando dos capas de barras y un recubrimiento de hormigón de aproximadamente 1 in. Por lo tanto,

$$d = 18 - 2 = 16 \text{ in. } (406 \text{ mm}) \qquad \text{[ACI Sección 11.9.1]}$$

Se asume que la totalidad de la biela BB' está ubicada sobre la recta horizontal que atraviesa el extremo inclinado de la ménsula

Como se ilustra en la Figura (3.2-3), la carga axial de la columna, P_u, se resuelve en dos cargas paralelas cuyas rectas de acción coinciden con las bielas CB y C'B'. La posición del eje de la biela CB se puede hallar calculando su ancho de biela, w_s. Este ancho se puede obtener como

$$w_s = \frac{F_{u,CB}}{\phi f_{cu} b} \quad \text{[ACI Secciones A.3.1 y A.2.6] (3.2-1)}$$

donde $F_{u,CB}$ es la fuerza de compresión requerida en la biela CB, y b = 14 in. es la dimensión fuera del plano de la ménsula. La fuerza en la biela CB es $F_{u,CB}$ = 275/2 + 61,8 = 199,3 kips. Debido a que la zona nodal B constituye un nodo totalmente comprimido (CCC) y que la biela CB es de tipo prismática, la resistencia efectiva a la compresión, f_{cu}, es igual a

$$f_{cu} = 0{,}85\beta_n f_c' \quad \text{[ACI Sección A.3.2 ec. (A-3)]}$$

$$= 0{,}85(1{,}0)(4000) = 3400\,\text{psi}$$

Reemplazando estos valores en la ecuación (3.2-1) se obtiene w_s = 5,58 in. (142 mm).

De esta manera queda corregida la geometría del modelo de bielas y tirantes.

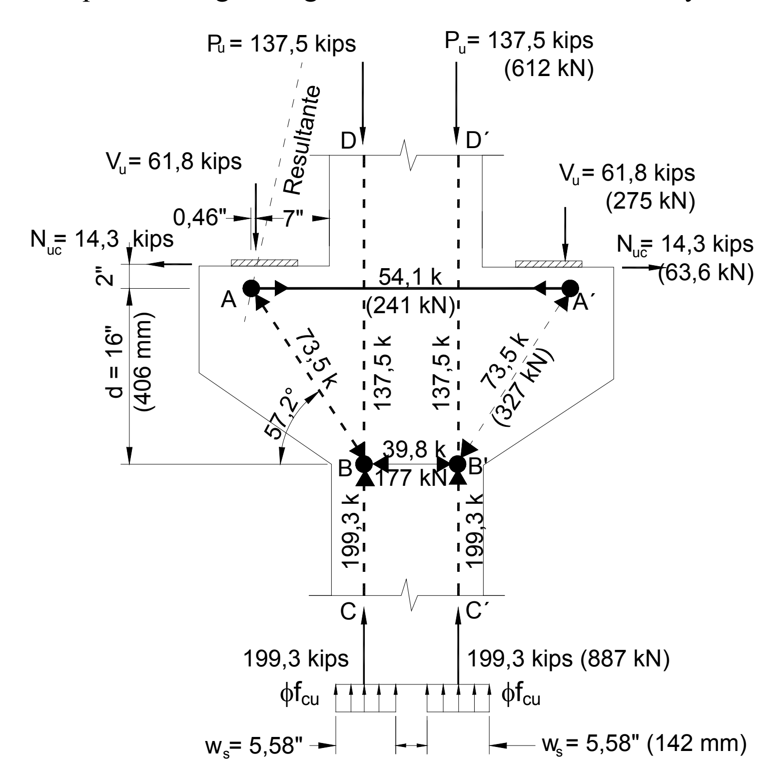


Figura 3.2-3: Modelo de bielas y tirantes seleccionado

3.4 Paso 4: Determinar las fuerzas requeridas en el reticulado

Las fuerzas requeridas en todos los miembros del reticulado se determinan en base a consideraciones estáticas; estas fuerzas se resumen en la Tabla (3.2-1). Un signo positivo (+) indica que el miembro está traccionado; un signo negativo (-) indica que el miembro está comprimido.

Tabla 3.2-1: Fuerzas en el reticulado

Miembro	AA'	AB = A'B'	BB'	CB = C'B'	BD = B'D'
Fuerza (kips)	+54,1 (+241 kN)	-73,5 (-327 kN)	-39,8 (-177 kN)	-199,3 (-887 kN)	-137,5 (-612 kN)

3.5 Paso 5: Seleccionar la armadura de los tirantes

La sección de armadura requerida para el tirante AA' es

$$\frac{F_{u,AA'}}{\phi f_y} = \frac{54,1}{0,75(60)} = 1,20\,\text{in.}^2 \qquad \text{[ACI Secciones A.2.6 y A.4.1]}$$

Además, la sección de armadura provista debe ser de al menos

$$0,04\frac{f'_c}{f_y}bd = \frac{0,04(4)}{60}(14)(16) = 0,60\,\text{in.}^2 \qquad \text{[ACI Sección 11.9.5]}$$

Adoptamos 6 barras #4 (#13 mm), A_{st} = 6 (0,20) = 1,20 in.^{2} (774 mm^2). Estas barras se disponen en dos capas como se ilustra en la Figura (3.2-5).

3.6 Paso 6: Diseñar las zonas nodales y verificar los anclajes

El ancho w_s de la zona nodal B ya fue determinado en la Sección 3.3 de manera de satisfacer la tensión límite en dicha zona nodal. Por lo tanto en esta sección sólo verificaremos la zona nodal A.

Para satisfacer la tensión límite en la zona nodal A es necesario que la profundidad efectiva de hormigón para la armadura del tirante, w_t, sea al menos igual a

$$\frac{F_{u,AA'}}{\phi f_{cu} b} = \frac{54,1(1000)}{2040(14)} = 1,89\,\text{in.}\ (48\,\text{mm}) \qquad \text{[ACI Sec. A.2.6 y A.5.1]}$$

Como se puede ver en la Figura (3.2-4) este límite se satisface fácilmente ya que la zona nodal disponible es 2 (2) = 4 in. (102 mm).

Para anclar el tirante AA' soldar las 6 barras #4 a un perfil de acero de 4 in. x 4 in. x ½ in. (102 mm x 102 mm x 13 mm). En la Figura (3.2-5) se indican los detalles.

3.7 Paso 7: Verificar las bielas

La biela AB se verificará en base a las dimensiones determinadas por las zonas nodales A y B. Las demás bielas se verificarán calculando los anchos de las mismas y verificando si cabrán en el espacio disponible.

ACI define la resistencia nominal de la biela AB como

$$F_{ns} = f_{cu} A_c \qquad \text{[ACI Sección A.3.1 ec. (A-2)]}$$

donde

$$f_{cu} = 0,85 \beta_s f_c^{'} \qquad \text{[ACI Sección A.3.2 ec. (A-3)]}$$

$$= 0,85(0,75)(4000) = 2550\,\text{psi}$$

y A_c es la menor de las áreas en los extremos de la biela. De la Figura (3.2-4), A_c = 14 (4,88) = 68,32 in.^{2}. Por lo tanto, F_{ns} = 2550 (68,32)/1000 = 174 kips. De la Tabla 3.2-1, la carga factoreada de la biela AB es 73,5 kips (327 kN). Debido a que este valor es menor que el límite, es decir, ϕF_{ns} = 0,75 (174) = 131 kips (583 kN), la biela AB resulta adecuada. Como se ha asumido β_s = 0,75 se colocará armadura mínima; los cálculos se incluyen en la sección siguiente.

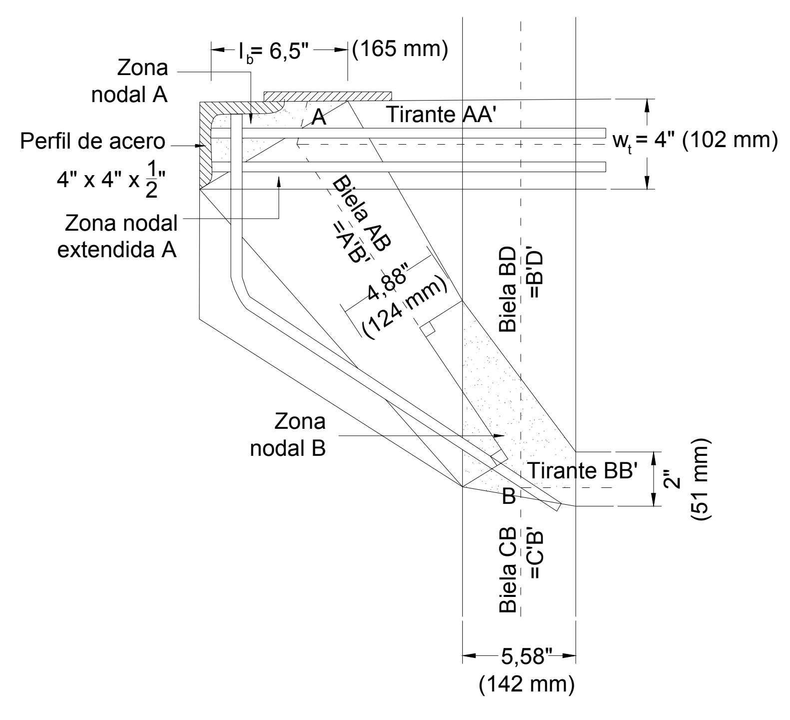


Figura 3.2-4: Dimensiones de los componentes del modelo de bielas y tirantes

La tensión de la biela horizontal BB' está limitada a

$$\phi f_{cu} = 0,75\left(0,85\beta_s f_c^{'}\right) \qquad \text{[ACI Secciones A.2.6 y A.3.2)]}$$

$$= 0,75\left[0,85(1,0)(4000)\right] = 2550\,\text{psi}$$

Por lo tanto, el ancho requerido para la biela BB' es

$$\frac{F_{u,BB'}}{\phi f_{cu} b} = \frac{39,8(1000)}{2550(14)} = 1,11\,\text{in.} \qquad \text{[ACI Secciones A.2.6 y A.3.1)]}$$

La tensión de la biela vertical BD está limitada a

$$\phi f_{cu} = 0,75\left(0,85\beta_s f_c^{'}\right) \qquad \text{[ACI Secciones A.2.6 y A.3.2)]}$$

$$= 0,75\left[0,85(0,6)(4000)\right] = 1800\,\text{psi}$$

Por lo tanto, el ancho requerido para la biela BD es

$$\frac{F_{u,BD}}{\phi f_{cu} b} = \frac{137,5(1000)}{1800(14)} = 5,46\,\text{in.} \qquad \text{[ACI Secciones A.2.6 y A.3.1)]}$$

Adoptamos un ancho de 2 in. (51 mm) para la biela BB', y fijamos el ancho de la biela BD igual al ancho de la biela CB. El ancho requerido para la biela CB ya fue calculado en la Sección 3.2, es decir 5,58 in. (142 mm).

Como se ilustra en la Figura (3.2-4), todos los anchos caben dentro de los límites de la región de la ménsula. En consecuencia esta solución es aceptable.

3.8 Paso 8: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración

La Sección 11.9.4 de ACI requiere zunchos o estribos cerrados paralelos a la armadura requerida para el tirante AA', uniformemente distribuidos en 2/3 de la profundidad efectiva adyacente al atirante CB, es decir, 2/3 (16) = 10,7 in. Adoptamos 10,5 in. La sección de estos estribos debe ser mayor que

$$A_h = 0,5\left(A_{st} - A_n\right) \qquad \text{[ACI Sección 11.9.4]}$$

donde A_n es la sección de armadura que resiste la fuerza de tracción N_{uc} y $A_{st} \equiv A_s$ según la Sección 11.9 de ACI. Por lo tanto, la sección mínima requerida es

$$0,5\left(A_{st} - A_n\right) = 0,5\left(A_{st} - \frac{N_{uc}}{\phi f_y}\right) = 0,5\left(1,40 - \frac{14,3}{0,85(60)}\right) = 0,56\,\text{in.}^2$$

Intentamos con 3 estribos cerrados #3, A_v = 3 (2) (0,11) = 0,66 in.^{2}, con una separación media de 10,5/3 = 3,5 in.

Como para calcular la resistencia de la biela AB usamos β_s = 0,75 la armadura mínima provista también debe satisfacer

$$\sum \frac{A_{si}}{bs_i}\sin\gamma_i \ge 0,0030 \qquad \text{[ACI Sección A.3.3.1 ec. (A-4)]}$$

donde γ_i es el ángulo formado por el eje de la armadura mínima y el eje de la biela. De acuerdo con la Sección A.3.3.2 de ACI γ_i debe ser mayor que 40º porque solamente se provee armadura horizontal. En base a la armadura provista,

$$\sum \frac{A_{si}}{bs_i}\sin\gamma_i = \frac{2(0,11)}{14(3,5)}\sin 57,2^\circ = 0,0038 > 0,0030$$

Como esta cantidad de armadura satisface ambos requisitos, disponemos 3 estribos cerrados #3 (#10 mm) con una separación de 3,5 in. (89 mm), distribuidos en una profundidad de 10,5 in. (267 mm) a partir del tirante AA'.

3.9 Paso 9: Detallar la armadura

En la Figura (3.2-5) se ilustran los detalles de las armaduras.

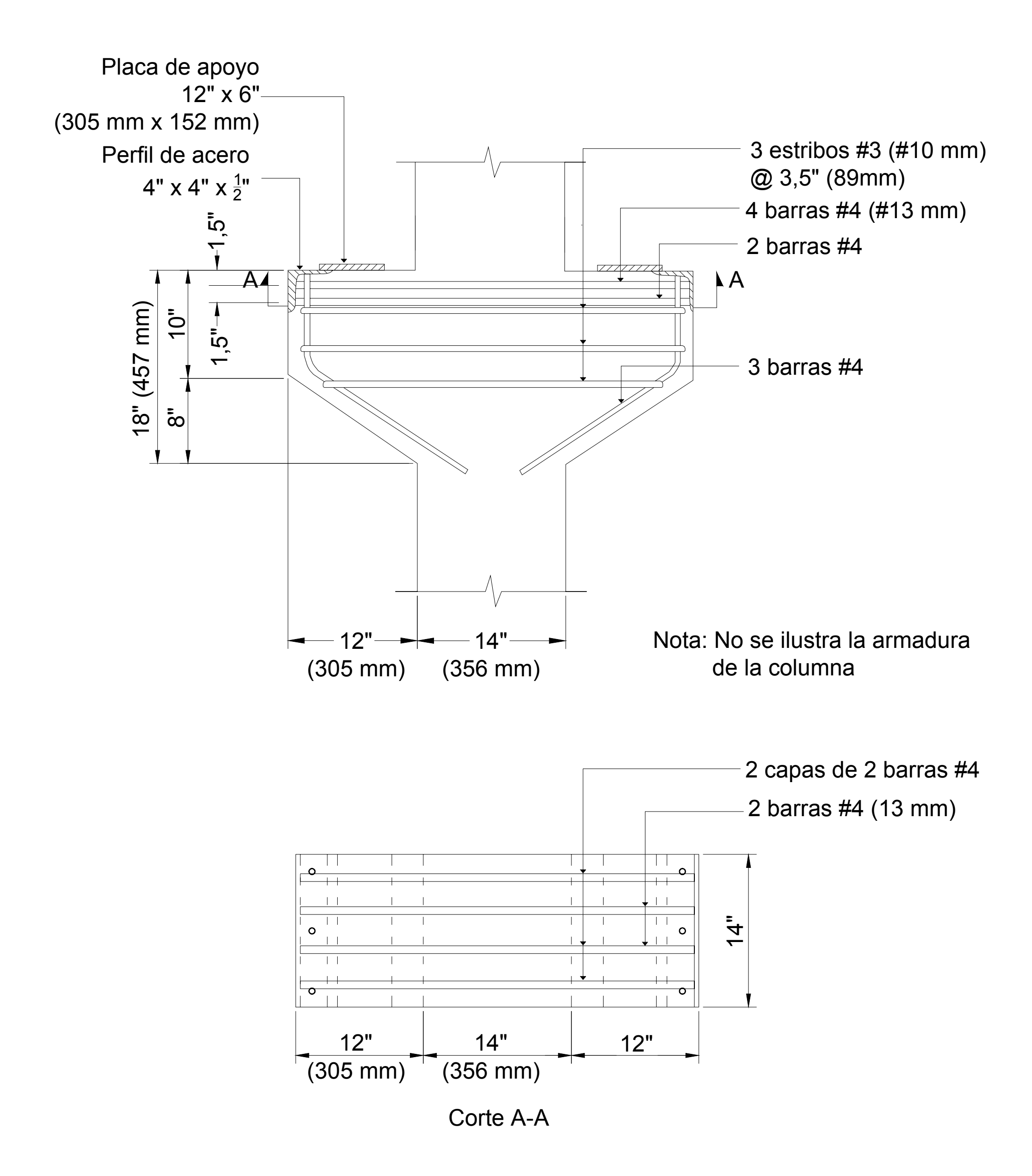


Figura 3.2-5: Detalles de las armaduras

4 Resumen

Se presenta el diseño de una ménsula doble. Este diseño se completó usando el Apéndice A de ACI 318-02 "Modelos de Bielas y Tirantes" y la Sección 11.9 de ACI 318-02 "Requisitos Especiales para Ménsulas y Cartelas".

Los principales pasos del diseño consisten en definir la región D y las fuerzas de borde que actúan sobre dicha región, seleccionar un modelo de bielas y tirantes que soporte las fuerzas de borde de la región D, resolver el modelo de bielas y tirantes para hallar las fuerzas en los miembros, disponer armadura que conforme los tirantes de acero, dimensionar las bielas y nodos, y proveer armadura distribuida para limitar la fisuración y lograr ductilidad.

La totalidad de la ménsula constituye la región D debido a que existen discontinuidades estáticas, es decir, fuerzas concentradas, y discontinuidades geométricas a una distancia menor que una altura flexional de la ménsula a cada lado de la discontinuidad. Para el diseño se utilizó un modelo de bielas y tirantes sencillo. Este modelo de bielas y tirantes dio por resultado el uso de 6 barras #4 (#13 mm) para el tirante principal. Se prestó particular atención al anclaje del tirante principal a fin de garantizar que pueda transferir la fuerza requerida sin que se produzcan fallas de anclaje. Para satisfacer los requisitos de anclaje todas las barras principales se soldaron a un perfil de acero dispuesto en cada uno de los extremos.

Referencias

ACI 318-02: *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 2002, 443 pp.

Ejemplo 4: Viga de gran altura con una abertura

Lawrence C. Novak, SE

Heiko Sprenger

Sinopsis

El problema elegido para este trabajo, es decir una viga de gran altura con una abertura rectangular, representa un buen ejemplo de la aplicación de modelos de bielas y tirantes para estructuras de hormigón armado. Debido a que la totalidad de la viga constituye una región D, este ejemplo demuestra los principios y métodos que se pueden usar para resolver una gran variedad de problemas. El Ejemplo #4 ha sido ampliamente evaluado de acuerdo con los requisitos del Apéndice A de ACI 318-02.

Lawrence C. Novak, SE es Miembro Asociado de Skidmore, Owings & Merrill LLP, 224 South Michigan Ave., Chicago, IL 60604. También es miembro de ACI, SEAOI y ASCE, y miembro votante de ACI-209.

Heiko Sprenger se graduó recientemente de la Universidad de Stuttgart y es Ingeniero Pasante en Skidmore, Owings & Merrill LLP, 224 South Michigan Ave., Chicago, IL 60604.

1 Sistema

La viga de gran altura con una abertura (Figura 4.1) se diseñó de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02 – Modelos de Bielas y Tirantes. El sistema en su conjunto se considera una región D debido a la presencia de discontinuidades de fuerzas y geométricas.

Para simplificar los cálculos el peso propio de la estructura se ha considerado aumentando adecuadamente la carga puntual aplicada.

Materiales:

Hormigón – Resistencia a la compresión especificada del hormigón

$$f_c^{'} = 4500\,\text{psi} \qquad \left(31\frac{N}{mm^2}\right)$$

Acero – Resistencia a la fluencia especificada de la armadura no pretensada

$$f_y = 60.000\,\text{psi} \qquad \left(414\frac{N}{mm^2}\right)$$

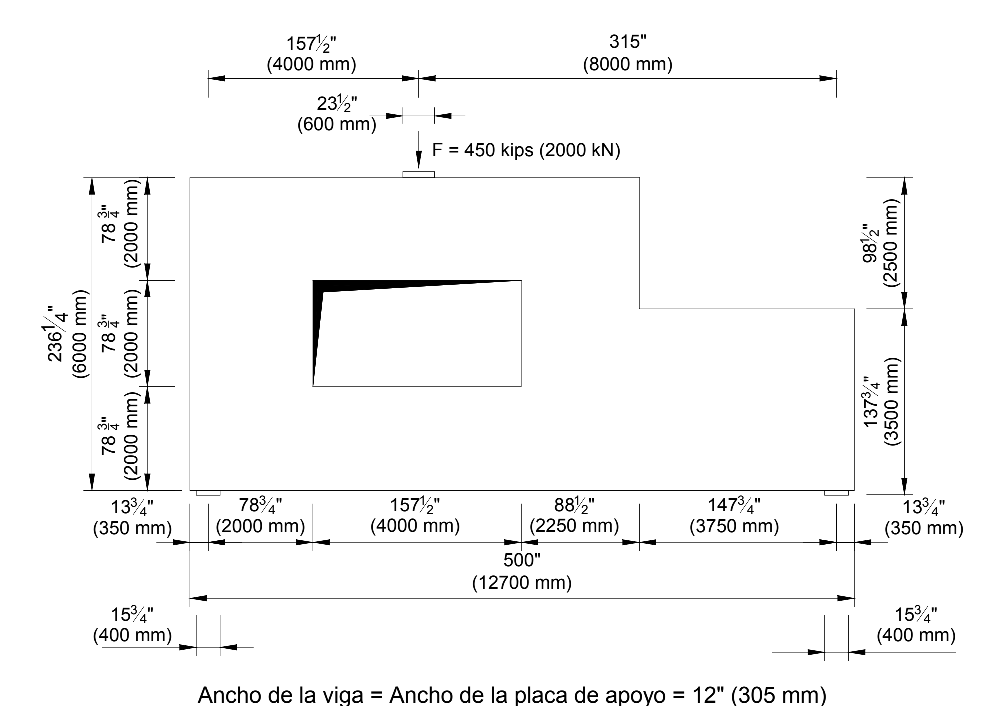


Figura 4-1: Geometría de la viga de gran altura

2 Modelo de bielas y tirantes

2.1 Elección del modelo

La estructura se comporta como una viga de gran altura superior que se extiende entre columnas inclinadas apoyadas sobre una viga de gran altura inferior. En base al comportamiento anticipado se desarrolló el modelo de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 4-2. Los modelos de bielas y tirantes se pueden basar en el criterio del ingeniero o bien en un análisis por elementos finitos del flujo de las cargas. En general un modelo de bielas y tirantes se elige de manera tal que los tirantes estén ubicados donde el ingeniero prevé que se dispondrá la armadura principal por motivos constructivos (en este caso por encima y por debajo de la abertura y en el fondo de la viga de gran altura inferior).

Nota: De acuerdo con la Sección RA.1 de ACI 318-02 – Definiciones – Región D – en una región D el menor ángulo permitido entre una biela y un tirante es de 25 grados. En el modelo seleccionado el menor ángulo es de 34 grados.

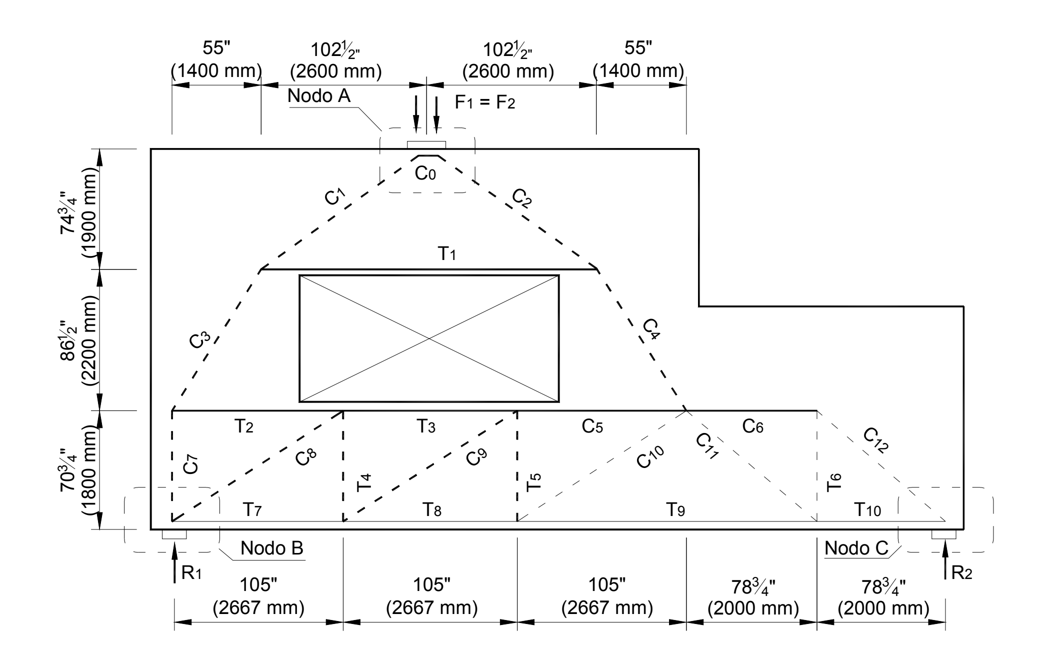


Figura 4-2: Geometría del modelo de bielas y tirantes seleccionado

2.2 Fuerzas

Para las fuerzas externas determinar las reacciones planteando momentos respecto del apoyo inferior izquierdo (ver Figura 4-1).

$$M = 450 \text{ kips} \cdot 157,5" - R_2 \cdot 472,5"$$

$$\rightarrow R_2 = 150 \text{ kips} \qquad (667 \text{ kN})$$

$$\rightarrow R_1 = 300 \text{ kips} \qquad (1333 \text{ kN})$$

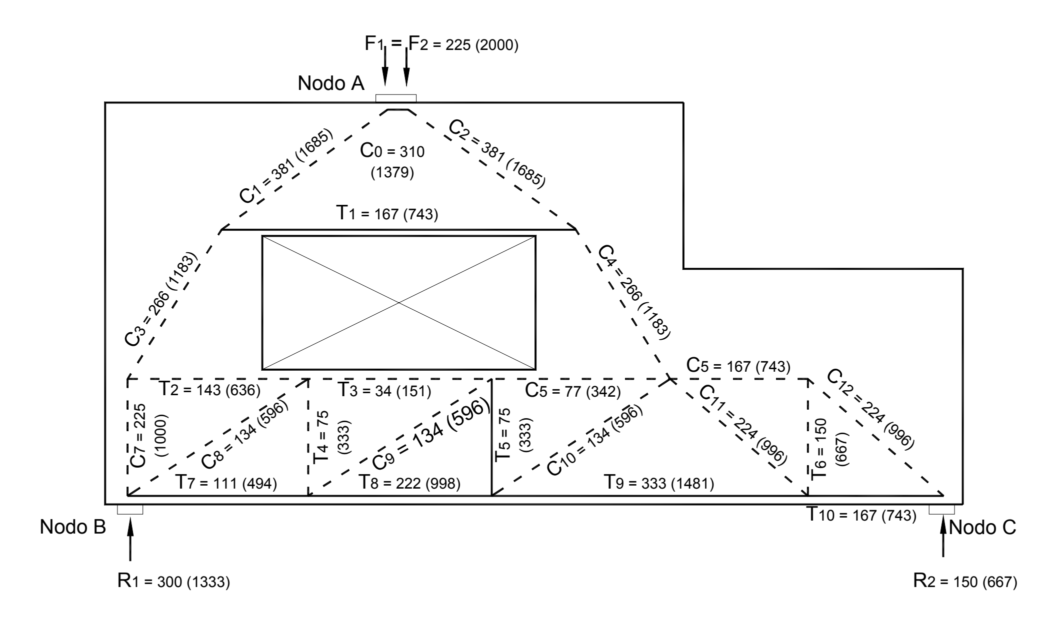


Figura 4-3: Fuerzas (C - Compresión, T - Tracción) del modelo de bielas y tirantes determinadas según el método de los nudos (en *kips*, *kN* entre paréntesis)

3 Cálculos

Factor de reducción de la resistencia de acuerdo con el Capítulo 9.3.2.6 de ACI 318-02:

$$\phi = 0,75$$

3.1 Verificación de la resistencia de apoyo

Nota: El ancho de la placa de apoyo es igual al ancho de la viga.

ACI 318-02, Ecuación A-1:

$$\phi \cdot F_n \geq F_u$$

y ACI 318-02, Ecuación 10.17.1

$$F_n = 0,85 \cdot f_c^{'} \cdot A$$

con

$$f_c^{'} = 4500\,\text{psi}$$

$$\rightarrow F_n = 3825\,\text{psi} \cdot A$$

Placa en el nodo A

$$P = 450\text{ kips}$$

$$A = 23\,{}^1\!/_2" \cdot 12" = 282\,\text{in}^2$$

$$\rightarrow 0,75 \cdot 3825\,\text{psi} \cdot 282\,\text{in}^2 = 809\,\text{kips} \geq 450\,\text{kips} \quad (3598\text{kN} \geq 2000\text{kN}) \rightarrow \text{Verifica}$$

Placa en los nodos B y C

$$R_1 = 300\text{kips} \geq 150\text{kips} = R_2$$

$$A = 15\,{}^3\!/_4" \cdot 12" = 189\,\text{in}^2$$

$$\rightarrow 0,75 \cdot 3825\,\text{kips} \cdot 189\,\text{in}^2 = 542\,\text{kips} \geq 300\,\text{kips} \quad (2410\text{kN} \geq 1333\text{kN}) \rightarrow \text{Verifica}$$

Nota: Típicamente las verificaciones de los nodos del Apéndice A tendrán prioridad sobre las verificaciones de los apoyos del Capítulo 10 de ACI 318-02.

3.2 Tirantes

ACI 318-02, Ecuación A-1

$$\phi \cdot F_n \geq F_u \rightarrow F_n = \frac{F_u}{\phi}$$

con la Ecuación A-6 de ACI 318-02 – resistencia nominal de un tirante

$$F_{nt} = A_{st} \cdot f_y + A_{ps} \cdot (f_{se} + \Delta f_p)$$

$$A_{ps} = 0\ (\text{no pretensada}) \rightarrow F_{nt} = A_{st} \cdot f_y$$

además

$$f_y = 60.000\,\text{psi} = 60\,\text{ksi}$$

$$\rightarrow A_{st,\,req} = \frac{F_{nt}}{f_y} = \frac{F_u}{\phi \cdot f_y} = \frac{F_u}{0,75 \cdot 60\text{ksi}} = \frac{F_u}{40\text{ksi}} \qquad \left(\frac{F_u}{276 \frac{N}{mm^2}} \right)$$

Tabla 4-1: Armaduras de los tirantes

	F_u [kips]	F_u [kN]	$A_{st,\,req}$ [in.^{2}]	Barras	A_{st}/barra [in.^{2}]	No. de barras	$A_{st,\,prov}$ [in.^{2}]	Distribución
T_1	= 167	744	3,72	#10	1,27	4	5,08	4#10
T_2	= 143	636	3,18	#8	0,79	4	3,16	4#8
T_3	= 34	151	0,75	#8	0,79	4	3,16	4#8
T_4	= 75	333	1,66	#4	0,20	10	2,00	10#4 @ 18 in.
T_5	= 75	333	1,66	#4	0,20	10	2,00	10#4 @ 18 in.
T_6	= 150	667	3,33	#4	0,20	18	3,60	18#4 @ 9 in.
T_7	= 111	493	2,46	#10	1,27	6	7,62	6#10
T_8	= 222	987	4,93	#10	1,27	6	7,62	6#10
T_9	= 333	1480	7,40	#10	1,27	6	7,62	6#10
T_{10}	= 167	741	3,70	#10	1,27	6	7,62	6#10

La Tabla 4-1 indica los tirantes T_i junto con las fuerzas (ver Figura 4-3), la sección de armadura requerida, el tamaño de barra con la sección de armadura correspondiente a cada barra, el número de barras, la sección de armadura provista y la manera en que se distribuyen las barras en cada tirante.

3.3 Bielas

ACI 318-02, Ecuación A-1

$$\phi \cdot F_n \geq F_u$$

con la Ecuación A-2 de ACI 318-02 – resistencia nominal a la compresión de una biela sin armadura longitudinal

$$F_{ns} = f_{cu} \cdot A_c$$

y la Ecuación A-3 de ACI 318-02 para la resistencia efectiva a la compresión del hormigón de una biela

$$f_{cu} = 0,85 \cdot \beta_s \cdot f'_c$$

con

f_c' = 4500 psi

$\beta_s = 0,60 \cdot \lambda$ (sin armadura que satisfaga A.3.3 del Apéndice A de ACI 318-02)

λ = 1,0 para hormigón de peso normal (ACI 318-02, Capítulo 11.7.4.3)

$$A_{c,req} = w_{s,req} \cdot 12"$$

$$\rightarrow f_{cu} = 2869\,\text{psi} = 2,869\,\text{ksi}$$

$$\rightarrow \phi \cdot F_n = 0,75 \cdot F_n = 0,75 \cdot 2,869\,\text{ksi} \cdot A_c \geq F_u$$

$$\rightarrow A_{c,req} \geq \frac{F_u}{0,75 \cdot 2,869\,\text{ksi}} = \frac{F_u}{2,152\,\text{ksi}} \qquad \left(\frac{F_u}{14,85 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}} \right)$$

$$\rightarrow w_{s,req} \geq \frac{F_u}{2,152\,\text{ksi} \cdot 12"} = \frac{F_u}{25,82 \frac{\text{kips}}{\text{in}}} \qquad \left(\frac{F_u}{4525,9 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}} \right)$$

El factor $\beta_s = 0,60\lambda$ se toma de manera conservadora ya que es posible que se desarrollen bielas en forma de botella. Si la armadura satisface A.3.3 del Apéndice A de ACI 318-02 (resistencia a la fuerza de tracción transversal en la biela) se podría usar $\beta_s = 0,75$.

La Tabla 4-2 indica las bielas C_i junto con las fuerzas (ver Figura 4-3) y los anchos requeridos y provistos para las bielas con un espesor de 12 in. Si $w_{s,\,prov}$ "verifica" significa que la geometría del modelo provee área suficiente.

Tabla 4-2: Propiedades de las bielas

	F_u [kips]	F_u [kN]	$W_{s,\,req}$ [in.]	$W_{s,\,prov}$ [in.]
C_1	= 381	1695	15	verifica
C_2	= 381	1695	15	verifica
C_3	= 266	1185	10	verifica
C_4	= 266	1185	10	verifica
C_5	= 77	343	3	4", verifica
C_6	= 167	741	6	verifica
C_7	= 225	1000	9	27½", verifica
C_8	= 134	595	5	verifica
C_9	= 134	595	5	verifica
C_{10}	= 134	595	5	verifica
C_{11}	= 224	997	9	verifica
C_{12}	= 224	997	9	verifica

3.4 Nodos

3.4.1 Generalidades

De acuerdo con el Capítulo A-1 de ACI 318-02, el nodo en el punto A es un nodo Tipo C-C-C compuesto por tres bielas; por lo tanto β_n = 1,0 (ACI 318-02, Sección A.5.2.1). Los nodos en los puntos B y C son nodos Tipo C-C-T ya que cada uno de ellos ancla un tirante y por lo tanto para estos nodos β_n = 0,8 (ACI 318-02, Sección A.5.2.2).

ACI 318-02, Ecuación A-7 – resistencia nominal a la compresión de una zona nodal

$$F_{nn} = f_{cu} \cdot A_n$$

con la Ecuación A-8 de ACI 318-02 – tensión efectiva calculada en la cara de una zona nodal

$$\phi \cdot f_{cu} = (0,75) \cdot 0,85 \cdot \beta_n \cdot f'_c$$

y ACI 318-02, Ecuación A-1

$$\phi \cdot F_n \geq F_u$$

3.4.2 Nodo A

$$F_1 = 225 \text{ kips}$$

$$C_0 = 310 \text{ kips}$$

$$C_1 = 383 \text{ kips}$$

$$\theta = \arctan \frac{69,8}{96,4} = 35,92^{\circ}$$

$$\beta_n = 1,0$$

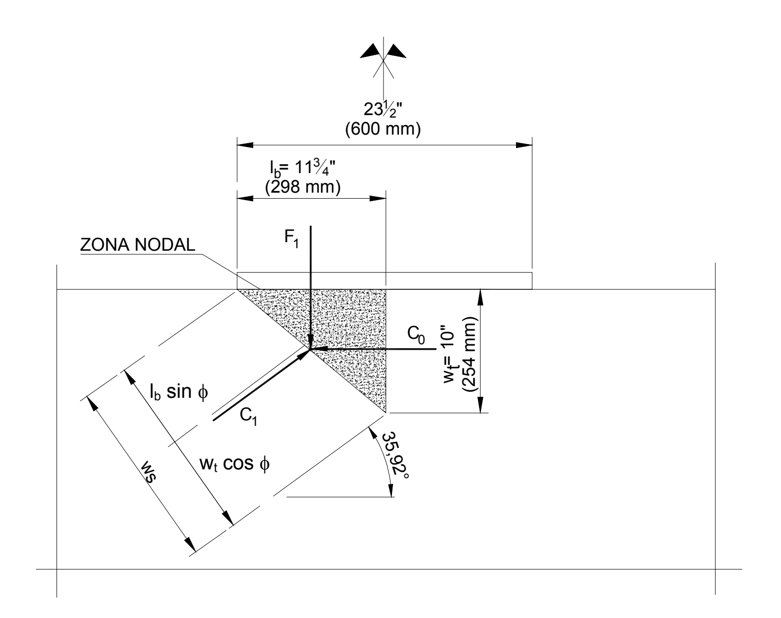


Figura 4-4: Geometría del nodo A

$$w_{F_1} = l_b = 11\tfrac{3}{4}"$$
$w_{C_0} = 10"$ (altura aproximada del bloque de compresión C_0)
$$w_{C_1} = w_s = l_b \sin\theta + w_t \cos\theta = 15 \text{ in.}$$

$$A_{F_1} = 11\tfrac{3}{4}" \cdot 12" = 141\,\text{in}^2$$
$$A_{C_0} = 10" \cdot 12" = 120\,\text{in}^2$$
$$A_{C_1} = 15" \cdot 10" = 150\,\text{in}^2$$

$$F_{nn,F_1} = 0,85 \cdot 1,0 \cdot 4500\,\text{psi} \cdot 141\,\text{in}^2 = 539\,\text{kips} \quad (2397\text{kN})$$
$$F_{nn,C_0} = 0,85 \cdot 1,0 \cdot 4500\,\text{psi} \cdot 120\,\text{in}^2 = 459\,\text{kips} \quad (2042\text{kN})$$
$$F_{nn,C_1} = 0,85 \cdot 1,0 \cdot 4500\,\text{psi} \cdot 150\,\text{in}^2 = 574\,\text{kips} \quad (2553\text{kN})$$

$$0,75 \cdot 539\,\text{kips} = 404\,\text{kips} \geq 225\,\text{kips} = F_1 \quad (1797\text{kN} \geq 1000\text{kN} = F_1)$$
$$0,75 \cdot 459\,\text{kips} = 344\,\text{kips} \geq 310\,\text{kips} = C_0 \quad (1530\,\text{kN} \geq 1379\,\text{kN} = C_0)$$
$$0,75 \cdot 574\,\text{kips} = 431\,\text{kips} \geq 383\,\text{kips} = C_1 \quad (1917\,\text{kN} \geq 1704\,\text{kN} = C_1)$$

$\rightarrow$ El Nodo A es aceptable.

3.4.3 Nodo B

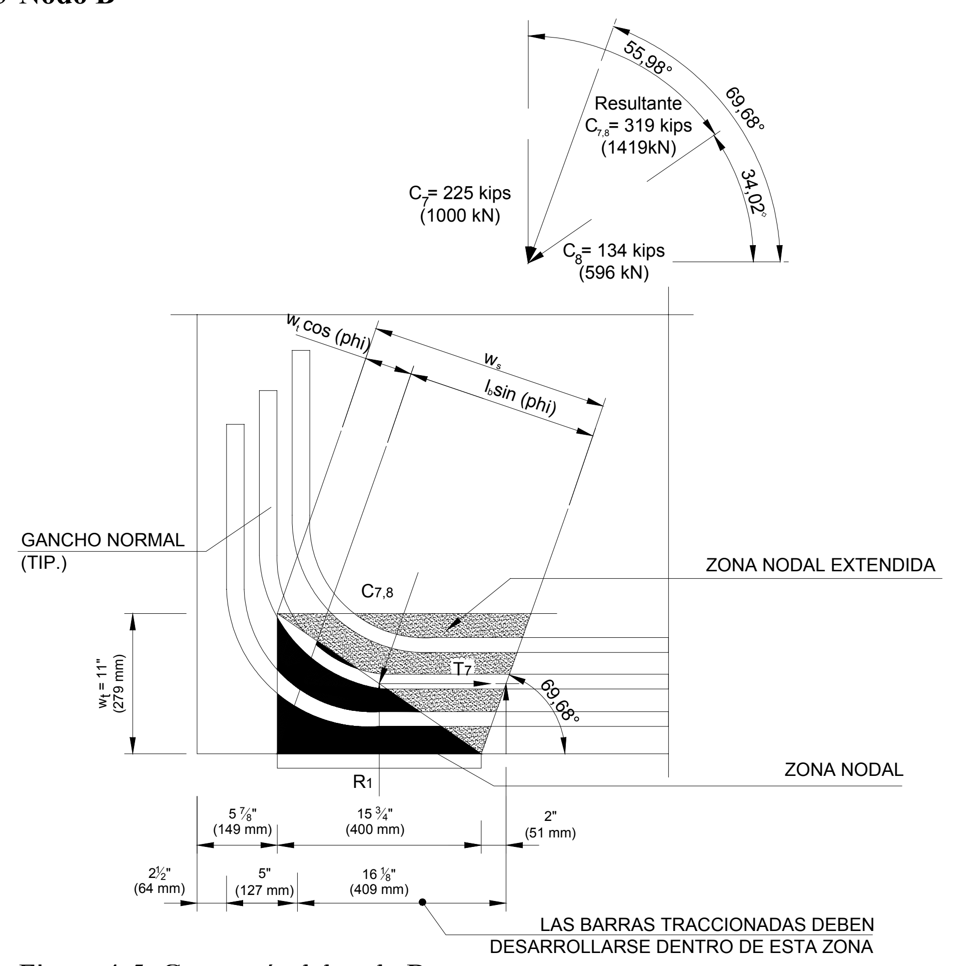


Figura 4-5: Geometría del nodo B

$$A_{C_{7,8}} = 18\,{}^{1}\!/_{2}\,"\cdot 12" = 222\,\text{in}^2$$

$$F_{nn,R_1} = 0,85 \cdot 0,8 \cdot 4500\,\text{psi} \cdot 189\,\text{in}^2 = 578\,\text{kips} \quad (2571\,\text{kN})$$
$$F_{nn,T_1} = 0,85 \cdot 0,8 \cdot 4500\,\text{psi} \cdot 129\,\text{in}^2 = 395\,\text{kips} \quad (1757\,\text{kN})$$
$$F_{nn,C_{7,8}} = 0,85 \cdot 0,8 \cdot 4500\,\text{psi} \cdot 222\,\text{in}^2 = 679\,\text{kips} \quad (3020\,\text{kN})$$

$$0,75 \cdot 578\,\text{kips} = 434\,\text{kips} \geq 300\,\text{kips} = R_1 \qquad (1930\text{kN} \geq 1333\text{kN} = R_1)$$
$$0,75 \cdot 395\,\text{kips} = 296\,\text{kips} \geq 111\,\text{kips} = T_7 \qquad (1317\text{kN} \geq 494\text{kN} = T_7)$$
$$0,75 \cdot 679\,\text{kips} = 509\,\text{kips} \geq 319\,\text{kips} = C_{7,8} \qquad (2264\text{kN} \geq 1418\,\text{kN} = C_{7,8})$$

$R_1 = 300$ kips

$T_7 = 111$ kips

$C_{7,8} = 319$ kips

$\theta = 69{,}68^{o}$

$\beta_n = 0{,}8$

$$w_{R_1} = l_b = 15\,{}^{3}\!/_{4}"$$
$$w_{T_7} = w_t = 2 \cdot 2" + 3 \cdot 1\,{}^{1}\!/_{4}" + 2 \cdot 1\,{}^{1}\!/_{2}" = 10\,{}^{3}\!/_{4}"$$
$$w_{C_{7,8}} = w_s = l_b \sin\theta + w_t \cos\theta = 18\,{}^{1}\!/_{2}"$$

$$A_{R_1} = 15\,{}^{3}\!/_{4}" \cdot 12" = 189\,\text{in}^2$$
$$A_{T_7} = 10\,{}^{3}\!/_{4}" \cdot 12" = 129\,\text{in}^2$$

3.4.4 Nodo C

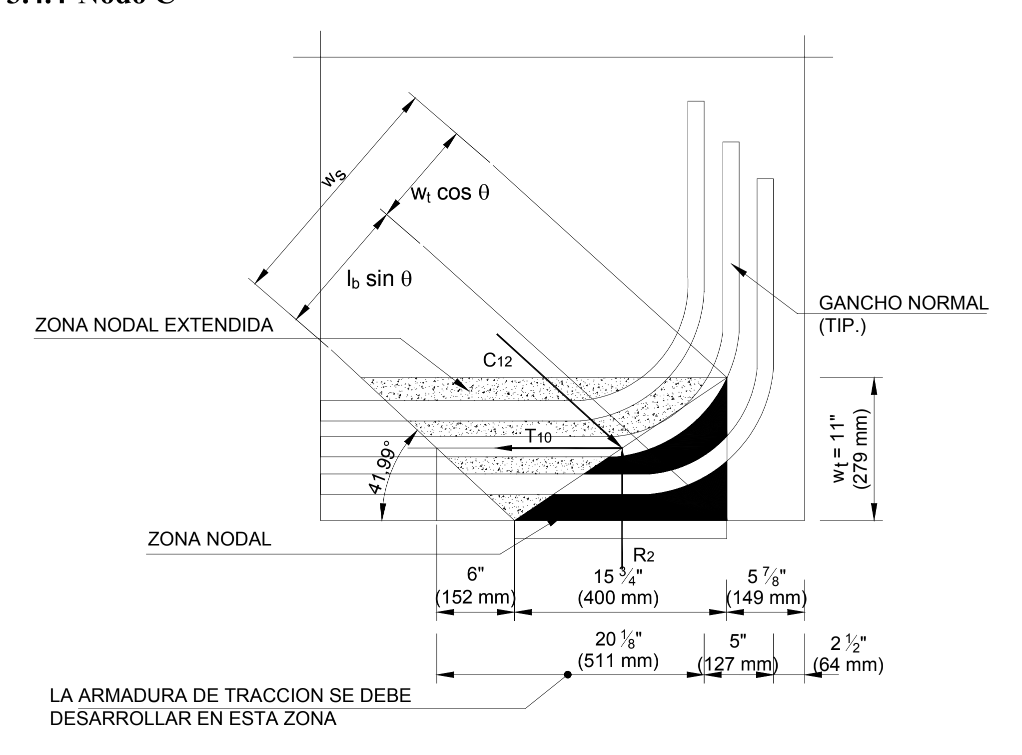


Figura 4-6: Geometría del nodo C

R_2 = 150 kips

T_{10} = 167 kips

C_{12} = 224 kips

θ = 41,99º

β_n = 0,8

$$w_{R_2} = l_b = 15\,{}^3\!/_4\,"$$
$$w_{T_{10}} = w_t = 2 \cdot 2" + 3 \cdot 1\,{}^1\!/_4\," + 2 \cdot 1\,{}^1\!/_2\," = 10\,{}^3\!/_4\,"$$
$$w_{C_{12}} = w_s = l_b \sin\theta + w_t \cos\theta = 18\,{}^1\!/_2\,"$$

$$A_{R_2} = 15\,{}^3\!/_4\,\text{in} \cdot 12\,\text{in} = 189\,\text{in}^2$$
$$A_{T_{10}} = 10\,{}^3\!/_4\,\text{in} \cdot 12\,\text{in} = 129\,\text{in}^2$$
$$A_{C_{12}} = 18\,{}^1\!/_2\,\text{in} \cdot 12\,\text{in} = 222\,\text{in}^2$$

$$F_{nn,R_2} = 0,85 \cdot 0,8 \cdot 4500\,\text{psi} \cdot 189\,\text{in}^2 = 578\,\text{kips} \quad (2571\,\text{kN})$$
$$F_{nn,T_{10}} = 0,85 \cdot 0,8 \cdot 4500\,\text{psi} \cdot 129\,\text{in}^2 = 395\,\text{kips} \quad (1757\,\text{kN})$$
$$F_{nn,C_{12}} = 0,85 \cdot 0,8 \cdot 4500\,\text{psi} \cdot 222\,\text{in}^2 = 679\,\text{kips} \quad (3020\,\text{kN})$$

$$0,75 \cdot 578\,\text{kips} = 434\,\text{kips} \geq 150\,\text{kips} = R_2 \quad (1930\text{kN} \geq 667\text{kN} = R_2)$$
$$0,75 \cdot 395\,\text{kips} = 296\,\text{kips} \geq 167\,\text{kips} = T_{10} \quad (1317\text{kN} \geq 743\text{kN} = C_{10})$$
$$0,75 \cdot 679\,\text{kips} = 509\,\text{kips} \geq 224\,\text{kips} = C_{12} \quad (2264\text{kN} \geq 997\,\text{kN} = C_{12})$$

3.4.5 Longitud de desarrollo

El nodo B es determinante porque en este nodo la longitud de anclaje para el gancho es menor que la longitud de anclaje en el nodo C.

De acuerdo con la Ecuación 12.5.2 de ACI 318-02, la longitud de desarrollo, l_{dh}, de un gancho normal es:

$$l_{dh} = \frac{0,02 \cdot \beta \cdot \lambda \cdot f_y}{\sqrt{f_c^{'}}} \cdot d_b$$

Siguiendo el Capítulo 12.5.4 de ACI 318-02, el cual para un recubrimiento más allá del gancho menor que 2,5 in. requiere una separación de los estribos no mayor que $3d_b$ a lo largo de l_{dh}, y estando el primer estribo a una distancia menor o igual que $2d_b$ de la parte exterior del codo, según el Capítulo 12.5.3(a) de ACI 318-02 l_{dh} se puede multiplicar por 0,7 y por lo tanto se reduce a

$$l_{dh} = 0,7 \cdot 22\,{}^{3}\!/_{4}" = 16" \quad (404\,\text{mm})$$

La longitud de anclaje es suficiente para ambos nodos siendo l_a

$$l_{a,\,\text{NodoB}} = \frac{\frac{w_t}{2}}{\tan 69,68^{\circ}} + 15\,{}^{3}\!/_{4}" + 5\,{}^{7}\!/_{8}" - 2\,{}^{1}\!/_{2}" - 5" = 16\,{}^{1}\!/_{8}" \quad (409\,\text{mm})$$

$$l_{a,\,\text{NodoC}} = \frac{\frac{w_t}{2}}{\tan 41,99^{\circ}} + 15\,{}^{3}\!/_{4}" + 5\,{}^{7}\!/_{8}" - 2\,{}^{1}\!/_{2}" - 5" = 20\,{}^{1}\!/_{8}" \quad (510\,\text{mm})$$

$$l_{dh} = 16" \leq 16\,{}^{1}\!/_{8}" \quad (404\,\text{mm} \leq 409\text{mm})$$

$\rightarrow$ Los nodos B y C son aceptables.

l_{dh} se podría reducir aún más multiplicando por la relación entre $A_{s,req}$ y $A_{s,prov}$ (3,7/7,62 = 0,49) según el Capítulo 12.5.3(d) de ACI 318-02. No hemos considerado esta reducción adicional de l_{dh} ya que no alteraría los resultados.

3.5 Mínima armadura de temperatura y retracción

ACI 318-02, Ecuación 7.12.2.1(b) – la relación entre la sección de armadura y la sección bruta de hormigón es

$$\rho = \frac{A_s}{A_C} = 0,0018$$

Adoptamos una armadura de barras #4 con una separación de 18 in., ya que de acuerdo con el Capítulo 7.12.2.2 de ACI 318-02 la separación no debe ser mayor que 18 in., con A_{st} = 0,20 in.^{2}. Siendo el ancho del muro 12 in.:

$$\rho = \frac{2 \cdot 0,20\,\text{in}^2}{18" \cdot 12"} = 0,0019 \geq 0,0018 \rightarrow \text{Verifica}$$

Conclusión: Disponer como mínimo barras #4 cada 18 in. en cada dirección y cada cara.

3.6 Mínima armadura superficial

Verificando los requisitos del Capítulo A.3.3 de ACI 318-02, se colocará exclusivamente la armadura horizontal y vertical de retracción y temperatura indicada en 3.2. Si la profundidad efectiva de una viga es mayor que 36 in., de acuerdo con el Capítulo 10.6.7 de ACI 318-02 es necesario disponer armadura superficial. Esta armadura se debe distribuir en una distancia d/2, con una separación no mayor que el menor valor entre $s_{sk} > d/6$, $s_{sk} >$ 12 in. y $s_{sk} > 1000\ A_b$ / (d–30):

$$\frac{1000 \cdot 0,31\text{in}^2}{70\ {}^1\!/_4\text{"} - 30\text{"}} = 7\ {}^1\!/_2\text{"} \rightarrow s_{sk} \geq 7\ {}^1\!/_2\text{"} \quad (193\,\text{mm})$$

Por lo tanto, para la parte inferior de la viga de gran altura y la parte sobre la abertura en una profundidad de 37 in., cambiaremos la armadura horizontal consistente en barras #4 con separación de 18 in. por barras #5 a 7½ in.

4 Disposición de las armaduras

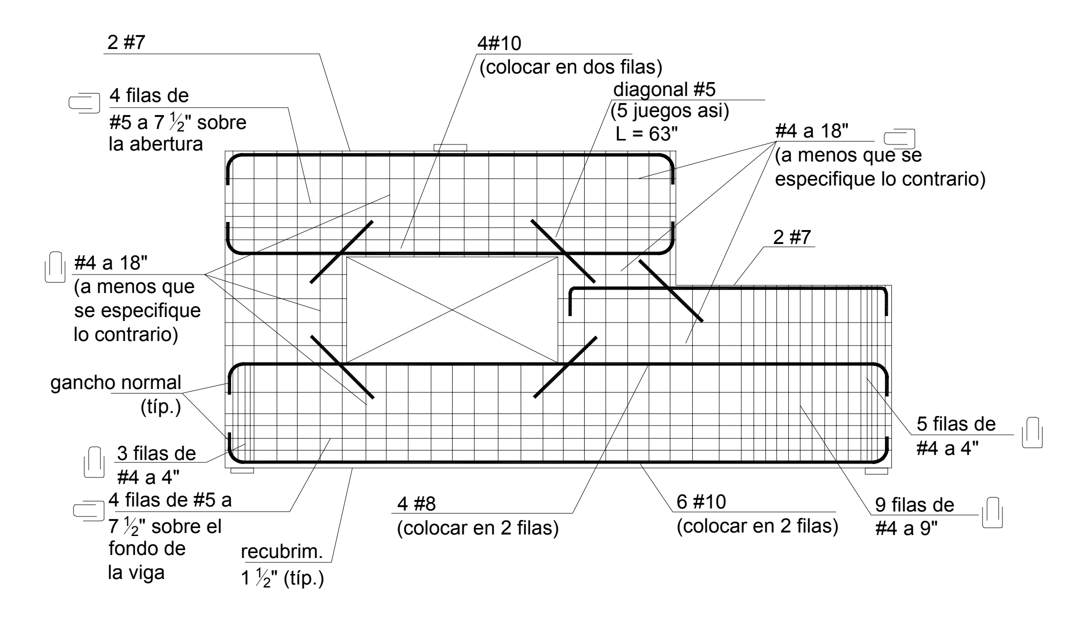


Figura 4-7: Disposición final de las armaduras de acuerdo con el modelo de bielas y tirantes

Ejemplo 5: Viga con cargas y apoyos indirectos

Wiryanto Dewobroto

Karl-Heinz Reineck

Sinopsis

El diseño incorrecto de los apoyos indirectos ha provocado una variedad de daños estructurales y prácticamente ha llevado a la falla algunas vigas de hormigón estructural. La mayoría de los códigos, incluyendo el ACI 318, no tratan este caso adecuadamente. Sin embargo, los modelos de bielas y tirantes conducen casi automáticamente a reforzar correctamente estas regiones de discontinuidad críticas. Este ejemplo combina apoyos indirectos con cargas aplicadas de manera indirecta, y demuestra la aplicación de modelos de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-2002.

Wiryanto Dwobroto es profesor de Ingeniería Civil en la Universidad de Pelita Harapan, Indonesia. Obtuvo su título de Ingeniero Civil de la Universidad de Gadjahmada en 1989. Luego de su graduación trabajó en una empresa de consultores en ingeniería y posee experiencia en el diseño y supervisión de numerosas estructuras, especialmente edificios industriales en altura y puentes. En 1998 obtuvo su maestría en Ingeniería Estructural de la Universidad de Indonesia. De mayo a julio de 2002 fue investigador invitado en la Universidad de Stuttgart, alemania.

Karl-Heinz Reineck obtuvo su título de Ingeniero y Doctor en Ingeniería de la Universidad de Stuttgart. Es investigador y docente en el Instituto para el Diseño Conceptual y Estructural de Estructuras Livianas de la Universidad de Stuttgart. Sus investigaciones abarcan el diseño mediante modelos de bielas y tirantes, el diseño al corte y el detallado del hormigón estructural. Preside el Comité conjunto ASCE-ACI 445-1 y es miembro del Grupo de Trabajo "Diseño Práctico" de *fib*.

1 Geometría y cargas

La viga T ilustrada en la Figura 5-1 está apoyada indirectamente en el apoyo B por medio de una viga de transferencia ilustrada en el corte II-II. Tampoco las cargas están aplicadas directamente en el alma, sino que son transferidas por las vigas ilustradas en el corte I-I. Las cargas están aplicadas simétricamente, por lo cual no se induce torsión.

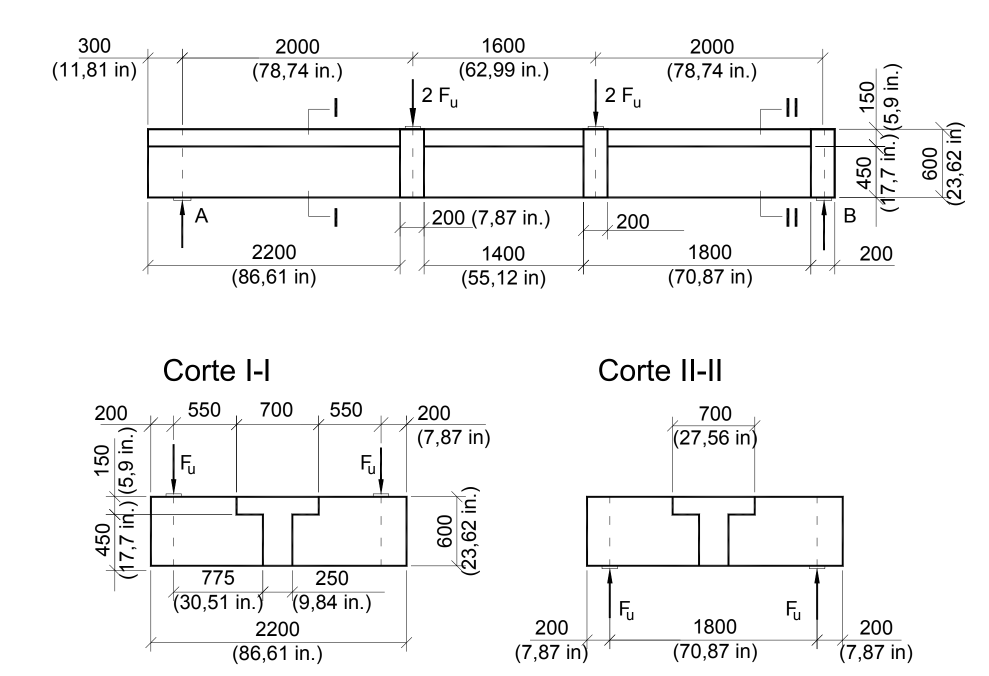


Figura 5-1: Miembro con cargas factoreadas y apoyos indirectos

Especificaciones para el diseño:

Carga factoreada:	F_u =	160 kN	(36 kips)
Hormigón:	f_c' =	31,6 MPa	(4580 psi)
Armaduras:	f_y =	500 MPa	(72.500 psi)

2 Procedimiento de diseño

El diseño se basa en un Modelo de Bielas y Tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02 y se realiza siguiendo los pasos siguientes:

- Paso 1: Análisis
- Paso 2: Diseño a flexión de la viga principal y cálculo del brazo de palanca interno
- Paso 3: Diseño de los estribos para la viga principal y cálculo del ángulo de las bielas en el alma
- Paso 4: Verificación de la longitud de anclaje en los nodos A y B
- Paso 5: Diseño de la viga que transfiere las cargas a la viga principal
- Paso 6: Diseño de la viga que soporta la viga principal
- Paso 7: Disposición de las armaduras

Nota editorial: Los cálculos se realizan en unidades del SI; los resultados principales también se presentan entre paréntesis en unidades inglesas.

3 Cálculos

3.1 Paso 1: Análisis

La Figura 5-2 ilustra los diagramas de corte y momento flector correspondientes a la viga principal.

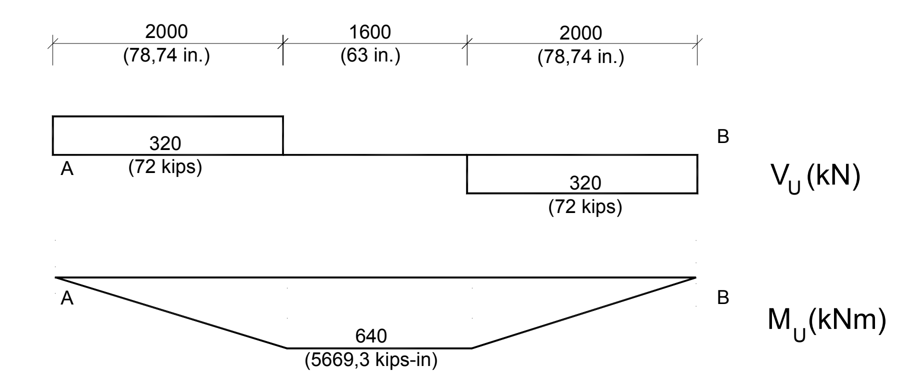


Figura 5-2: Corte y momento flector en la viga principal
(1 kN = 0,2248 kips; 1 kN-m = 8,8496 kips-in.)

Vigas que transfieren la carga a la viga principal (Figura 5-1, Corte I-I):

M_u = 144 kN-m (1275 kips-in.)

V_u = 160 kN (36 kips)

Para la viga que soporta la viga principal en el apoyo B (Figura 5-1, Corte II-II) son válidos los mismos valores.

3.2 Paso 2: Diseño a flexión de la viga principal

Usamos una distribución rectangular equivalente de las tensiones en el hormigón en base a la Sección 10.2.7:

$$f_c' = 31,6\,\text{MPa} \rightarrow \beta_1 = 0,85 - 0,005(31,6 - 27,6)/6,89 = 0,82$$

$$\rho_{max} = 0,75\rho_b = \frac{0,638 f_c' \beta_1}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} = 0,018$$

$$\omega_{max} = \frac{\rho_{max} f_y}{f_c'} = 0,285$$

$$M_n \geq \frac{M_u}{\phi} = \frac{640}{0,9} = 711,1 \text{ kN-m} \qquad (6290 \text{ kips-in.})$$

Asumimos que la zona comprimida está dentro del ala (Figura 5-3) y que el acero entrará en fluencia.

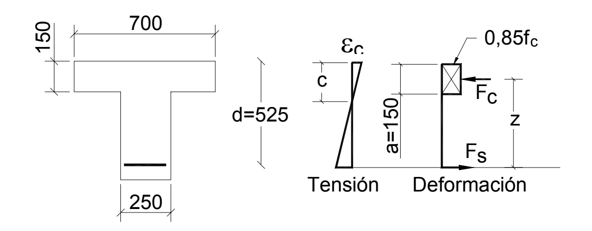


Figura 5-3: Distribución de las tensiones y deformaciones a mitad de tramo de la viga principal (1 mm = 0,03937 in.)

$$\frac{M_n}{bd^2 f_c'} = \frac{711,1 * 10^6}{700 * 525^2 * 31,6} = 0,117 \rightarrow \omega = 0,126 < \omega_{max} = 0,285$$

$$A_s = \omega \frac{f_c'}{f_y} b\, d = 0,126 * \frac{31,6}{500} * 700 * 525 = 2926\,\text{mm}^2 \quad (4,54\,\text{in}^2)$$

usar $6\varnothing 25 \quad A_s = 2945\,\text{mm}^2 \quad (4,56\,\text{in}^2)$

Verificamos la hipótesis:

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot f_c \cdot b} = \frac{2926 * 500}{0,85 * 31,6 * 700} = 79\,\text{mm} < h_f = 150\,\text{mm} \quad \text{Verifica}$$

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot f_c \cdot b} = 3,11\,\text{in.} < h_f = 5,91\,\text{in.}$$

En la figura 5-4 se ilustra la disposición de las barras principales. (1 mm = 0,03937 in.)

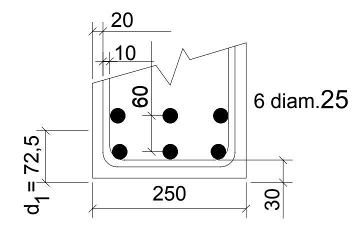


Figura 5-4: Distribución propuesta para las barras de la viga principal
(1 mm = 0,03937 in.)

Los valores actualizados para la profundidad efectiva y el brazo de palanca interno son los siguientes:

$d = h - d_1 = 600 - 72,5 = 527,5$ mm (20,78 in.) > 525 mm (20,67 in.)

$z = jd = d - 0,5a = 527,5 - (0,5 * 79) = 488$ mm (19,21 in.)

$j = z / d = 0,925$

3.3 Paso 3: Diseño de los estribos para la viga principal

Dimensionamos los estribos de acuerdo con el Capítulo 11 de ACI 318. Luego obtenemos el ángulo θ para las bielas inclinadas del alma de manera de poder determinar el modelo de bielas y tirantes para las regiones D.

$$\phi V_n \geq V_u$$

$$V_n \geq \frac{V_u}{\phi} = \frac{320}{0,75} = 427\,\text{kN} \qquad (96\,\text{kips})$$

$$V_n = V_c + V_s$$

Para miembros sometidos exclusivamente a corte y flexión la Ecuación 11.3.1.1 da:

$$V_c = 0{,}17\sqrt{f_c^{'}}\ b_w d$$

$$V_c = 0{,}17 * \sqrt{31{,}6} * 250 * 527{,}5 = 126.024\ N = 126\ kN \quad (28{,}3\ kips)$$

Con la ecuación alternativa 11.3.2.1 se obtiene:

$$V_c = \left(0{,}16\sqrt{f_c^{'}} + 17\rho_w \frac{V_u d}{M_u}\right) b_w d \le 0{,}29\sqrt{f_c^{'} b_w d}$$

donde

$$\frac{V_u d}{M_u} = \frac{320 * 0{,}5275}{640} = 0{,}2637 \le 1{,}0$$

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{2945}{250 * 527{,}5} = 0{,}0223$$

de manera que

$$V_c = \left(0{,}16\sqrt{31{,}6} + 17 * 0{,}0233 * 0{,}2637\right) 250 * 527{,}5 \le 0{,}29\sqrt{31{,}6} * 250 * 527{,}5$$

$$V_c = 132\ kN\left(29{,}67\ kips\right) \qquad \le 215\ kN\ (48{,}32\ kips)$$

Para diseñar los estribos usamos V_c de la ecuación alternativa:

$$V_s = V_n - V_c$$

$$V_s = 427 - 132 = 295\ kN \qquad (66{,}3\ kips)$$

$$< 0{,}68\sqrt{f_c^{'} b_w d} = 504\ kN \qquad (113{,}3\ kips)$$

$$> 0{,}34\sqrt{f_c^{'} b_w d} = 252\ kN \qquad (56{,}6\ kips) \rightarrow s \le d/4 = 131\ mm\ (5{,}16\ in)$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_y \cdot d} = \frac{295.000}{500 * 527{,}5} = 1{,}12\ \tfrac{mm^2}{mm} = 1120\ \tfrac{mm^2}{m} \quad (0{,}0441\ \tfrac{in^2}{in})$$

usar estribos ϕ 10 con separación de 125 mm $\rightarrow \left(\frac{A_v}{s}\right)_{prov} = 1250\ \tfrac{mm^2}{m} \quad (0{,}0492\ \tfrac{in^2}{in})$

Ahora que conocemos la cantidad de estribos podemos calcular el ángulo θ que forman las bielas inclinadas en el alma del modelo reticulado. El diagrama de cuerpo libre ilustrado en la Figura 5-5 muestra que la fuerza de corte en la región B debe ser tomada por las fuerzas en los estribos en la longitud (z cot θ):

$$V_n = (A_v / s) f_y \; z \cot\theta$$

y en base a esto el ángulo θ se puede calcular de la siguiente manera:

$$\cot\theta = \frac{s}{A_v} \cdot \frac{V_n}{f_y z} = \frac{1}{1{,}12} * \frac{427.000}{500 * 488} = 1{,}5625 \rightarrow \theta = 32{,}6^{o}$$

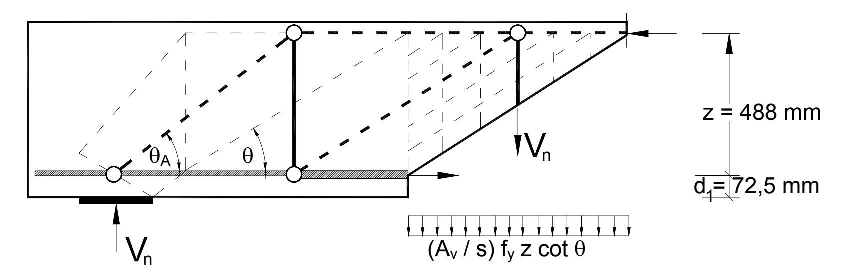


Figura 5-5: Campos de compresión para las bielas inclinadas (1 mm = 0,03937 in.)

3.4 Paso 4: Verificación de las longitudes de anclaje en los nodos A y B

3.4.1 Verificación de la longitud de desarrollo de las barras longitudinales

De acuerdo con la Sección 12.11 de ACI 318-02, la longitud de desarrollo de las barras debe satisfacer los siguientes requisitos (ver también la Figura 5-6):

1. Al menos un tercio de la armadura longitudinal se debe extender sobre la misma cara del miembro hacia el apoyo en una distancia mayor o igual que 150 mm.
2. En los apoyos simples el diámetro de las armaduras debe ser lo suficientemente pequeño como para que la longitud de desarrollo calculada, l_d, de las barras satisfaga la siguiente condición:

$$l_d \le \frac{M_n}{V_u} + l_a$$

donde
M_n es la resistencia nominal al momento suponiendo que toda la armadura en la sección (en el apoyo) está solicitada hasta la resistencia a la fluencia especificada, f_y.

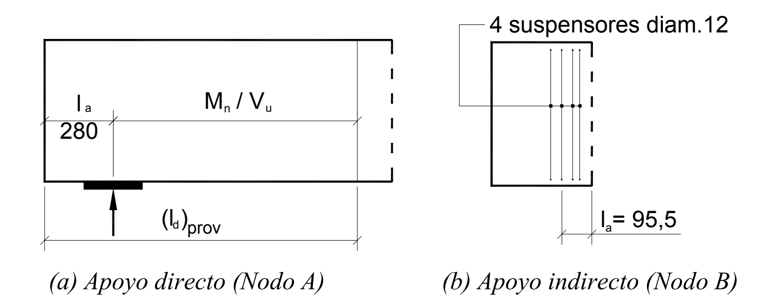
Por lo tanto, del Paso 2, se puede calcular como

$M_n = A_s f_y z$

M_n = 2945 * 500 * 488 = 719 x 10^6 N-mm = 719 kN-m.

V_u es la carga de corte factoreada en la sección (V_u = 320 kN).

l_a en el apoyo debe ser la longitud de empotramiento más allá del centro del apoyo.



(a) Apoyo directo (Nodo A) *(b) Apoyo indirecto (Nodo B)*

Figura 5-6: Longitud de desarrollo de la barra positiva (1mm = 0,03937 in.)

Por motivos de simplicidad extendemos todas las barras hasta el apoyo.

La sección de la viga en el apoyo es similar a la Figura 5-4, el diámetro de la barra es 25 mm, por lo tanto, de acuerdo con la Sección 12.2.2, la longitud de desarrollo se puede calcular de la siguiente manera:

$$l_d = \left(\frac{f_y \alpha \beta \lambda}{20\sqrt{f_c'}} \right) d_b \quad \text{(in.)}$$

Esta ecuación se aplica para el caso de hormigón de peso normal (λ = 1,0), armadura sin recubrimiento epoxi (β = 1,0) y barras con diámetro mayor que las barras No. 7 ó 22 mm (α = 1,0). Para f_c' = 4583 psi y f_y = 72.500 psi:

$$(l_d)_{req} = \left(\frac{72.500 * 1,0 * 1,0 * 1,0}{20\sqrt{4583}} \right) d_b = 54 d_b = 1350\,\text{mm} \quad (53,15\,\text{in})$$

Verificación del nodo A:

$$(l_d)_{prov} = 1,3 * M_n / V_u + l_a = 1,3 * 715.000/320 + 280 = 3185\,\text{mm} \quad (98,98\,\text{in.})$$

$$(l_d)_{prov} = 3185\,\text{mm} \quad (98,98\,\text{in}) > (l_d)_{req} \rightarrow \text{Verifica}$$

Verificación del nodo B:

$$(l_d)_{prov} = M_n / V_u + l_a = 715.000/320 + 95 = 2234\,\text{mm} \quad (87,95\,\text{in}) > (l_d)_{req.} \rightarrow \text{Verifica}$$

Se satisfacen los requisitos de la Sección 12.11 referidos al desarrollo de la armadura longitudinal. Sin embargo, esto no constituye una verificación de la longitud de anclaje directamente en el apoyo.

3.4.2 Verificación de la longitud de anclaje en el apoyo directo A

En los apoyos usamos ganchos normales en los extremos de las barras. La verificación de la longitud de anclaje en el apoyo directo se realiza de acuerdo con la Sección 12.5.2 para un gancho normal según A.4.3.2. De acuerdo con la Sección A.4.3.2 de ACI, la longitud de desarrollo comienza en el punto donde el baricentro de la armadura del tirante abandona la zona nodal extendida. Por motivos de simplicidad aquí se toma la cara interna del apoyo y, como se ilustra en la Figura 5-7, la longitud de desarrollo (l_d) así calculada es igual a 380 mm.

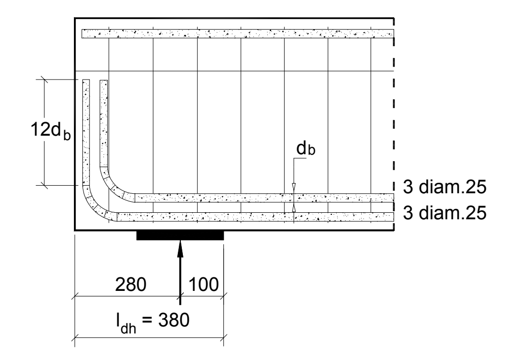


Figura 5-7: Longitud de desarrollo en el apoyo directo (Nodo A) (1 mm = 0,03937 in.)

De acuerdo con la Sección 12.5.2 la longitud de desarrollo es:

$$l_{dh} = (0,02\,\beta\,\lambda\,f_y / \sqrt{f_c'})\,d_b$$

donde

β y λ son 1,0 para hormigón de peso normal y armadura sin recubrimiento epoxi

f_c' = 4580 psi

f_y = 72.500 psi

por lo tanto

$$l_{dh} = (0,02 * 1,0 * 1,0 * 72.500 / \sqrt{4580})d_b = 21 d_b$$

De acuerdo con la Sección 12.5.3 cuando no se requiere específicamente anclaje o desarrollo para f_y, la armadura en exceso de la requerida por análisis se puede multiplicar por

$$l_{dh} = (A_{s,req} / A_{s,prov})\,21 d_b$$

Para poder calcular $A_{s,req}$ es necesario conocer la fuerza de tracción (F_{sA}) ilustrada en la Figura 5-8. En base a la Sección 6.5.2.1 de las Recomendaciones FIP (1999), el ángulo θ_A

de la resultante del campo de compresión en forma de abanico sigue la geometría del abanico (Figura 5-8):

$$\cot\theta_A = \left[0,5a_1 / z + \left(d_1 / z + 0,5\right)\cot\theta\right]$$

$$\cot\theta_A = \left[125/488 + \left(72,5/488 + 0,5\right)1,5625\right] = 1,2695 \rightarrow \theta_A = 38,2^o$$

$F_{sA} = V_n \cot\theta_A = 427 * 1,2695 = 542\,kN$ (122 kips)

$A_{s,req} = F_{sA} / f_y = 542.000/500 = 1084\,mm^2$ (1,68 in.^{2})

$A_{s,prov} = 6\varnothing 25 (2945\,mm^2)$ (4,56 in.^{2})

Por lo tanto: $l_{dh,req} = (A_{s,req} / A_{s,prov})\ 21\,d_b$

$$l_{dh,req} = (1084/2945)\ 21\ d_b = 7,73\,d_b = 193\,mm\ <\ l_{dh,prov} = 280\,mm$$

$$l_{dh,req} = 7,60\,in < l_{dh,prov} = 11,02\,in.$$

La longitud de anclaje en el apoyo directo (Nodo A) es adecuada.

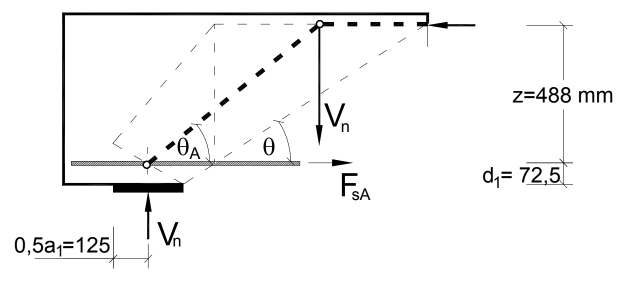


Figura 5-8: Fuerza de tracción (F_{sA}) a anclar en el apoyo (1 mm = 0,03937 in.)

3.4.3 Suspensores en el apoyo indirecto

En un apoyo indirecto el modelo de bielas y tirantes del alma es igual que el correspondiente a los apoyos directos [Reineck (1996)]. Sin embargo, en el nodo B la reacción de la viga principal debe ser transferida a la viga de apoyo mediante suspensores (Figura 5-9). La sección de suspensores requerida se puede calcular de la siguiente manera:

$A_s = V_n / f_y = 427.000/500 = 854\,mm^2$ (1,32 in.^{2})

Usar 4 estribos ϕ 12; A_s = 905 mm^2 (1,40 in.^{2})

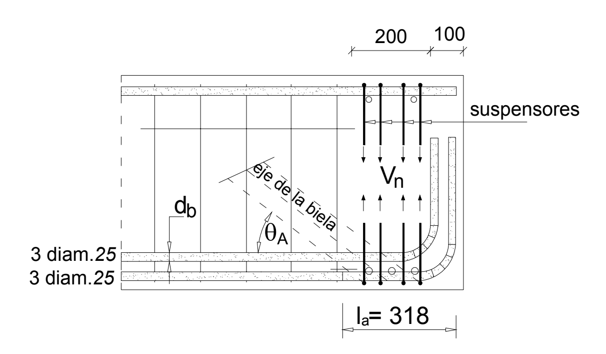


Figura 5-9: Modelo y longitud de desarrollo en el apoyo indirecto (Nodo B)
(1 mm = 0,03937 in.)

3.4.4 Verificación de la longitud de desarrollo en el apoyo indirecto B

Para poder colocar los suspensores debajo de los ganchos normales en el apoyo indirecto, la viga principal se debería extender 100 mm más allá del borde de la viga de transferencia (Figura 5-9). Si esto no ocurre el anclaje de la armadura principal no es suficiente.

De acuerdo con la Sección A.4.3.2, la longitud de desarrollo se puede calcular a partir del punto donde el baricentro de un tirante abandona la zona nodal extendida. Como se puede ver en la Figura 5-9, la longitud de desarrollo (l_a) así calculada es igual a 318 mm. Este valor es mayor que l_{dh} de cálculos anteriores, por lo tanto la longitud de desarrollo en el apoyo indirecto es adecuada.

Nota: Es evidente que los requisitos sobre longitud de anclaje de ACI 318 no distinguen entre apoyos directos y apoyos indirectos. Sin embargo, el estado de tensiones en un apoyo indirecto es obviamente más desfavorable porque las tensiones de tracción transversal reducen la resistencia de la adherencia acero-hormigón. Por este motivo la longitud de anclaje requerida debería ser mayor en el caso de un apoyo indirecto.

3.5 Paso 5: Viga que transfiere la carga a la viga principal

3.5.1 Modelo de bielas y tirantes

La totalidad de la viga de gran altura constituye una región D. A fin de satisfacer el equilibrio en el punto C de la Figura 5-10, para las fuerzas hacia arriba de los tirantes hacen falta suspensores. Estos estribos deben estar ubicados dentro de la intersección del alma de la viga principal y la viga que transfiere la carga.

Se puede suponer el modelo de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 5-10.

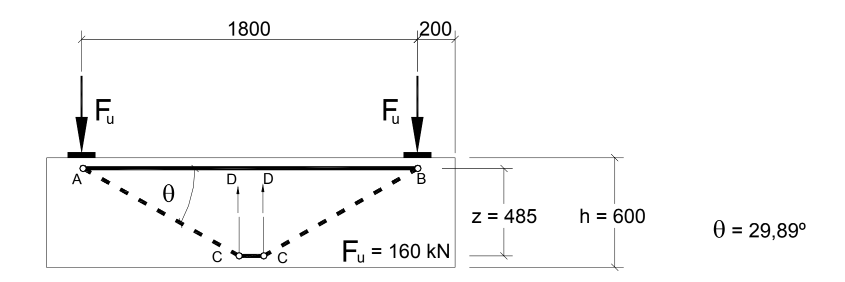


Figura 5-10: Modelo de bielas y tirantes de la viga que transfiere la carga
(1 mm = 0,03937 in.; 1 kN = 0,2248 kips)

El ángulo de la biela es mayor que 25º, por lo tanto es aceptable. Sin embargo, según A.3.3 del Apéndice A de ACI 318-2002 se requiere una cierta cantidad mínima de armadura transversal como se calcula a continuación. Por este motivo se puede decir que este modelo no es totalmente transparente como tal (ver también Schlaich et al. (1987)) ya que no demuestra la necesidad de disponer armadura transversal. Por lo tanto se puede considerar el modelo de bielas y tirantes para cargas puntuales próximas a un apoyo usado en las Recomendaciones FIP (1999) "Diseño Práctico del Hormigón Estructural"; esto también fue propuesto por MacGregor en la Parte 2 de esta Publicación Especial.

3.5.2 Diseño de los suspensores

Las fuerzas ascendentes en C-D deben ser resistidas por suspensores, los cuales ya fueron calculados en la Sección 3.4.3.

3.5.3 Diseño de los tirantes

Calcular la fuerza en el tirante horizontal (T_u) en los nodos A y B de la siguiente manera:

$T_u = F_u / \tan \theta = 160 / \tan 29{,}9º = 278{,}2$ kN (62,5 kips)

$T_n \geq T_u / \phi = 278{,}2 / 0{,}75 = 371$ kN (83,4 kips)

$A_s = T_n / f_y = 371.000 / 500 = 742$ mm^2 (1,15 in.^{2})

Usar 3 ϕ 19; $A_s = 850$ mm^2 (1,31 in.^{2})

3.5.4 Resistencia de la zona nodal

La resistencia nominal a la compresión de una zona nodal es:

$F_{nn} = f_{cu} A_n$

donde

$f_{cu} = 0{,}85\ \beta_n\ f_c'$

$\beta_n = 0{,}8$

$f_{cu} = 0{,}85 * 0{,}8 * 31{,}6 = 21{,}5$ MPa (3,12 ksi)

A_n = área de la zona nodal tomada perpendicularmente a la fuerza resultante, mm^2

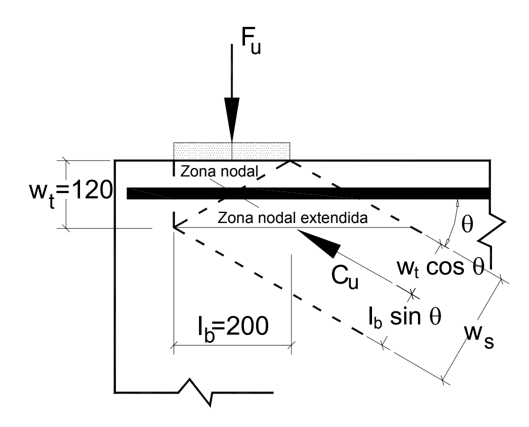


Figura 5-11: Zona nodal en el punto de carga (1 mm = 0,03937 in.)

Verificamos la zona nodal bajo la fuerza de apoyo (F_u) como se ilustra en la Figura 5-11)

$A_n = b\ l_b = 200 * 200 = 40.000$ mm^2 (62,0 in.^{2})

de manera que

$F_{nn} = f_{cu}\ A_n = 21{,}5 * 40.000 = 860.000$ N = 860 kN (193 kips)

$\phi\ F_{nn} = 0{,}75 * 860$ kN = 645 kN (145 kips) > F_u = 160 kN → Verifica

Verificamos la zona nodal bajo la acción de la biela (C_u):

$C_u = F_u / \sin\theta = 160 / \sin 29{,}9º = 321$ kN (72,2 kips)

$A_n = b\ w_s = b\ (w_t \cos\theta + l_b \sin\theta)$

$= 200\ (120 \cos 29{,}9º + 200 \sin 29{,}9º) = 40.745$ mm^2 (63,15 in.^{2})

de manera que

$F_{nn} = f_{cu}\ A_n = 21{,}5 * 40.745 = 876.000$ N = 876 kN (197 kips)

$\phi\ F_{nn} = 0{,}75 * 876$ kN = 657 kN (148 kips) > C_u = 321 kN → Verifica

Para anclar las armaduras se disponen ganchos, sin verificaciones adicionales.

3.5.5 Resistencia de las bielas inclinadas

La resistencia nominal a la compresión de una biela se toma como

$F_{ns} = f_{cu} A_c$

donde

A_c = sección transversal en un extremo de la biela

$A_c = b\, w_s = b\,(w_t \cos \theta + l_b \sin \theta)$

$f_{cu} = 0{,}85\, \beta_s\, f_c'$

β_s = 0,75 (biela en forma de botella con armadura que satisface la Sección A.3.3 de ACI 318-02)

por lo tanto

$f_{cu} = 0{,}85 * 0{,}75 * 31{,}6 = 20{,}1$ MPa (2,92 ksi)

$A_c = 200\,(120 \cos 29{,}9 + 200 \sin 29{,}9) = 40.700\ \text{mm}^2$ (63,09 in.^{2})

$F_{ns} = 20{,}1 * 40.700 = 819.000$ N = 819 kN (184 kips)

$\phi\, F_{ns} = 0{,}75 * 819 = 614$ kN (138 kips) $> C_u$ $\rightarrow$ Verifica

Diseñamos la armadura que atraviesa la biela diagonal de manera de satisfacer la Sección A.3.3 del Apéndice A, ACI 318 (Figura 5-12):

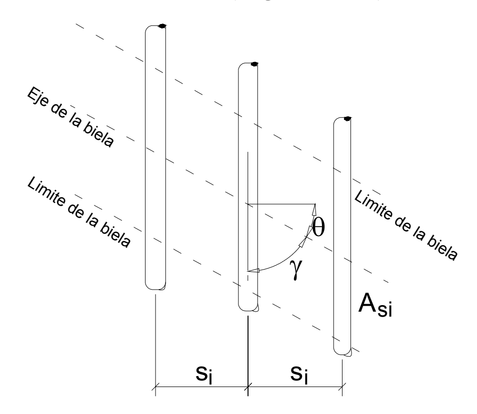


Figura 5-12: Armadura que atraviesa la biela diagonal

La armadura se colocará en una sola dirección (sólo vertical) formando un ángulo γ respecto del eje de la biela diagonal de manera que γ no sea menor que 40º.

$\gamma = 90 - \theta = 90 - 29{,}9 = 60{,}1º$

Para $f_c' \leq 41{,}4$ MPa (6000 psi) la cantidad de armadura se calcula de la siguiente manera:

$$\left(\frac{A_{si}}{s_i}\right)_{prov} \geq 0,003\frac{b}{\sin\gamma}$$

de manera que

$$\left(\frac{A_{si}}{s_i}\right)_{min} \geq 0,003*\frac{200}{\sin 60,1} = 0,692\,\tfrac{mm^2}{mm} = 692\,\tfrac{mm^2}{m} \quad (0,0272\,\tfrac{in.^2}{in.}$$

Probamos con estribos ϕ10 separados 200 mm (8 in.)

$$\left(\frac{A_{si}}{s_i}\right)_{prov} = 785\,\tfrac{mm^2}{m} \quad (0,031\,\tfrac{in.^2}{in.})$$

3.6 Paso 6: Viga que soporta la viga principal

El diseño es similar al de la viga anterior. Observar que el modelo (Figura 5-13) está invertido respecto de la viga que transfiere la carga.

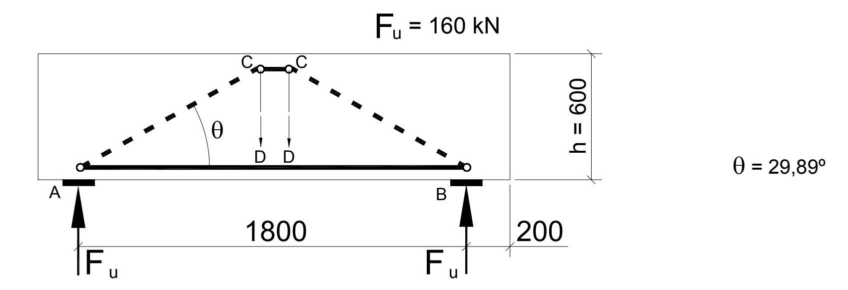


Figura 5-13: Modelo de bielas y tirantes para la viga que soporta la viga principal (1 mm = 0,03937 in.; 1 kN = 0,2248 kips)

4 Disposición de las armaduras

La disposición de las armaduras se ilustra en las Figuras 5-14 a 5-16.

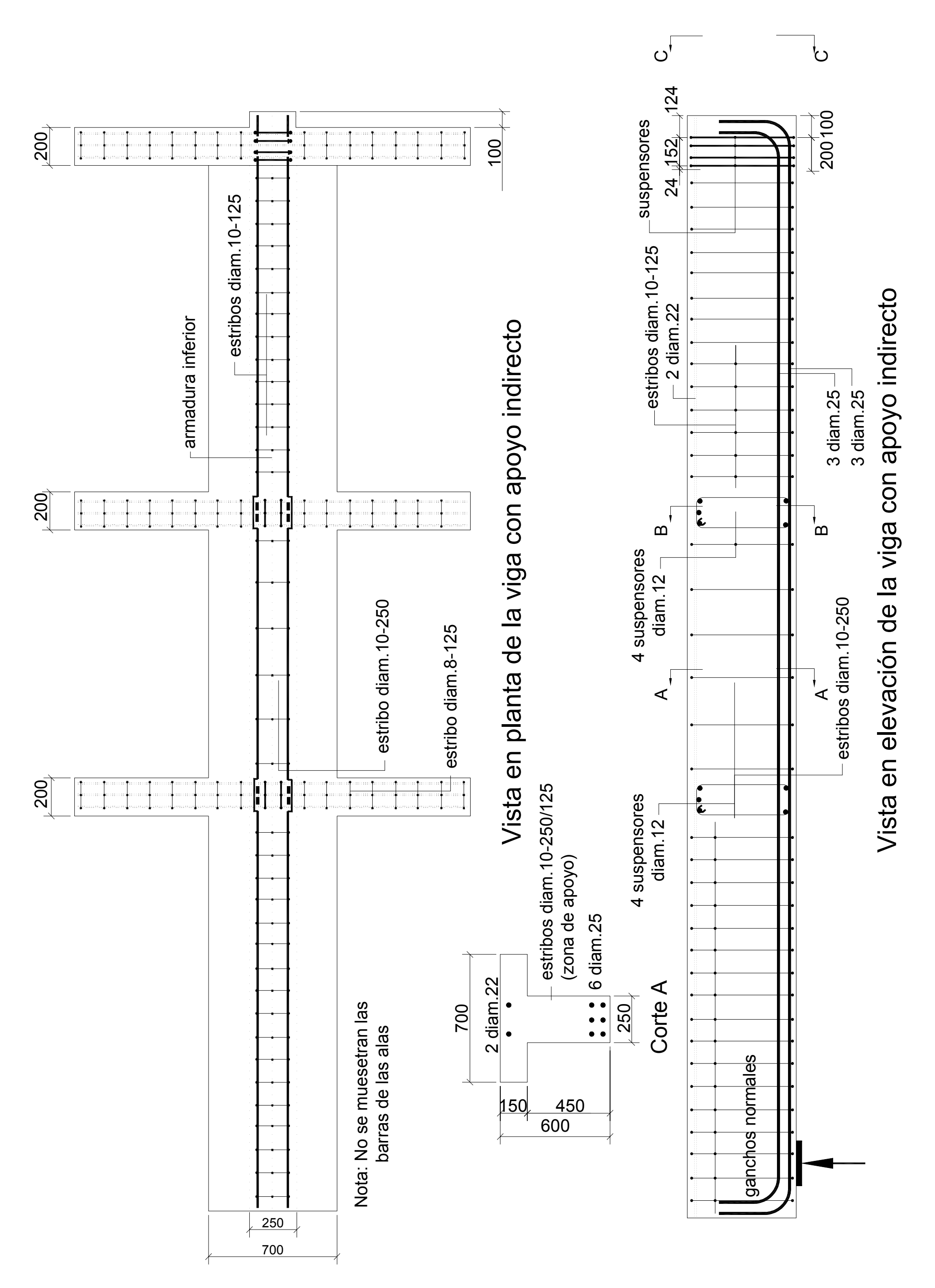


Figura 5-14: Vista y corte de una de las vigas con apoyo indirecto
(1 mm = 0,03937 in.)

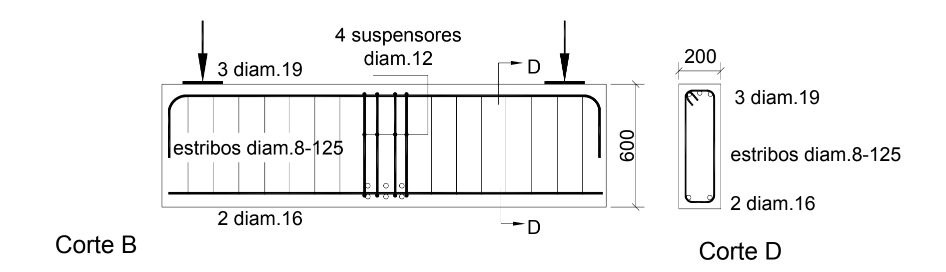


Figura 5-15: Vista en elevación y corte de la viga que transfiere la carga (Nodo A) (1 mm = 0,03937 in.)

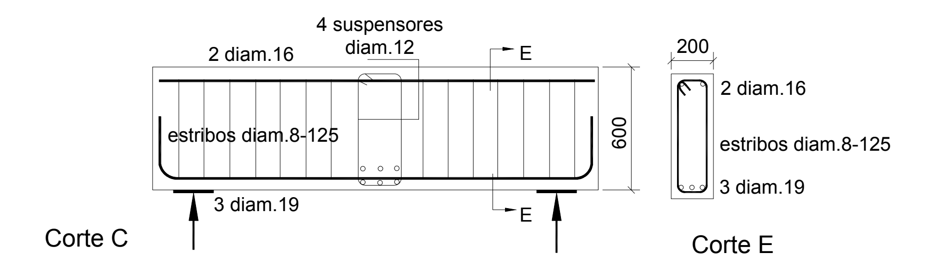


Figura 5-16: Vista y corte de la viga que soporta la viga principal (Nodo B) (1 mm = 0,03937 in.)

5 Resumen

En la actualidad los apoyos indirectos se tratan mediante reglas para el diseño al corte, a pesar de que representan regiones D críticas. Usando modelos de bielas y tirantes se hace evidente la necesidad de colocar suspensores para la totalidad de la fuerza en el apoyo. El diseño al corte del alma adyacente es igual que para un apoyo directo.

Otro tema crítico es el anclaje de la armadura longitudinal en los apoyos indirectos, ya que en los nodos TTC las tensiones de tracción transversal reducen la capacidad de adherencia acero-hormigón. Por lo tanto se requieren longitudes de anclajes mayores que en los apoyos directos, nodos TCC, donde la compresión transversal favorece las tensiones de adherencia y en consecuencia la longitud de anclaje requerida.

Notación

f_c' = resistencia a la compresión especificada del hormigón
f_y = resistencia a la fluencia especificada de la armadura no pretensada
d = distancia entre la fibra extrema comprimida y el baricentro de las barras traccionadas (profundidad efectiva)
d_b = diámetro nominal de una barra
F_u = fuerza factoreada que actúa en una biela, tirante, área de apoyo o zona nodal de un modelo de bielas y tirantes, kN
C_u = compresión factoreada en una biela de un modelo de bielas y tirantes, kN
T_u = tracción factoreada en un tirante de un modelo de bielas y tirantes, kN
A_n = superficie de la cara de la zona nodal sobre la cual actúa F_u, considerada perpendicularmente a la recta de acción de F_u, o la fuerza resultante en la sección, mm^2
A_c = sección transversal efectiva en uno de los extremos de una biela de un modelo de bielas y tirantes, considerada perpendicularmente al eje de la biela, mm^2
s_i = separación de la armadura en la capa i adyacente a la superficie del miembro, mm
w_s = ancho efectivo de una biela, mm
w_t = ancho efectivo de un tirante, mm
β_1 = factor definido en la Sección 10.2.7.3 de ACI 318-02
β_s = factor que toma en cuenta los efectos de la fisuración y la armadura de confinamiento sobre la resistencia efectiva a la compresión de una zona nodal
γ = ángulo formado por el eje de una biela y las barras que atraviesan dicha biela
θ = ángulo formado por el eje de una biela o campo de compresión y el cordón traccionado del miembro
ϕ = factor de reducción de la resistencia
l_b = ancho de apoyo, mm
z = brazo de palanca interno

Referencias

American Concrete Institute (2002): Apéndice A de ACI 318-02 (*Building Code Requirements for Structural* Concrete) y ACI 318R-02 (*Commentary*).

Recomendaciones FIP (1999): *Practical Design of Structural Concrete*.
Comisión FIP 3: "*Practical Design*", Sept. 1996.
Publ.: SETO, Londres, Sept. 1999. (Distribuido por: *fib*, Lausanne)

Reineck, K.H. (1996): *Rational Models for Detailing and Design*, p. 101-134, en: Large Concrete Buildings: Rangan, B.V. y Warner, R.F. (Editores), Longman Group Ltd., Burnt Mill, Harlow, Inglaterra, 1996

Schlaich, J.; Schäfer, K.; Jennewein, M. (1987): *Toward a Consistent Design for Structural Concrete*, PCI - Journal Vol. 32 (1987), No. 3, 75-150, 1987

Ejemplo 5: Viga con cargas y apoyos indirectos

Ejemplo 6: Viga pretensada

Adolfo Matamoros

Julio Ramirez

Sinopsis

Se presenta el diseño de la región del extremo de una viga pretensada según el Apéndice A del Código ACI 318-2002. Se consideran dos alternativas, la primera de ellas con cables rectos desadheridos hacia los extremos del miembro a fin de controlar las tensiones en la transferencia. El segundo caso es con cables deformados. Se desarrollan y analizan modelos de bielas y tirantes para cada una de las dos alternativas y se dimensionan las armaduras para resistir los esfuerzos internos calculados. Los requisitos sobre longitud de anclaje fueron un factor crítico a la hora de seleccionar la configuración de los modelos reticulados.

Adolfo Matamoros recibió su MS y Doctorado de la Universidad de Illinois, Urbana Champaign. Se desempeña como Profesor Asistente en la Universidad de Kansas. Sus investigaciones abarcan el diseño al corte y detallado del hormigón estructural. Es Secretario del Comité ACI 408, Adherencia y Desarrollo de las Armaduras.

Julio Ramirez es Profesor de Ingeniería Estructural en la Universidad de Purdue. Es miembro de ACI y ha sido galardonado con el premio Delmar Bloem. Es miembro de los Comités ACI sobre Actividades Técnicas, Publicaciones, 318, Código de Construcción Estructural, Comité 408, Adherencia y Desarrollo de las Armaduras, Comité Conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión, Comité Conjunto ACI-ASCE 423, Hormigón Pretensado.

1 Geometría y cargas

Se diseña la región del extremo de una viga pretensada simplemente apoyada sometida a una carga uniformemente distribuida, w_u, usando el Apéndice A del Código ACI 318-2002. En la Figura 6-1 se indican las dimensiones de la viga. La distancia entre apoyos es de 30 ft. (9144 mm) y la longitud total de la viga es de 32 ft.- 8 in. (9957 mm).

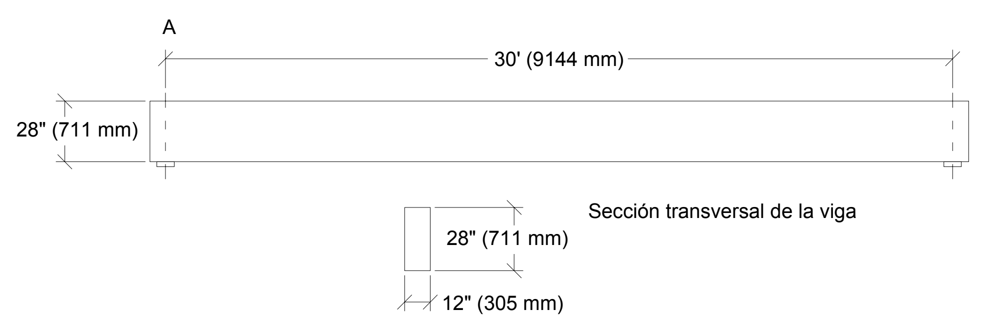


Figura 6-1: Dimensiones del miembro (en mm)

Las cargas de diseño y propiedades de los materiales de la viga son los siguientes:

$w_u =$	0,30 kip/in. (53 N/mm)	$f_{se} =$	150 ksi (1034 MPa)
$f_c' =$	7,5 ksi (52 MPa)	$f_y =$	60 ksi (414 MPa)
$b =$	12 in. (305 mm)		

Para detallar el extremo de la viga se consideraron dos alternativas diferentes. En el primer caso se considera un patrón de cables horizontales, incluyendo la opción de desadherir algunos de los cables en secciones ubicadas a 15 in. (381 mm) y 45 in. (1143 mm) del eje de los apoyos (Figura 6-2). En la segunda alternativa el extremo de la viga se diseña usando una combinación de cables rectos y algunos cables deformados en el punto D de la Figura 6-2, ubicado a 91 in. (2311 mm) del extremo de la viga. La distancia entre el centro del apoyo y el extremo de la viga es de 16 in. (406 mm). Las dimensiones de la placa de apoyo supuesta son 6 x 12 in. (152 x 305 mm):

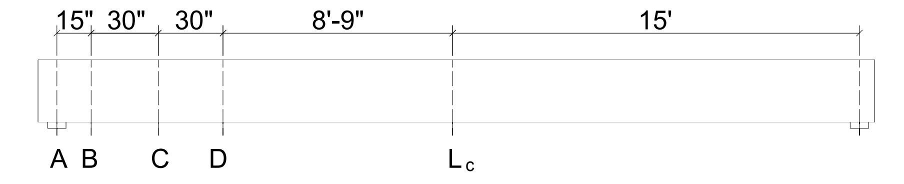


Figura 6-2: Dimensiones de la viga y ubicación de las secciones críticas del modelo de bielas y tirantes

2 Procedimiento de diseño

El diseño global de las regiones D y B del miembro se puede realizar usando el Apéndice A del Código 318-02 (ACI, 2002). En la práctica es probable que las partes de la viga que se diseñan como regiones B sean diseñadas usando los procedimientos incluidos en el cuerpo principal del código. A los fines de este trabajo el miembro se diseñará usando los requisitos incluidos en el Apéndice A así como otras secciones relevantes del Código ACI 318-2002. Los pasos a seguir son los siguientes:

- Paso 1: Determinar los límites entre las regiones D y las regiones B de la viga y calcular las demandas de momento y corte en estas ubicaciones.
- Paso 2: Establecer un modelo de bielas y tirantes inicial para la región a diseñar en base a las dimensiones de la biela horizontal y el tirante horizontal obtenidas a partir de los requisitos flexionales. Verificar que las fuerzas en las bielas horizontal e inclinada críticas permanezcan por debajo de las máximas resistencias efectivas permitidas por los requisitos de ACI. Si la resistencia de las bielas es adecuada en función de los límites especificados en el Apéndice A, proceder a dimensionar la armadura. Caso contrario optar entre ajustar el ancho o la altura de las bielas, la resistencia a la compresión uniaxial del hormigón o el ancho de la viga, según cuál opción sea más factible.
- Paso 3: Determinar el número de cables necesario para satisfacer la demanda de fuerza en el tirante principal. Verificar que los cables estén anclados adecuadamente.
- Paso 4: Dimensionar armadura no pretensada para satisfacer las demandas de fuerza que actúan en los tirantes. En los miembros pretensados se puede usar acero no pretensado para suplementar la resistencia provista por el acero de pretensado. Esto puede resultar crítico en las regiones próximas a los extremos de las vigas donde la transferencia del pretensado se produce por adherencia. Asegurar que la armadura mínima y la separación máxima satisfagan los requisitos de ACI 318-02.

3 Cálculos para la región del extremo de la viga con cables rectos

La porción de la viga relevante para este ejemplo de diseño está ubicada entre el borde de la viga y la sección D (Figura 6-2), la cual corresponde al límite entre las regiones D y B. La ubicación de la sección D se eligió de manera tal que está a una distancia aproximadamente igual a la profundidad efectiva a partir de la sección de desadherencia más próxima a la línea de centro de la viga. Siguiendo el procedimiento delineado en la Sección 2 se desarrolla un modelo de bielas y tirantes capaz de transferir las fuerzas entre la sección D y el extremo de la viga.

Tabla 6-1: Demandas calculadas en el límite de la región a diseñar

Distancia desde el apoyo in. (mm)	M_u x 10^3 kip in. (kN mm)	V_u kips (kN)
75 (1905)	3,21 (362)	31,5 (140)

3.1 Determinar las demandas de momento flector y corte en el límite de la región a diseñar

La demanda de momento flector y corte en el límite de la región a diseñar se determinan en base a los principios del equilibrio. En la Tabla 6-1 se resumen la magnitud del momento flector y el esfuerzo de corte.

3.2 Definir el modelo de bielas y tirantes

La configuración del modelo y bielas y tirantes se define en base a la altura de la biela horizontal y a la altura del tirante horizontal, según se describió en el paso 2 del procedimiento sugerido. La altura del tirante flexional principal se define como dos veces la distancia entre el fondo de la viga y el baricentro de los cables. Los cables están distribuidos en dos capas separadas 2 in. (51 mm), como se puede ver en la Figura 6-3.

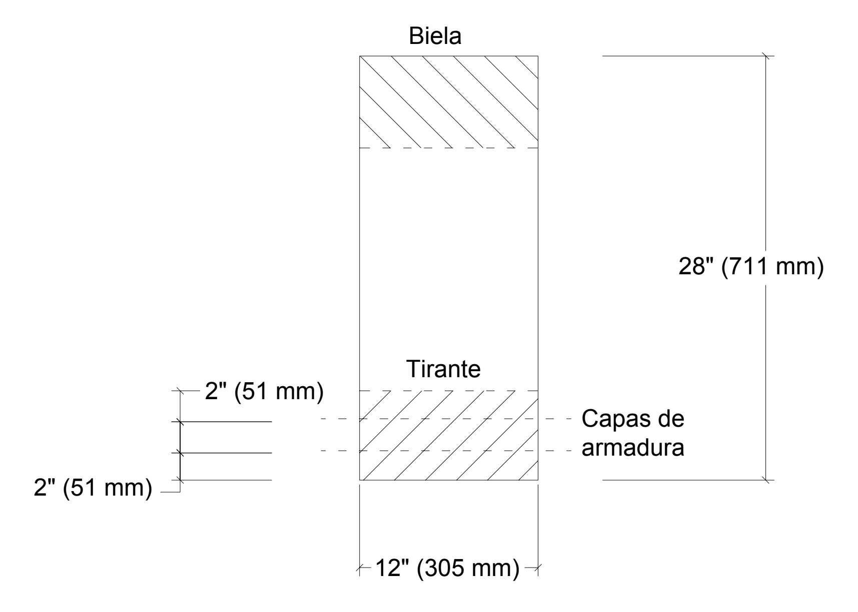


Figura 6-3: Ubicación de los cables para la viga con cables horizontales

En la Figura 6-4 se ilustra el modelo de bielas y tirantes idealizado para la región a diseñar. Las líneas llenas corresponden a los elementos traccionados, mientras que las líneas discontinuas representan las bielas. En la sección D, ubicada a 75 in. (1905 mm) del apoyo (Figura 6-4) se asume que el número total de cables está distribuido de forma uniforme entre las dos capas (Figura 6-3). En consecuencia, la altura del tirante (N_6 - N_4 - N_2 en la Figura 6-4) es de 6 in. (152 mm) y su baricentro está ubicado a 3 in. (76 mm) de la cara inferior de la viga. Se asume que la altura de la biela horizontal (N_5 - N_3 - N_1 en la Figura 6-4) es de 3 in. (76 mm), lo cual corresponde aproximadamente al ancho calculado para el diagrama rectangular de tensiones en el borde de la región D (a = 2,5 in.). Una vez calculados los esfuerzos internos se investigará la posibilidad de desadherir parte del número total de cables, ya que sería útil lograr un adecuado control de las tensiones en transferencia y bajo niveles de cargas de servicio.

Las cargas verticales aplicadas en los nodos del modelo de bielas y tirantes (Figura 6-4) consideran los efectos de la carga distribuida que actúa sobre la viga. La configuración del modelo se seleccionó de manera que el ángulo de inclinación de la primera biela (elemento 9, Figura 6-4) sea mayor que el de las otras dos bielas a fin de lograr una mejor representación del abanico de compresión que se forma en la región que rodea al apoyo. El ángulo de inclinación de la segunda y tercera biela (α en la Figura 6-4) se calculó en base a las dimensiones del tirante horizontal, la biela horizontal y la distancia entre tirantes verticales. Para el modelo de bielas y tirantes ilustrado (Figura 6-4) $\alpha = 38{,}1^\circ$; este valor es mayor que el límite inferior de 25º establecido por el Código ACI (2002).

3.3 Verificar la altura total del modelo y determinar los esfuerzos internos en todas las bielas y tirantes

La cupla formada por las fuerzas C_c y T_s debe ser igual al momento externo que actúa en el punto D (Figura 6-4). Por lo tanto,

$$C_c = T_s = \frac{3{,}21\times10^3 \text{ kip in.}}{23{,}5 \text{ in.}} = 136 \text{ kip} \quad (607 \text{ kN}) \qquad (6\text{-}1)$$

Las fuerzas en los elementos se determinan en base a la condición de equilibrio para cada uno de los seis nodos ilustrados en la Figura 6-4. En la Tabla 6-2 se resumen los resultados. Los signos negativos indican compresión.

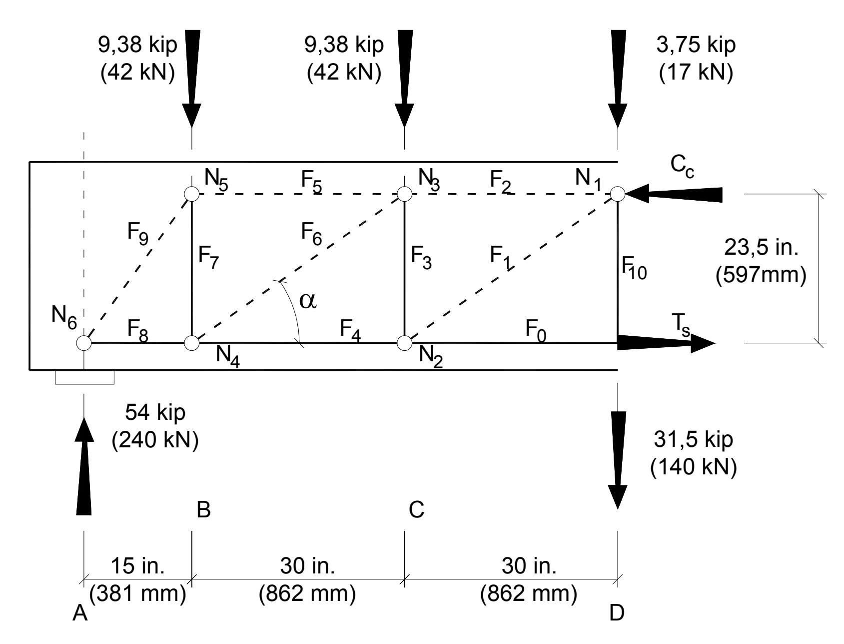


Figura 6-4: Modelo de bielas y tirantes para el extremo de la viga con cables horizontales

Tabla 6-2: Fuerzas en los elementos del modelo de bielas y tirantes de la Figura 6-4

Tipo de elemento	Nombre del elemento (Figura 6-4)	Fuerza kip (kN)
Bielas horizontales	F_2	-91 (-407)
	F_5	-34 (-153)
Bielas inclinadas	F_1	-57 (-254)
	F_6	-72 (-322)
	F_9	-64 (-285)
Tirantes horizontales	F_0	136 (607)
	F_4	91 (407)
	F_8	34 (153)
Tirantes verticales	F_3	35 (157)
	F_7	45 (199)
	F_{10}	32 (140)

3.4 Verificar la capacidad de las bielas horizontales e inclinadas

La capacidad nominal de las bielas se determina usando la resistencia efectiva a la compresión dada por la Ecuación A-3 del Código ACI (2002):

$$f_{cu} = 0,85\beta_s f_c^{\prime} \qquad \text{[ACI Sección A.3.2, Ec. (A-3)]}$$

De acuerdo con la Sección A.3.2 del Código ACI, la resistencia efectiva a la compresión debería ser la resistencia del hormigón en la biela o la resistencia del hormigón en la zona nodal, según cuál valor sea el menor. La biela horizontal crítica del modelo reticulado ilustrado en la Figura 6-4 es el elemento 2, ubicado cerca del límite de la región bajo estudio. El Nodo 3, ubicado en el extremo izquierdo de la Biela 2, se clasifica como nodo C-C-T porque en él convergen dos bielas y un tirante. De acuerdo con el Apéndice A del Código ACI, el factor de resistencia para una biela ubicada en la zona comprimida de una viga es β_s = 1,0 y el factor de resistencia para un nodo con un tirante es β_n = 0,8. Dada la menor capacidad del hormigón del nodo, β_n = 0,8 determina la capacidad nominal de la biela.

Por lo tanto, la resistencia de diseño de la biela horizontal es:

$$f_{cu} = 0,85 \times 0,8 \times 7,5 \text{ ksi} = 5,1 \text{ ksi} \quad (35\,\text{MPa}) \qquad (6\text{-}2)$$

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times A_c \qquad \text{[ACI Sección A.3.1, Ec. (A-2)]}$$

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times 12\,\text{in.} \times 3\,\text{in.} = 138 \text{ kip} \quad (613\,\text{kN}) \qquad (6\text{-}3)$$

donde ϕ es el factor de reducción de la resistencia que, de acuerdo con la Sección 9.3.2.6 del Código ACI, es igual a 0,75 para las bielas, tirantes, zonas nodales y áreas de apoyo de los modelos de bielas y tirantes. La Ecuación 6-3 muestra que la capacidad de la biela horizontal es mayor que la demanda sobre la biela, igual a 91 kip (407 kN) (Tabla 6-2). Por lo tanto la resistencia de la biela es adecuada.

Se investigaron las bielas inclinadas 6 y 9 para determinar cuál de las dos tenía la mayor demanda. Debido a que hay un tirante anclado en cada uno de los nodos 5 y 6, ubicados en los extremos de la Biela 9 (F_9, Figura 6-4), el factor de reducción de la resistencia para los nodos es β_n = 0,80. Se considera que el elemento 9 es una biela en forma de botella porque su ancho se puede expandir entre nodos. En consecuencia, de acuerdo con la Sección A.3.2.2 del Código ACI, el factor de resistencia para la biela es β_s = 0,6. Este valor es menor que el factor de resistencia para los nodos. Aunque la Sección A.3.2.2 permite utilizar un factor mayor β_s = 0,75 si se dispone armadura que satisfaga la Sección A.3.3, en este caso se asumió que no se disponía este tipo de armadura y por lo tanto se usó el factor más conservador. Por lo tanto, la resistencia nominal del hormigón en la Biela 9 es:

$$f_{cu} = 0,85 \times 0,6 \times 7,5\,\text{ksi} = 3,83\,\text{ksi} \quad (26\,\text{MPa}) \qquad (6\text{-}4)$$

Para determinar la capacidad nominal de la biela es primero necesario calcular su ancho. La Figura 6-5 muestra el Nodo 6, ubicado en el apoyo. El ancho en la parte inferior de la Biela 9 está dado por la Ecuación 6-5:

$$w_{st} = l_{bp} \sin\alpha + h_t \cos\alpha \qquad (6\text{-}5)$$

donde l_{bp} es el ancho de la placa de apoyo y h_t es la altura del tirante horizontal. De acuerdo con la Ecuación 6-5, el ancho de la Biela 9 en su parte inferior es:

$$w_{9b} = 6\,\text{in.} \sin 57{,}5^{o} + 6\,\text{in.} \cos 57{,}5^{o} = 8{,}3\,\text{in.} \quad (210\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}6)$$

El ancho en la parte superior de la Biela 9 (w_{9t}), la parte inferior de la Biela 6 (w_{6b}) y la parte superior de la Biela 6 (w_{6b}) (Figura 6-4) también se calculan usando la Ecuación 6-5. El modelo geométrico de estos nodos es similar al ilustrado en la Figura 6-5, excepto que la longitud l_{bp} se toma como la mitad del ancho del tirante vertical que converge al nodo y h_t se toma como la altura de la biela (3 in. 76 mm). Por lo tanto, se debe calcular el ancho del Tirante 7 para obtener el ancho de la Biela 9 en el Nodo 5. La Sección RA.4.2 del Comentario del Código ACI (2002) sugiere calcular un límite para el ancho del tirante en base a la tensión de apoyo admisible de la región nodal. Siguiendo estas recomendaciones obtenemos el ancho del Tirante 7 en base a la tensión admisible en el Nodo 5:

$$w_{tirante7} = \frac{F_7}{\phi 0{,}85\beta_n f_c' b} = \frac{45\ \text{kip}}{0{,}75 \times 0{,}85 \times 0{,}80 \times 7{,}5\ \text{ksi} \times 12\,\text{in.}} = 1\ \text{in.} \quad (25\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}7)$$

El ancho del elemento 9 en la parte superior de la biela se calcula en base al ancho del tirante y el ancho de la biela horizontal:

$$w_{9t} = {}^{w_{tirante}}\!/_{2} \sin\alpha + h_t \cos\alpha = {}^{1\,\text{in.}}\!/_{2} \sin 57{,}5^{o} + 3\,\text{in.} \cos 57{,}5^{o} = 2\,\text{in.} \quad (52\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}8)$$

De manera similar, el ancho de la Biela 6 en la parte superior de la biela se calcula en base a la altura del tirante y la tensión admisible en el Nodo 3. El ancho del Tirante 3 es:

$$w_{tirante3} = \frac{F_3}{\phi 0{,}85\beta_n f_c' b} = \frac{32\,\text{kip}}{0{,}75 \times 0{,}85 \times 0{,}80 \times 7{,}5\ \text{ksi} \times 12\,\text{in.}} = 0{,}7\,\text{in.} \quad (18\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}9)$$

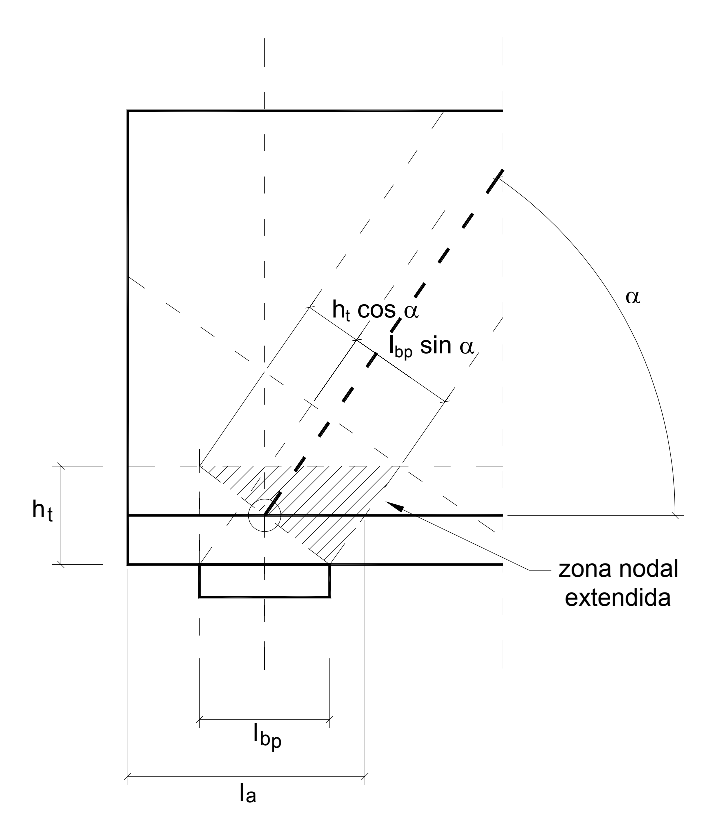


Figura 6-5: Ancho de una biela en función de las dimensiones nodales

Por lo tanto, el ancho de la Biela 6 está dado por:

$$w_{6t} = 0,35\,\text{in.}\sin 38,1^{\text{o}} + 3\,\text{in.}\cos 38,1^{\text{o}} = 2,6\,\text{in.} \quad (65\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}10)$$

La capacidad de la Biela 9 se calcula en la sección de menor ancho, la cual ocurre en la parte superior de la biela, y está dada por:

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times 12\,\text{in.} \times 2\,\text{in.} = 69\,\text{kip} \quad (307\,\text{kN}) \qquad (6\text{-}11)$$

Esto es mayor que la demanda en la biela (64 kip, 285 kN, Tabla 6-2). De manera similar, la capacidad de la Biela 6 está dada por:

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times 12\,\text{in.} \times 2,6\,\text{in.} = 90\,\text{kip} \quad (400\,\text{kN}) \qquad (6\text{-}12)$$

Esto también es mayor que la demanda en la biela (72 kip, 322 kN, Tabla 6-2). Habiendo verificado que la resistencia de las bielas es adecuada, el siguiente paso consiste en dimensionar la armadura. Si alguna biela no satisface el criterio de mínima resistencia, para satisfacer los requisitos del Código es necesario ajustar la profundidad de la biela, la resistencia a la compresión del hormigón o el ancho de la viga.

3.5.1 Calcular la armadura necesaria para los tirantes horizontales

En la Tabla 6-2 presentamos la demanda de fuerza en cada uno de los tres tirantes horizontales. El número de cabes requerido para cada tirante se determina usando la Ecuación A-6 del Código ACI, la cual define la resistencia nominal de un tirante de la siguiente manera:

$$F_{nt} = A_{st} f_y + A_{ps}(f_{se} + \Delta f_p) \qquad \text{[ACI Sección A.4.1, Ec. (A-6)]}$$

Utilizamos cables con diámetro nominal de ½ in. (12,5 mm); estos cables poseen una sección nominal de 0,153 in.^{2} (99 mm^2). La Sección A.4.1 del Código ACI permite que el diseñador asuma un valor Δf_p = 60 ksi (414 MPa). La sección total de cables de pretensado requerida es:

$$A_{ps} = \frac{T_{h\,tirante}}{\phi\left(f_{se} + \Delta f_p\right)} \qquad (6\text{-}13)$$

La longitud de desarrollo es crítica para los Tirantes 4 y 8. De acuerdo con la Sección 12.9 del Código ACI (2002), la longitud de desarrollo de un cable está dada por:

$$l_d = \left(\frac{f_{se}}{3}\right) d_b + \left(f_{ps} - f_{se}\right) d_b \qquad \text{[ACI Sección 12.9, Ec. (12-2)]}$$

Reemplazando en esta ecuación el diámetro nominal del cable y los valores de tensión correspondientes, la longitud de anclaje requerida para desarrollar plenamente la tensión en el cable es:

$$l_d = \left(\frac{150\,\text{ksi}}{3} + 60\,\text{ksi}\right) \times 0,5\,\text{in.} = 55\,\text{in.} \quad (1397\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}14)$$

Para tirantes cuya longitud de anclaje es menor que la requerida para Δf_p = 60 ksi (414 MPa), la Sección 12.9.1.1 permite usar menor empotramiento siempre que la tensión en el cable no supere los valores obtenidos mediante la Ecuación 12-2 del Código.

En consecuencia, la Ecuación 12-2 se puede reordenar de manera de obtener la máxima tensión que puede soportar el cable en función de la longitud de anclaje disponible, l_a:

$$f_{ps} = \frac{l_a}{d_b} + \frac{2 f_{se}}{3} \qquad (6\text{-}15)$$

La Ecuación 6-15 se debe aplicar solamente cuando la longitud de anclaje está comprendida entre la longitud de transferencia (25 in., 635 mm para un cable de ½ in. de diámetro) y la longitud de desarrollo. En otros casos se debe seguir un enfoque de análisis por tramos como se describe en la Sección R12.9.1.1 del Comentario del Código ACI.

De acuerdo con las Secciones A.4.3.2 y A.4.3.3 del código ACI (2002), la fuerza en los tirantes horizontales se debe desarrollar en el punto donde el baricentro de la armadura

abandona la zona nodal extendida (Figura 6-5). En el caso de los nodos 2, 4 y 6 la distancia entre el centro del nodo y el punto donde el baricentro de la armadura abandona la zona nodal extendida está dada por:

$$l_{a1} = \frac{w_{tirante}}{2}\left[1 + \frac{\tan\alpha}{\tan(90-\alpha)}\right] \quad (6\text{-}16)$$

donde α es el ángulo de inclinación de la biela y $w_{tirante}$ es el ancho del tirante vertical que converge en el nudo. La distancia l_{a1} se suma a la distancia entre el centro del nodo y el borde de la viga para calcular la longitud de anclaje disponible; esto se indica en la Tabla 6-3. Para cada tirante la máxima tensión admisible se calcula usando la Ecuación 6-15, y la armadura requerida se calcula usando la Ecuación 6-13 (Tabla 6-3).

Tabla 6-3: Dimensionamiento de los tirantes horizontales

Nombre del elemento	$T_{h\ tirante}$ kip (kN)	l_a in. (mm)	f_{ps} (6-15) ksi (MPa)	A_{ps} (6-13) in^2 (mm^2)	Número de cables
F_0	136 (607)	61,6 (1564)	210 (1450)	0,86 (557)	6
F_4	91 (407)	31,8 (808)	164 (1128)	0,74 (477)	5
F_8	43 (153)	26,4 (671)	153 (1054)	0,37 (242)	3

Ensayos realizados han demostrado que si una fisura inclinada (corte en el alma) penetra la longitud de transferencia en aproximadamente $50d_b$, en este caso 25 in. (636 mm), se puede perder el anclaje del cable y las consecuencias pueden ser catastróficas (Peterman et al., 2000). En este ejemplo la configuración de la viga es tal que la zona de la longitud de transferencia del cable se extiende más allá de la línea de centro del apoyo, donde es probable que se produzca una fisura por corte. Para solucionar este problema el Tirante 7 se diseñó para la totalidad de la fuerza de corte de manera que pueda restringir efectivamente el crecimiento de la fisura inclinada. Un enfoque alternativo sería calcular la tensión que puede soportar el cable con la longitud de anclaje reducida y proveer armadura para soportar la tensión en exceso de la máxima tensión que puede desarrollar el cable (Ramirez, 1994).

Los resultados de la Tabla 6-3 demuestran que dados los requisitos sobre longitud de anclaje no es mucho el beneficio que se puede obtener desadhiriendo los cables. Un cable se puede desadherir a 6,6 in. (168 mm) del borde. Esto se atribuye parcialmente a lo próxima que se encuentra la región que estamos diseñando del borde de la viga, lo que limita la distancia disponible para el correcto anclaje de los cables. Otro motivo es la interacción entre corte y tracción en la armadura horizontal que habitualmente se observa en los modelos de bielas y tirantes de vigas esbeltas. La componente horizontal de la fuerza de compresión en las bielas inclinadas debe ser equilibrada por una fuerza en el tirante horizontal, la cual se debe sumar a la fuerza necesaria para resistir la demanda por flexión.

3.5.2 Calcular la armadura para los tirantes verticales

En la Tabla 6-2 se resumen las fuerzas en los tirantes verticales. La sección de armadura se determina en base a una tensión de fluencia de 414 MPa, como se indica en la Ecuación 6-17:

$$A_{st} = \frac{F_{u\,tirante}}{\phi f_y} \tag{6-17}$$

Si usamos estribos en U formados por barras No. 4 (diámetro 9,5 mm), la sección total de armadura vertical para cada tirante es 0,4 in.^{2} (258 mm^2) que surge de dos ramas de 0,2 in.^{2} (129 mm^2) cada una. La Sección A.4.3.4 del Código ACI estipula que los estribos se deben anclar siguiendo las prácticas habituales, según lo especificado en la Sección 12.13. En la Tabla 6-4 se resume el número de estribos requerido para cada tirante vertical, los cuales se colocan próximos al centro de los tirantes. En las áreas de la región del extremo de la viga comprendidas entre los tirantes verticales se coloca la armadura mínima requerida por el Código ACI. De acuerdo con la Sección 11.5.4 del Código ACI (2002), para miembros pretensados la máxima separación entre estribos es 0,75h, que en el caso de la viga analizada es igual a 21 in. (533 mm). Se adopta una separación de 15 in. (381 mm), correspondiente a la distancia entre las secciones A y B (Figura 6-4). La armadura mínima del alma está dada por:

$$A_v = \frac{0,75\sqrt{f_c'}\,b_w s}{f_y} \geq \frac{50 b_w s}{f_y} \qquad \text{[ACI Sección 11.5.5.3, Ec. (11-13)]}$$

$$A_v = \frac{0,75\sqrt{7.500}\;12\times 15}{60.000} = 0,19\,\text{in}^2 \quad (126\,\text{mm}^2) \tag{6-18}$$

Para simplificar la fabricación de la jaula de armaduras se coloca un estribo No. 4 en el punto medio entre las secciones B y C, y C y D (A_v = 0,4 in.^{2}; 258 mm^2), además de la armadura requerida en la ubicación de cada uno de los tirantes verticales.

Tabla 6-4: Dimensionamiento de los tirantes verticales

Nombre del elemento	$F_{u\,tirante}$ kip (kN)	A_{st} (6-17) in^2 (mm^2)	Número de estribos, No.4
F_3	35 (107)	0,78 (502)	2
F_7	45 (199)	1,00 (645)	3
F_{10}	32 (140)	0,71 (458)	2

3.6 Verificar la capacidad de apoyo

Las tensiones de apoyo en el nodo N_6, ubicado en el apoyo de la viga (Figura 6-4), deben permanecer dentro de los límites establecidos por el Código. La tensión de apoyo se calcula dividiendo la fuerza de reacción por la superficie de la placa de apoyo:

$$f_b = \frac{54\,\text{kip}}{6\,\text{in.} \times 12\,\text{in.}} = 0,75\,\text{ksi} \quad (5\,\text{MPa}) \tag{6-19}$$

Debido a que hay un tirante anclado en él, el nodo N_6 es un nodo C-C-T. La resistencia de apoyo es ($\beta_n = 0,8$):

$$\phi F_{cu} = 0,75 \times 0,85 \times 0,8 \times 7,5\,\text{ksi} = 3,83\,\text{ksi} \quad (26\,\text{MPa}) \tag{6-20}$$

Por lo tanto la capacidad de apoyo del nodo es adecuada.

3.7 Disposición de la armadura en la región del extremo de la viga

En la Figura 6-6 se ilustra la disposición de la armadura en el extremo de la viga para el caso de cables horizontales.

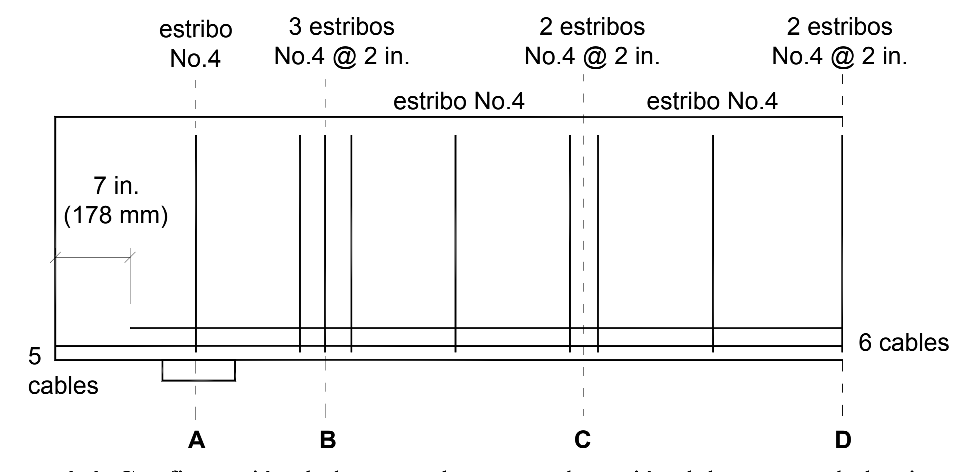


Figura 6-6: Configuración de las armaduras para la región del extremo de la viga

4 Cálculos para la región del extremo de la viga con cables deformados

En vista de las diferencias en la ubicación de los cables dentro de la región a diseñar es necesario usar un modelo de bielas y tirantes diferente entre los puntos A y D (Figura 6-7).

4.1 Determinar las demandas de momento flector y corte para la viga

Las demandas de momento flector y corte en el borde de la región del extremo de la viga son las indicadas en la Tabla 6-1.

4.2 Definir la configuración del reticulado

La configuración del reticulado se define en base a la altura de las bielas horizontales y la altura de los tirantes horizontales. Igual que en la alternativa con cables horizontales, se asumió que la altura de los tirantes horizontales es igual a 6 in. (152 mm) y la altura de las bielas horizontales es igual a 3 in. (76 mm). La inclinación de las bielas es similar al caso con cables horizontales (α = 38,1º). En el modelo con cables deformados (Figura 6-7) hay nueve elementos adicionales y tres nodos adicionales en el reticulado, los cuales son necesarios para modelar el gradiente de tensiones en la zona correspondiente a la longitud de transferencia de los cables.

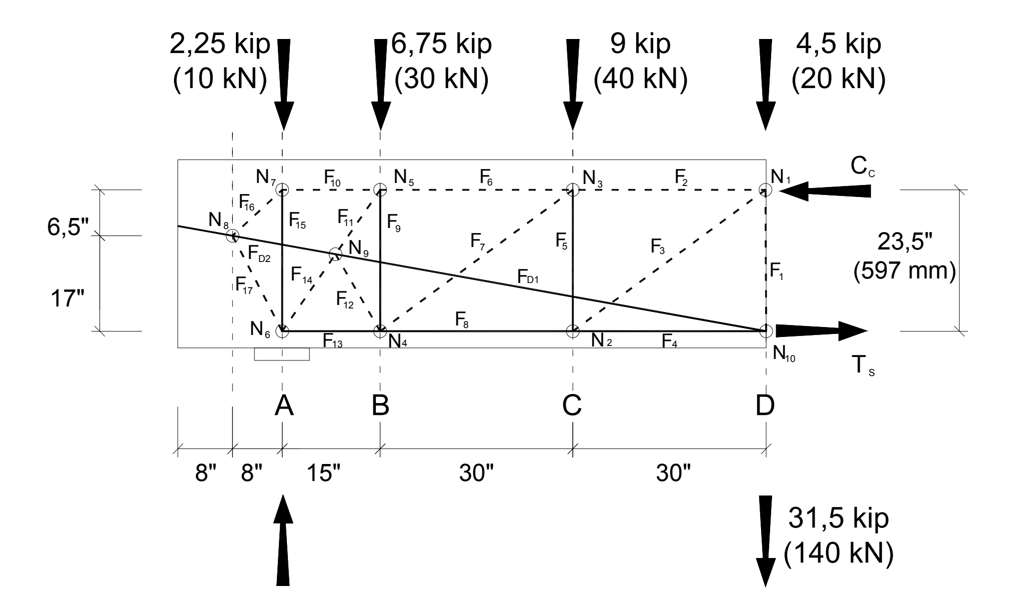


Figura 6-7: Modelo de bielas y tirantes para la región del extremo de la viga con cables deformados

Los elementos F_{D1} y F_{D2} representan los cables deformados. Se utilizan dos elementos diferentes y se agrega el Nodo 9 (Figura 6-7) para modelar el efecto de la longitud de transferencia sobre la tensión en los cables deformados. El reticulado ilustrado en la Figura 6-7 es estáticamente indeterminado. Para simplificar el cálculo de las fuerzas en los elementos del reticulado se predeterminan las fuerzas en los tirantes F_{D1} y F_{D2} tomando en cuenta la longitud de desarrollo de los cables. Hay un total de dos cables, correspondientes al 33% de la fuerza de pretensado total, deformados en la sección D (Figura 6-7). Como se mencionó anteriormente, la Sección A.4.3.2 del Código ACI (2002) estipula que la fuerza en el tirante se debe desarrollar en el punto donde el baricentro de la armadura abandona la zona nodal extendida. Para determinar la longitud de anclaje del cable analizamos las dimensiones de la zona nodal 8 y las bielas que rodean y enmarcan esta zona nodal (Figura 6-8).

La dimensión de 6 in. indicada en la Figura 6-8 se seleccionó de manera de garantizar que la capacidad de las bielas 11 y 14 sea adecuada. Las dimensiones l_a y l_{ao} se determinan mediante consideraciones geométricas:

$$l_{ao} = {}^{8\,\text{in.}}\!\big/_{\cos 11,58^{\circ}} = 8,2\,\text{in.} \quad (207\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}21)$$

La distancia entre la parte posterior del nodo y el punto donde el tirante abandona la zona nodal extendida (Figura 6-8) se calcula usando la ley de los senos:

$$l_a - l_{ao} = 4,1\ \text{in.} \times \frac{\sin 53,2^{\circ}}{\sin 36,8^{\circ}} = 5,5\,\text{in.} \quad (139\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}22)$$

Por lo tanto la longitud de anclaje total es:

$$l_a = 8,2\,\text{in.} + 5,5\,\text{in.} = 13,7\,\text{in.} \quad (348\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}23)$$

En este caso la longitud de anclaje disponible es menor que la longitud de transferencia. En consecuencia la tensión mínima en el cable entre los Nodos 8 y 9 está dada por:

$$f_{ps} = \frac{3\,l_a}{d_b} = \frac{3 \times 13,7}{0,5} = 82\,\text{ksi} \quad (567\,\text{MPa}) \qquad (6\text{-}24)$$

Como hay un total de dos cables deformados, la fuerza en el Tirante F_{D2} está dada por:

$$F_{D2} = 2A_{ps}f_{se} = 2 \times 0,153\,\text{in.}^2 \times 82\,\text{ksi} = 25\,\text{kip} \quad (111\,\text{kN}) \qquad (6\text{-}25)$$

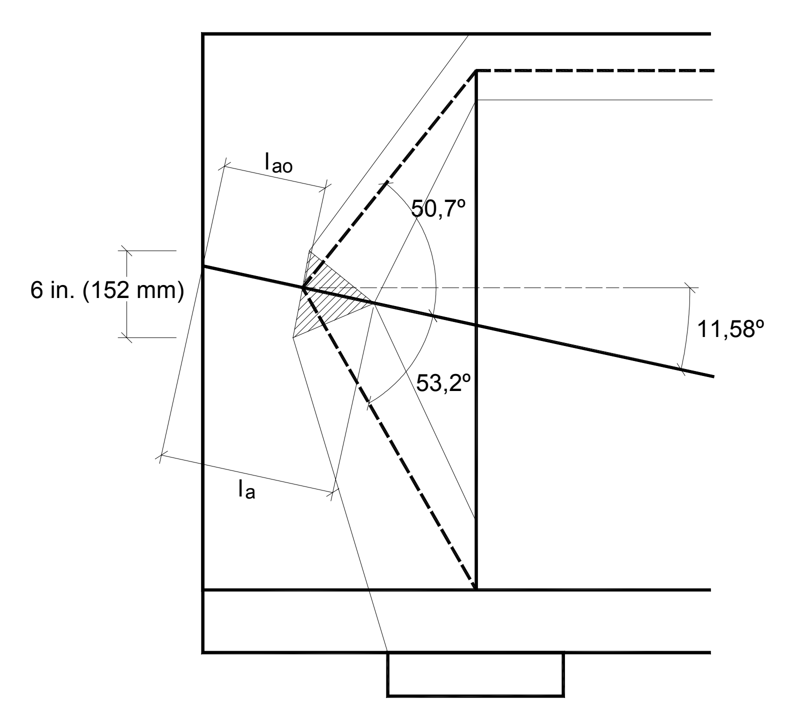


Figura 6-8: Longitud de desarrollo de los cables anclados en el Nodo 8

De forma similar, la fuerza en el Tirante F_{D1} se calcula en base a la longitud de anclaje en el punto donde el tirante abandona la zona nodal extendida del Nodo 9. La distancia entre los nodos N8 y N9 se puede calcular usando la ley de los senos, y es igual a 17 in. (432 mm). La distancia entre el centro del Nodo 9 y el punto donde el tirante abandona la zona nodal extendida se calcula en base al ancho de la Biela 14 (8,3 in; 210 mm), como la mitad del ancho de la biela dividido por el coseno del ángulo comprendido entre la normal a la biela y el eje del tirante (21º). La longitud de anclaje es:

$$l_a = 8,2 + 17 + 4,4 = 29,6\,\text{in.} \quad (752\,\text{mm}) \tag{6-26}$$

Como la longitud de anclaje disponible es mayor que la longitud de transferencia, la mínima tensión en el cable entre los Nodos 8 y 9 se puede determinar usando la Ecuación 6-15:

$$f_{ps} = \frac{29,6}{0,5} + \frac{2 \times 150}{3} = 159\,\text{ksi} \quad (1096\,\text{MPa}) \tag{6-27}$$

La fuerza en el Tirante F_{D1} está dada por:

$$F_{D1} = 2A_{ps}f_{se} = 2 \times 0,153\,\text{in}^2 \times 159\,\text{ksi} = 49\,\text{kip} \quad (216\,\text{kN}) \tag{6-28}$$

4.3 Calcular las fuerzas en los elementos del reticulado

Una vez conocidas las fuerzas en los Tirantes F_{D1} y F_{D2}, las fuerzas en el reticulado se pueden calcular usando el principio de equilibrio. En la Tabla 6-5 se resumen los resultados.

Tabla 6-5: Fuerzas en los elementos

Tipo de elemento	Nombre del elemento (Figura 6-7)	Fuerza kip (kN)
Bielas horizontales	F_2	-103 (-458)
	F_6	-58 (-258)
	F_{10}	-16 (-71)
Bielas inclinadas	F_3	-42 (-187)
	F_7	-57 (-254)
	F_{11}	-78 (-347)
	F_{12}	-27 (-120)
	F_{14}	-55 (-245)
	F_{16}	-21 (-93)
	F_{17}	-20 (-89)
Tirantes horizontales	F_4	88 (391)
	F_8	54 (240)
	F_{13}	21 (93)
Tirantes verticales	F_1	22 (98)
	F_5	26 (116)
	F_9	59 (262)
	F_{15}	11 (49)

4.4 Verificar la capacidad de las bielas horizontales e inclinadas

La biela horizontal crítica del modelo reticulado ilustrado en la Figura 6-7 es el elemento F_2. La capacidad de este elemento ya fue calculada en la Sección 3.4 (Ecuación 6-3) y se determinó que es igual a 138 kip (613 kN), valor mayor que la demanda en el elemento F_2.

La biela inclinada con mayor demanda es el elemento F_{11}. Para calcular el ancho de la Biela 11 en el Nodo 5 es necesario calcular primero el ancho del Tirante 9. El ancho del Tirante 9 se calcula en base a la tensión admisible en el Nodo 5:

$$w_{tirante} = \frac{F_9}{\phi 0,85\beta_n f_{cu} b} = \frac{59\,\text{kip}}{0,75 \times 0,85 \times 0,80 \times 7,5\text{ksi} \times 12\,\text{in.}} = 1,29\,\text{in.} \quad (33\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}29)$$

El ancho del elemento F_{11} en la parte superior de la biela se calcula en base al ancho del tirante y el ancho de la biela horizontal que enmarcan la zona nodal. Usando la Ecuación 6-6:

$$w_{11\,t} = {}^{1,29\,\text{in.}}\!/_{2}\,\sin 32,6^{o} + 3\,\text{in.}\cos 32,6^{o} = 2,9\,\text{in.} \quad (73\,\text{mm}) \qquad (6\text{-}30)$$

La capacidad de la biela se calcula usando un factor β_s = 0,6 (correspondiente a bielas en forma de botella y también porque el Nodo 9 es un nodo tipo C-T-T):

$$\phi F_{ns} = 0,75 \times f_{cu} \times 12\,\text{in.} \times 2,9\,\text{in.} = 99\,\text{kip} \quad (440\,\text{kN}) \qquad (6\text{-}31)$$

Este valor es mayor que la demanda en la biela (78 kip; 347 kN).

4.5 Calcular el número de cables necesarios en los tirantes horizontales

La Tabla 6-5 muestra la demanda de fuerza en cada uno de los tres tirantes horizontales. El procedimiento es similar a los cálculos indicados en la Sección 3.5 para la viga con cables horizontales. Usando la Ecuación 6-15 se calculó la máxima tensión admisible para cada uno de los tirantes; la cantidad de armadura requerida se calculó usando la Ecuación 6-13 (Tabla 6-6).

La Tabla 6-6 muestra que si en el tirante horizontal se mantienen cuatro cables la cantidad de armadura será suficiente para sostener la demanda calculada. Los comentarios incluidos en la Sección 3.5 respecto de las consecuencias catastróficas de la formación de una fisura de corte en la longitud de transferencia de un cable también son aplicables a este modelo de bielas y tirantes.

Tabla 6-6: Dimensionamiento de los tirantes horizontales

Nombre del elemento	$T_{h\ tirante}$ kip (kN)	l_a in. (mm)	f_{ps} (6-15) ksi (MPa)	A_{ps} (6-13) in^2 (mm^2)	Número de cables
F_4	88 (391)	61,6 (1564)	210 (1450)	0,56 (360)	4
F_8	54 (240)	31,8 (808)	164 (808)	0,44 (283)	3
F_{13}	21 (93)	26,4 (671)	153 (1054)	0,18 (118)	2

4.6 Calcular la armadura para los tirantes verticales

Las Tablas 6-5 y 6-7 muestran las fuerzas calculadas para los tirantes verticales. De manera similar al caso de la región extrema con cables horizontales, utilizamos estribos en U formados por barras No. 4 (diámetro 9,5 mm) como armadura vertical (la sección total de cada tirante es 0,4 in.^{2}; 258 mm^2). La Tabla 6-7 muestra la sección de armadura

requerida por cada tirante, determinada mediante la Ecuación 6-17, y el correspondiente número de estribos.

Tabla 6-7: Dimensionamiento de los tirantes verticales

Nombre del elemento	$F_{u\ tirante}$ kip (kN)	A_{st} (6-17) in^2 (mm^2)	Número de estribos, No.4
F_1	22 (98)	0,49 (315)	2
F_5	26 (116)	0,58 (373)	2
F_9	59 (262)	1,31 (846)	4
F_{15}	11 (49)	0,24 (158)	1

Como se indica en la Tabla 6-7, la mayor demanda corresponde al elemento 9 y requiere el uso de 4 estribos No. 4. Una parte significativa de la fuerza soportada por el elemento 9 tiene su origen en la diferencia entre las magnitudes de las fuerzas F_{D1} y F_{D2}. Esta diferencia se debe al enfoque seguido para modelar el anclaje de los cables, que de hecho acumula la fuerza transferida entre los nodos 8 y 9 en el Nodo 9 (Figura 6-7). En realidad la transferencia se produce de forma gradual a través de toda la longitud del cable, y por este motivo parece más adecuado distribuir la armadura uniformemente entre los puntos A y B que concentrarla en la ubicación del Tirante 9 (Figura 6-9).

4.7 Disposición de las armaduras

En la Figura 6-9 se ilustra la disposición de las armaduras para la viga. Se ha colocado armadura transversal mínima de acuerdo con lo indicado en la Sección 3.6.

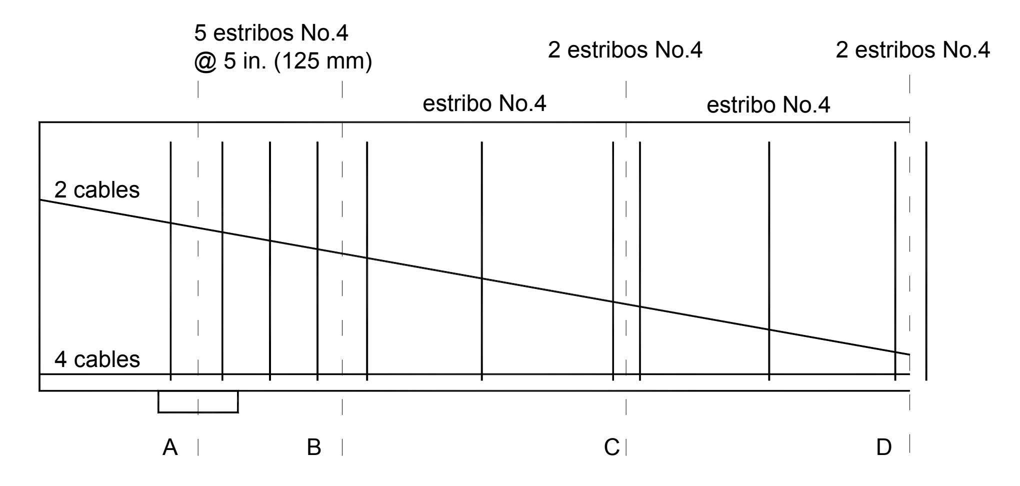


Figura 6-9: Configuración de las armaduras en el extremo de la viga

5 Resumen

Se presenta el diseño de la región del extremo de una viga pretensada según el Apéndice A del Código ACI 318-2002 – Modelos de Bielas y Tirantes. La configuración de los modelos de bielas y tirantes se seleccionaron de manera de representar los efectos de la transferencia de tensiones en los cables, las elevadas tensiones de corte que se producen cerca del apoyo y los efectos de deformar parte de los cables.

El factor más crítico al momento de seleccionar la configuración de los modelos de bielas y tirantes fueron los requisitos sobre longitud de desarrollo y longitud de anclaje de los cables. La ubicación de los nodos se seleccionó con el objetivo de desarrollar modelos que pudieran representar el aumento de la tensión en los cables en función de la longitud de anclaje. Una vez seleccionados los modelos adecuados, se calcularon los esfuerzos internos en los elementos de los reticulados y se verificó que satisficieran los requisitos del Código ACI (2002).

Entre las principales diferencias entre ambos modelos se encuentra el efecto de la componente vertical de la fuerza de pretensado en la viga con cables deformados. El elemento 1 del modelo con cables deformados está sometido a una fuerza de compresión igual a la componente vertical de la fuerza en los cables deformados (Nodo 10, Figura 6-7). El equilibrio de las fuerzas verticales en el Nodo 1 (Figura 6-7) requiere que la fuerza de compresión del elemento 1 se reste de la fuerza de corte de 31,5 kip (140 kN) aplicada en el nodo. En consecuencia, los tirantes verticales y bielas inclinadas del modelo se diseñan para la fuerza de corte en la sección D reducida por la componente vertical de la fuerza de pretensado en los cables deformados.

Otra diferencia importante entre ambos modelos se debe al enfoque usado para modelar el efecto de las tensiones de adherencia sobre las fuerzas en los tirantes. De manera conservadora se asumió que la fuerza en los tirantes es igual a la fuerza mínima que se puede desarrollar en el nodo más próximo al borde de la viga. El resultado de seguir este enfoque fue una diferencia de 24 kip (107 kN) entre las fuerzas F_{D1} y F_{D2} en el Nodo 9 del modelo con cables deformados (Figura 6-7). Esta fuerza de 24 kip, paralela a la orientación de los cables deformados, es resistida por los elementos 11 y 12 del modelo (Figura 6-7). Como la fuerza de compresión en estos dos elementos tiene una componente vertical, provoca un aumento de la tracción en el Tirante 9 (Figura 6-7) y en consecuencia una mayor demanda de armadura vertical. En el modelo con cables horizontales (Figura 6-4) los efectos de la adherencia no son tan significativos dada la interacción entre las bielas inclinadas y los tirantes horizontales. Aunque parecería que los estribos adicionales implican mayores costos en la alternativa con cables deformados, el análisis mediante modelo de bielas y tirantes sólo examina la condición última. La elección final de las armaduras se debe hacer considerando las tensiones en el momento de la relajación y bajo niveles de cargas de servicio.

Notación

A_{ps}	sección de armadura pretensada
A_{st}	sección de armadura no pretensada
$A_{v,min}$	mínima sección de armadura de corte en una distancia s
b	ancho de la viga
d_b	diámetro de un cable o barra
f_b	resistencia efectiva de apoyo del hormigón
f_{cu}	resistencia efectiva a la compresión del hormigón en una biela o zona nodal
f_{se}	tensión efectiva en la armadura pretensada
f_y	resistencia a la fluencia de la armadura
f'_c	resistencia a la compresión del hormigón
F_{ns}	resistencia nominal de una biela
F_{nt}	resistencia nominal de un tirante
h_t	altura de un tirante
l_{bp}	longitud de la placa de apoyo
l_d	longitud de desarrollo de las barras
l_{dh}	longitud de desarrollo de un gancho
M_u	momento flector factoreado en el borde de una región D
V_u	esfuerzo de corte factoreado en el borde de una región D
w_u	carga distribuida factoreada que actúa sobre una viga
w_{st}	ancho de una biela
α	ángulo de inclinación de una biela
β_s	factor que toma en cuenta los efectos de la fisuración y la armadura de confinamiento sobre la resistencia efectiva a la compresión del hormigón de una biela
β_n	factor que toma en cuenta los efectos del anclaje de los tirantes sobre la resistencia efectiva a la compresión del hormigón de una zona nodal
Δf_p	aumento de tensión en los tendones de pretensado debido a las cargas factoreadas
ϕ	factor de reducción de la resistencia

Referencias

ACI 318-02: Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan *2002.*

Peterman, R., Ramirez, J., y Olek, J., *"Influence of flexure-shear cracking on strand development length in prestressed concrete members,"* PCI Journal, v. 45, n. 5, Sep. 2000, pp. 76-94.

Ramirez, J., *"Strut-and-Tie Shear Design of Pretensioned Concrete,"* ACI Structural Journal, v. 91, n. 5, Sep.-Oct. 1994, pp. 572-578.

Ejemplo 7: Modelo de bielas y tirantes para el tablero de un puente atirantado

Robert B. Anderson

Sinopsis

Los modelos de bielas y tirantes hacen que el diseño de porciones de estructuras complejas se pueda realizar de forma transparente. Este ejemplo, el tablero en la pila de un puente atirantado, se desarrolla con el objeto de mostrar cómo se pueden utilizar los modelos de bielas y tirantes para regiones que pueden estar sujetas a cargas cíclicas y cómo los resultados de cargas alternantes se pueden superponer unos con otros. El tablero transmite fuerzas desde el pilón, a través de una conexión integral con la superestructura, hacia los pilares de apoyo. El tablero también crea un área para la transmisión de las fuerzas de la superestructura. En este ejemplo se describe brevemente el desarrollo del modelo en base al flujo de fuerzas percibido dentro de la estructura. Luego se detallan las armaduras de los tirantes y se verifican las zonas nodales.

Robert B. Anderson es ingeniero calculista en jefe de URS Corporation, Tampa, Florida. Recibió su Master en Ingeniería de la Universidad de Texas en Austin y su título de Ingeniero Civil de la Universidad Estatal de Dakota del Sur. Durante su permanencia en la Universidad de Texas sus investigaciones se concentraron en el ensayo a escala real de modelos de bielas y tirantes para regiones nodales de hormigón. Posee experiencia tanto en puentes de hormigón como en puentes de acero, desde estructuras de separación de poca longitud hasta estructuras atirantadas de gran longitud.

1 Introducción y alcance

El objetivo de este ejemplo es demostrar cómo se puede usar el modelado mediante bielas y tirantes para un área que puede sujeta a cargas cíclicas y cómo los resultados de cargas alternantes se pueden superponer unos con otros. Este ejemplo, ilustrado en la Figura 7-1, es un tablero de un puente atirantado. El tablero transmite las fuerzas desde el pilón, a través de una conexión integral con la superestructura, hacia los pilares de apoyo individuales. El tablero también crea un área para la transmisión de las fuerzas de la superestructura. El detalle ampliado en la Figura 7-1 muestra cómo esta región se puede modelar mediante un programa de análisis de pórtico plano o pórtico espacial y las fuerzas de cuerpo libre que existen en las conexiones de los elementos. En la Figura 7-2 se ilustra un corte de la estructura transversal al eje del puente.

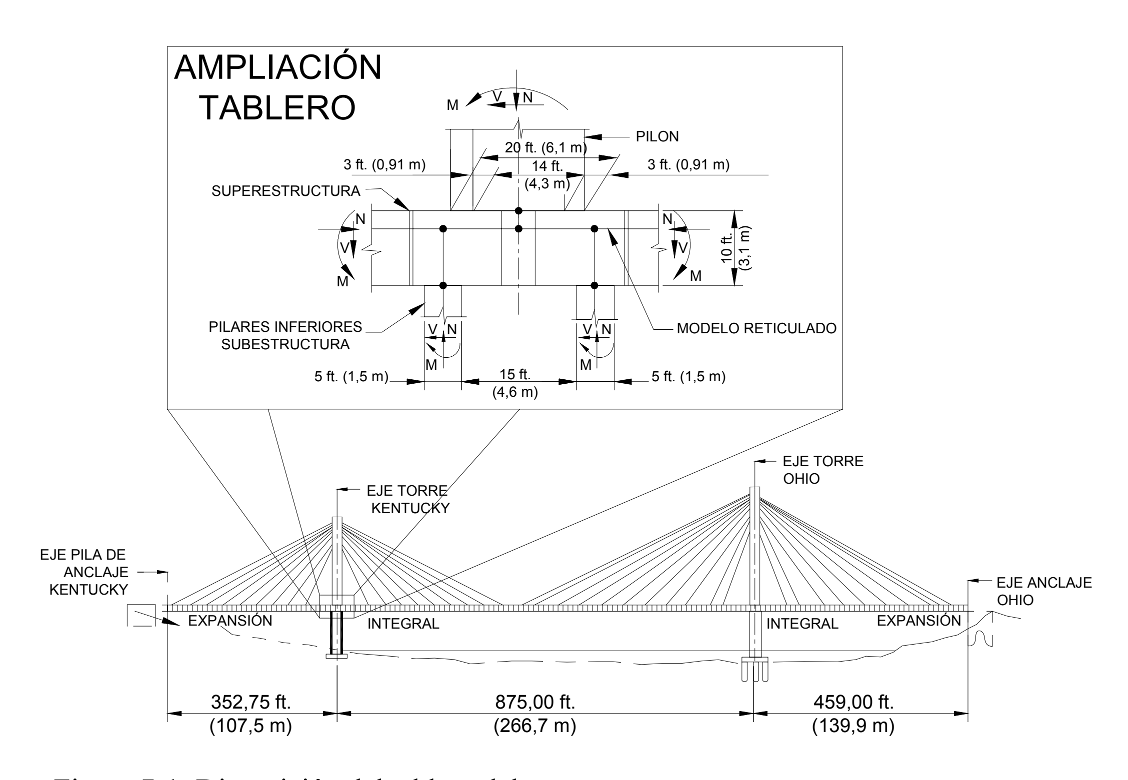


Figura 7-1: Disposición del tablero del puente

El alcance de este ejemplo se limita a desarrollar el modelo de bielas y tirantes para transmitir las fuerzas del pilón a los pilares inferiores. No se investigarán los momentos, cortes y cargas axiales desarrolladas en la parte superior de los pilares inferiores de la subestructura, ilustrados en la Figura 7-1. La Figura 7-3 muestra un modelo de bielas y tirantes para examinar las fuerzas de los elementos de la superestructura.

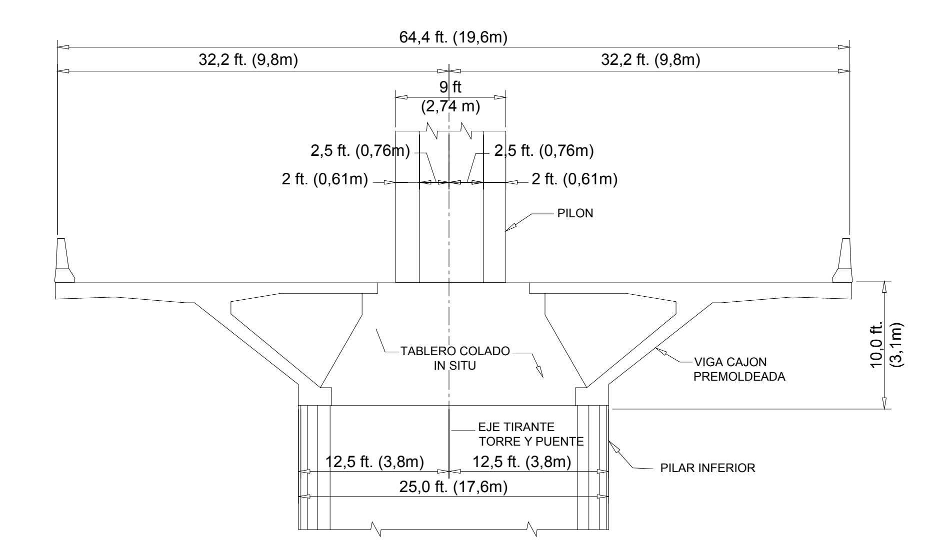


Figura 7-2: Corte transversal

Potencialmente existen tirantes tanto en la parte superior como en la parte inferior de la viga cajón debido a que la conexión integral es sometida tanto a momentos positivos como a momentos negativos durante la etapa constructiva y bajo su estado de carga final. El modelo de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 7-3 produce solamente un tirante, ya sea en la parte superior o inferior de la sección de la viga cajón, el cual se puede evaluar aplicando un enfoque seccional (diseño tradicional a flexión) en vez de un modelo de bielas y tirantes y tampoco será estudiado como parte de este ejemplo. Sin embargo, los requisitos sobre armadura de los atirantes de cualquiera de estos casos omitidos se pueden agregar al requisito derivado en el modelo de bielas y tirantes alternativo desarrollado en este ejemplo.

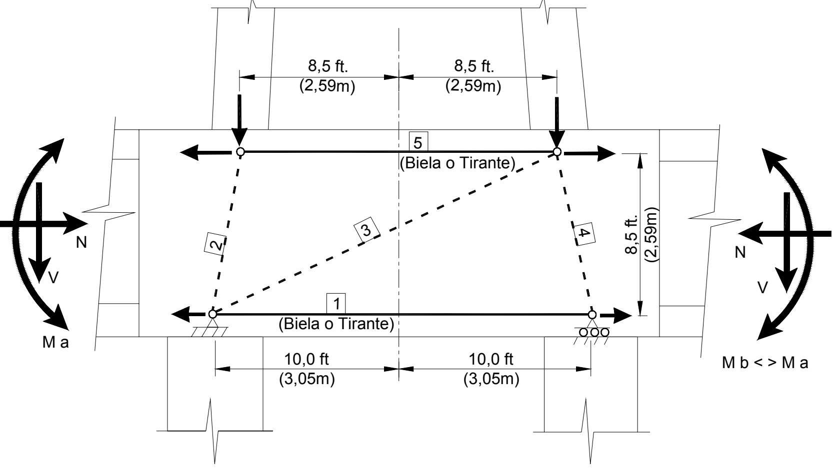


Figura 7-3: Modelo de bielas y tirantes para transferencia de momentos de la superestructura

2 Desarrollo y análisis del modelo de bielas y tirantes

Intuitivamente el diseñador puede visualizar una fuerza extendiéndose desde el pilón a los pilares inferiores como se ilustra en la Figura 7-4 debido a la carga axial N. El aspecto más difícil es derivar el flujo de fuerzas para los momentos y cortes (M y V) también introducidos en la base del pilón. Un primer paso consiste en dividir la sección transversal del pilón en cuatro segmentos.

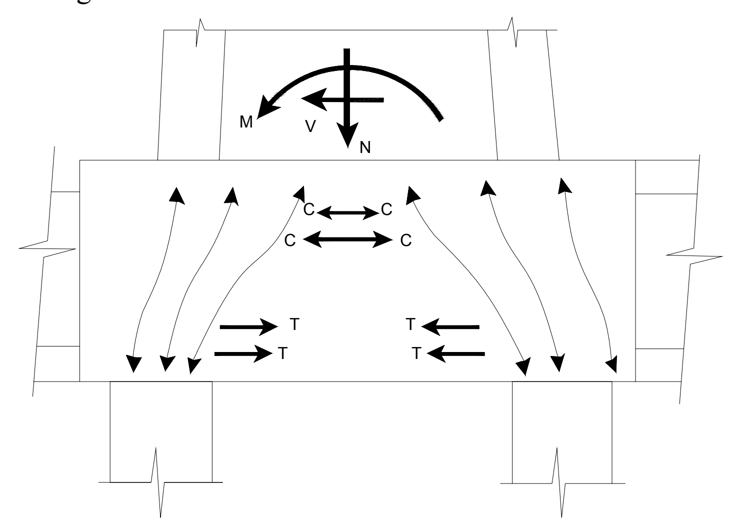


Figura 7-4: Flujo de las fuerzas del pilón en el tablero

Luego estos segmentos definirán puntos discretos (nodos) para el modelo de bielas y tirantes. En la Figura 7-5 una fuerza unitaria descendente de 1000 kips (4448 kN) produce en la sección transversal una presión uniforme (P/A) y el conjunto de fuerzas descendentes discretas ilustradas en la Figura 7-5. Alternativamente, un momento unitario de 1000 kip-ft (1356 kNm) produce tensiones de flexión (Mc/I) que también se representan de manera discreta en la Figura 7-5. El equilibrio de momentos está asegurado; sin embargo, las fuerzas dependen de la ubicación elegida para los nodos. En la Figura 7-6 se ha desarrollado el modelo de bielas y tirantes que considera las fuerzas que se extienden del pilón hacia los pilares inferiores. La Figura 7-7 muestra las dimensiones del modelo junto con la numeración de los nodos y miembros, además de los casos de carga unitaria. Los Nodos 5 a 7 en la parte superior del modelo corresponden a los puntos discretos derivados del análisis de la sección transversal del pilón. El Caso de carga 1 muestra la situación para la fuerza unitaria descendente de 1000 kips (4448 kN), mientras que el Caso de carga 2 muestra la carga para un momento unitario de 1000 kip-ft (1356 kNm).

El Caso de carga 3 se usa para la transferencia de las fuerzas de corte correspondiente a fuerza de corte unitaria de 100 kips (445 kN) en la base del pilón. La Tabla 7-1 resume las fuerzas desarrolladas en cada uno de los elementos del modelo de bielas y tirantes debido a cada una de las cargas unitarias.

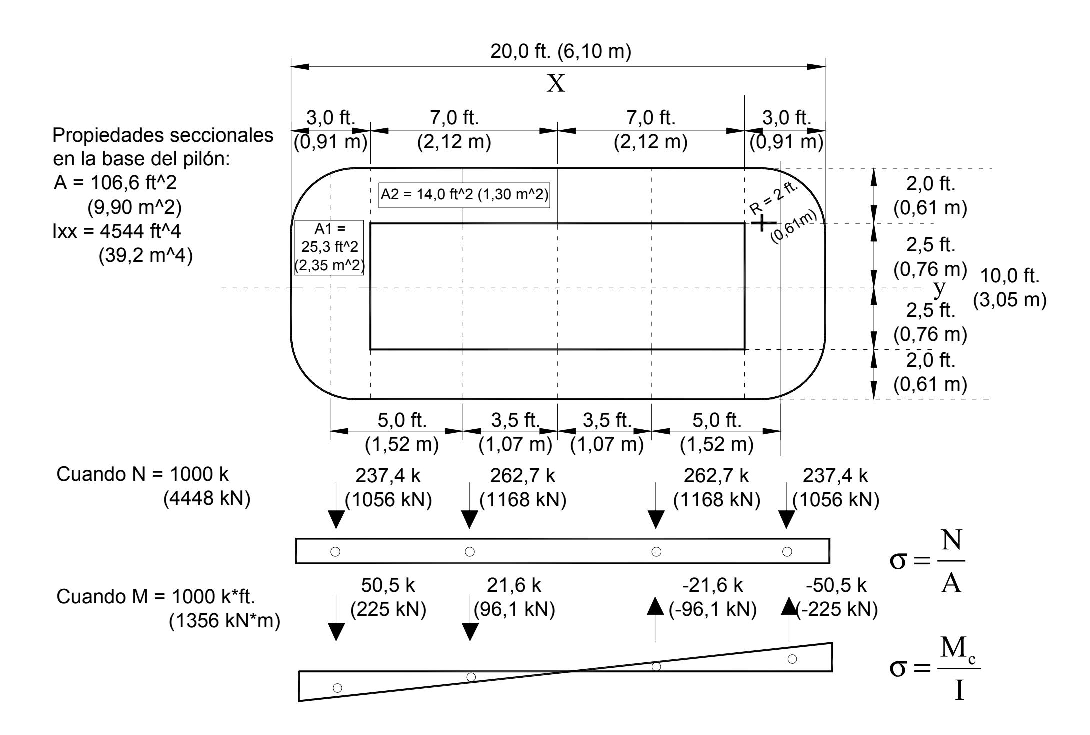


Figura 7-5: Representación discreta de las fuerzas

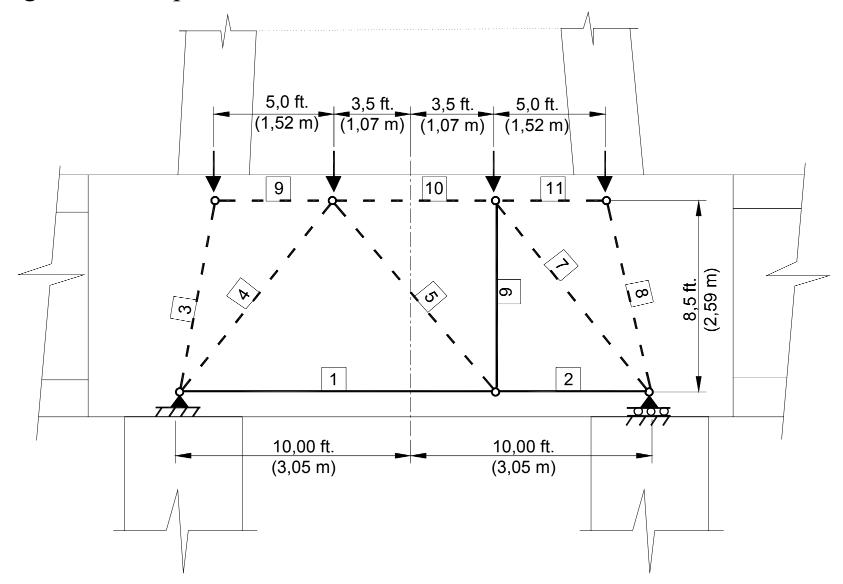


Figura 7-6: Modelo de bielas y tirantes para el tablero
(para transferencia de las fuerzas del pilón a la subestructura)

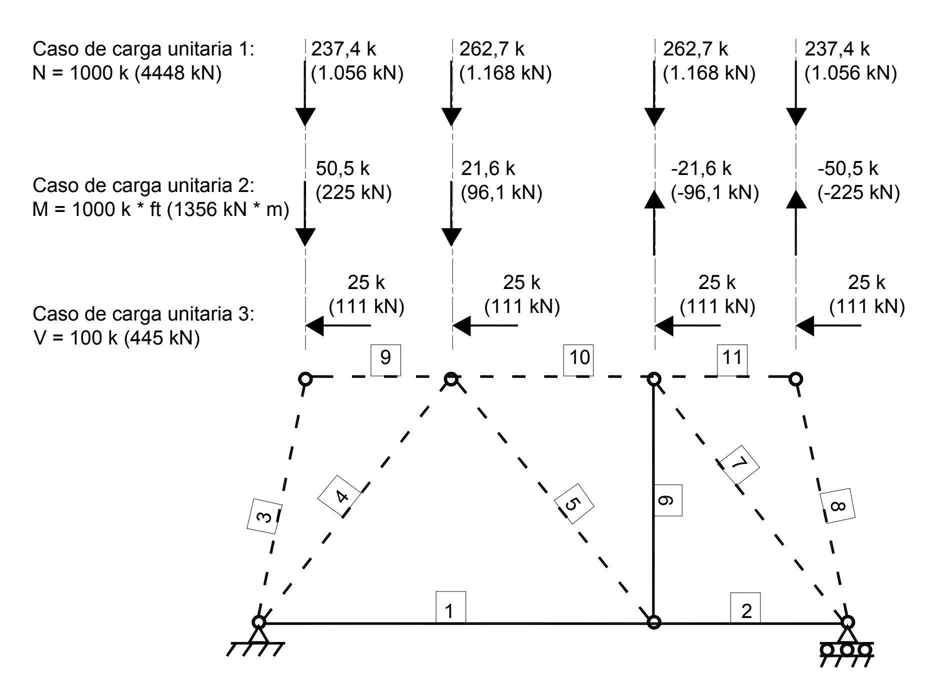


Figura 7-7: Aplicación de cargas unitarias

Miembro	Cargas unitarias			Cargas permanentes			Sobrecargas			
	Axial unitaria (N)	Momento unitario (M)	Corte unitario (V)	Caso 1 Tiempo = Día 1	Caso 2 Tiempo = Día ∞	Máxima carga permanente (Mayor tracción)	Caso 1 Máxima carga axial	Caso 2 Máximo momento	Caso 3 Mínimo Momento	Máxima sobre-carga (Mayor tracción)
	1000 k	1000 k-ft	100 k	-21.401 k = N -17.793k-ft = M 89 k = V	-21.072 k = N -19.450 k-ft = M 110 k = V		-1984 k = N -22.570 k-ft = M 103 k = V	-474 k = N 17905 k-ft = M -123 k = V	-1525 k = N -37.856 k-ft = M 210 k = V	
1	242,8	8,9	-67,5	5294,3	5214,8	5294,3	612,8	38,7	565,2	612,8
2	242,8	-8,9	-32,5	5008,6	4907,0	5008,6	247,2	314,4	-35,1	314,4
3	-241,1	-51,3	0,0	-6071,5	-6077,2	-6071,5	-1635,7	803,9	-2308,9	803,9
4	-330,7	0,0	-53,5	-7124,6	-7027,2	-7027,2	-710,9	-91,3	-616,1	-91,3
5	0,0	-28,0	55,1	-449,4	-484,1	-449,4	-575,1	433,6	-944,2	433,6
6	0,0	21,6	-42,5	346,9	373,7	373,7	444,0	-334,7	728,9	728,9
7	-330,7	0,0	53,5	-7030,4	-6910,2	-6910,2	-601,2	-222,2	-392,5	-222,2
8	-241,1	51,3	0,0	-4246,7	-4082,4	-4082,4	679,2	-1032,4	1573,7	1573,7
9	-41,9	-8,9	25,0	-1033,0	-1028,6	-1028,6	-258,4	109,0	-348,7	109,0
10	-242,8	8,9	-17,5	-5053,0	-4962,0	-4962,0	-298,9	-252,9	-70,1	-70,1
11	-41,9	8,9	-25,0	-760,2	-737,0	-737,0	92,2	-148,7	220,9	220,9

Tabla 7-1: Fuerzas en las bielas y tirantes para cargas unitarias y aplicadas

Los puentes atirantados se deben analizar para cientos de hipótesis de carga, incluyendo: 1) cargas aplicadas permanentes, tal como los pesos propios, cargas de postesado y fuerzas debidas a los efectos de la fluencia lenta y temperatura, y 2) cargas aplicadas transitorias tales como las correspondientes a sobrecargas, cargas de viento y temperatura. El uso de un enfoque con cargas unitarias ofrece una solución efectiva para desarrollar los efectos de conjuntos de cargas a partir de los análisis globales. El modelo de bielas y tirantes ilustrado en las Figuras 7-5, 7-6 y 7-7 continúan siendo válidos para todos los casos de cargas siempre y cuando las bielas continúen siendo bielas (elementos comprimidos) y los tirantes continúen siendo tirantes (elementos traccionados). También le permite al diseñador apreciar las fuerzas desarrolladas en la conexión del tablero del puente en términos de las fuerzas aplicadas. La Tabla 7-2 muestra un conjunto real de cargas y sobrecargas y su sumatoria factoreada en base a los factores de carga de ACI. Como se puede observar, las cargas descendentes de los pilones produjeron la mayor carga en cada una de las bielas y tirantes.

Miembro	Máxima carga permanente	Máxima sobrecarga	Grupo 1 (1,4D + 1,7L)
1	5294,3	612,8	8453,8
2	5008,6	314,4	7546,5
3	-6071,5	803,9	-7133,5
4	-7027,2	-91,3	-9993,1
5	-449,4	433,6	108,0*
6	373,7	728,9	1762,2
7	-6910,2	-222,2	-10.052,0
8	-4082,4	1573,7	-3040,1
9	-1028,6	109,0	-1254,8
10	-4962,0	-70,1	-7066,0
11	-737,0	220,9	-656,2

Fuerzas de diseño en los tirantes (filas 1 a 6)

* La fuerza de tracción del Miembro 5 será cubierta por armadura ortogonal de temperatura y control de la retracción, no diseñada explícitamente en el ejemplo.

Tabla 7-2: Fuerzas en las bielas y tirantes para cargas factoreadas

Obviamente pueden existir otras situaciones en las cuales una carga de vuelco, por ejemplo debida al viento, podría desarrollar fuerzas de tracción en los elementos considerados bielas. En este caso sería necesario desarrollar modelos alternativos.

3 Detallado de los tirantes y nodos

Este ejemplo se centra en el desarrollo de un modelo para analizar una estructura compleja mediante un único modelo de bielas y tirantes y casos de carga unitaria que se combinan para obtener los efectos de las cargas combinadas. Una vez desarrolladas las fuerzas en las

bielas y tirantes para cada una de las combinaciones de cargas, es posible dimensionar los elementos individuales para que resistan estas fuerzas y comenzar un análisis detallado de las regiones nodales. Puede ocurrir que la peor condición de cada uno de los elementos individuales del modelo de bielas y tirantes sea provocada por diferentes combinaciones de cargas. El diseñador sólo debe seleccionar las máximas fuerzas desarrolladas en los tirantes bajo las diferentes combinaciones de cargas. A continuación presentamos el cálculo de las armaduras requeridas (acero dilce y postesado).

4 Cálculos para dimensionar los tirantes y verificación de zonas nodales

Tirante 1

Fuerza de diseño factoreada = F_{ut} = 1,4 D + 1,7 L = 1,4 (5294,3 k) + 1,7 (612,8 k)

= 8453,8 k (37.600 kN)

ϕ = 0,75 Sección 9.3.2.6

Seleccionar 60 barras de pretensado de 1-1/4" (32 mm) de diámetro.

A_{ps} = 60 * 1,25 in.^{2} / barra = 75,0 in.^{2} (48.400 mm^2)

f_{py} = 150 ksi (1034 MPa)

f_{se} = 0,6 * 150 ksi = 90 ksi (621 MPa)

Δf_p = 60 ksi (414 MPa) (adherente)

ϕF_{nt} = ϕ ($A_{st} f_y$ + A_{ps} (f_{se} + Δf_p)) Sección A.4.1

= 0,75 (0 + 75,0 in.^{2} (90 ksi + 60 ksi))

= 8437,5 k (0,2% sobretensado ~ Verifica)

Tirante 6

Fuerza de diseño factoreada = F_{ut} = 1,4 D + 1,7 L = 1,4 (373,7 k) + 1,7 (728,9 k)

= 1762,2 k (7838 kN)

ϕ = 0,75 Sección 9.3.2.6

Seleccionar 5 capas separadas 1'-0" (305 mm) de 18 barras por capa de estribos #6 (19 mm)

En la Figura 10-8 se detallan
16 capas en 15'-0" (4,57 m)

A_{ps} = 5 * 18 * 0,44 in.^{2} / barra = 39,6 in.^{2} (25.550 mm^2)

f_y = 60 ksi (414 MPa)

$\phi F_{nt} = \phi\,(A_{st} f_y + A_{ps}\,(f_{se} + \Delta f_p))$ Sección A.4.1

$= 0{,}75\,((39{,}6\ \text{in.}^2)\ 60\ \text{ksi} + 0)$

$= 1782{,}0\ \text{k} > 1762{,}2\ \text{k}$ ~ Verifica

Distribuir esta armadura a cada lado del pilón correspondiente a la línea de centro de la torre para tomar en cuenta un modelo alternativo (no ilustrado en este ejemplo) que es imagen especular del seleccionado.

Zona nodal en la intersección de los miembros 2, 7 y 8

$F_{cu} = 0{,}85\ \beta_n\ f'_c$ Sección A.5.2

$\beta_n = 0{,}80$

$f_c' = 5{,}5$ ksi (38 MPa)

$F_{cu} = 0{,}85 * 0{,}80 * 5{,}5\ \text{ksi} = 3{,}74\ \text{ksi}$ (25,8 MPa)

Verificación de la tensión en el nodo:

Ancho de la porción del tablero colado in situ

$\sigma = 8437{,}5\ \text{k} / ((3\ \text{ft.} * 12\ \text{in./ft.}) * (\boxed{20\ \text{ft.}} * 12\ \text{in./ft.})) = 0{,}98\ \text{ksi} < 3{,}74\ \text{ksi}$ ~ Verifica

En la Figura 7-8 se ilustra el dimensionamiento de esta armadura. Se usan tres capas de barras postesadas de 1-1/4" (32 mm) de diámetro para proveer el elemento resistente para las fuerzas desarrolladas en los Miembros 1 y 2 del modelo de bielas y tirantes. Para el Miembro 6 se proveen 18 estribos #6 (19 mm) cada 1"-0' (305 mm) de longitud. Estos estribos se proveen a ambos lados de la línea de centro del pilón para tomar en cuenta el modelo alternativo, imagen especular del modelo seleccionado. La cantidad de estribos provista es mayor que la requerida, pero garantiza ductilidad al corte de la sección para recorridos de cargas alternativos que podrían coexistir con el modelo seleccionado para este ejemplo.

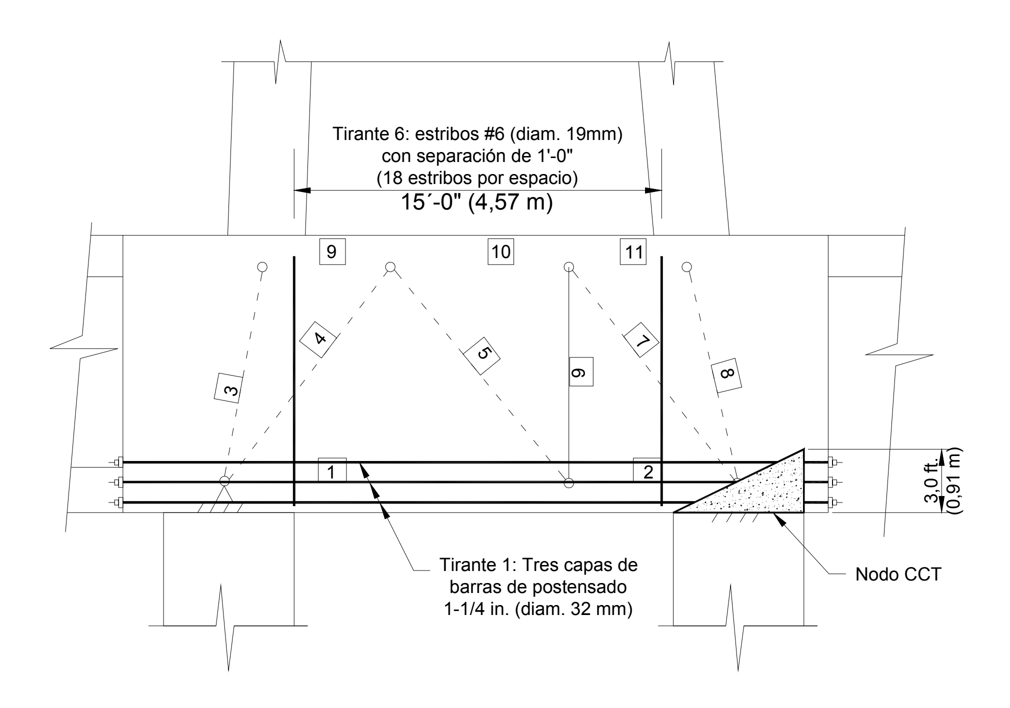


Figura 7-8: Detallado de los tirantes y del Nodo CTT

5 Resumen

El Ejemplo 7 presenta un modelo de bielas y tirantes para una situación que existe en un puente atirantado diseñado con pilón central y pilares duales para la subestructura. Este ejemplo se centra en los recorridos de carga necesarios para transferir las cargas del pilón a los pilares inferiores y cómo tratar de manera efectiva y eficiente los múltiples casos de cargas que ocurren en las estructuras complejas.

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

Robert W. Barnes

Sinopsis

En este ejemplo se resume la aplicación de los nuevos requisitos de ACI 318-02 sobre modelado mediante bielas y tirantes a un muro con dos aberturas. Debido a que las aberturas constituyen una porción significativa del muro, las versiones anteriores del Código no contienen lineamientos relevantes para garantizar que el muro provea resistencia adecuada a las cargas aplicadas. Es raro encontrar ejemplos de la aplicación de modelos de bielas y tirantes para casos con cargas múltiples y/o cargas laterales. El muro de este ejemplo se diseña para resistir múltiples combinaciones tanto de cargas gravitatorias como de cargas laterales en el plano.

Se resume la construcción del modelo de bielas y tirantes para cada combinación de cargas. Además, se discute el empleo de modelos de bielas y tirantes estáticamente indeterminados para mejorar la eficiencia y serviciabilidad del diseño del muro. El ejemplo también cubre la selección y el anclaje de las armaduras de los tirantes, como así también verificaciones de la capacidad de las bielas y zonas nodales.

Robert W. Barnes recibió sus títulos M.S.E. y Ph.D. de la Universidad de Texas en Austin. Se desempeña como Profesor Adjunto en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Auburn. Es miembro del Comité Conjunto ACI-ASCE 423, Hormigón Pretensado, y miembro asociado del Comité Conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión.

1 Geometría, materiales y cargas

Un muro de 16 in. (405 mm) con una altura de 640 in. (16,26 m) y un ancho de 320 in. (8,13 m) contiene dos aberturas cuadradas de 120 in. (3,05 m) de lado como se ilustra en la Figura (8-1). La resistencia de diseño del hormigón es de 4000 psi (26 MPa), y la resistencia a la fluencia de diseño del acero es de 60.000 psi (410 MPa). El recubrimiento mínimo es de 2 in. (50 mm). El muro se diseñará para las siguientes hipótesis de cargas factoreadas:

- Hipótesis de carga 1: dos cargas verticales de 450 kips (2,0 MN).
- Hipótesis de carga 2: dos cargas laterales de 170 kips (0,76 MN) actuando del lado derecho del muro.
- Hipótesis de carga 3: combinación de las cargas de las Hipótesis 1 y 2.
- Hipótesis de carga 4: dos cargas laterales de 170 kips (0,76 MN) actuando del lado izquierdo del muro.
- Hipótesis de carga 5: combinación de las cargas de las Hipótesis 3 y 4.

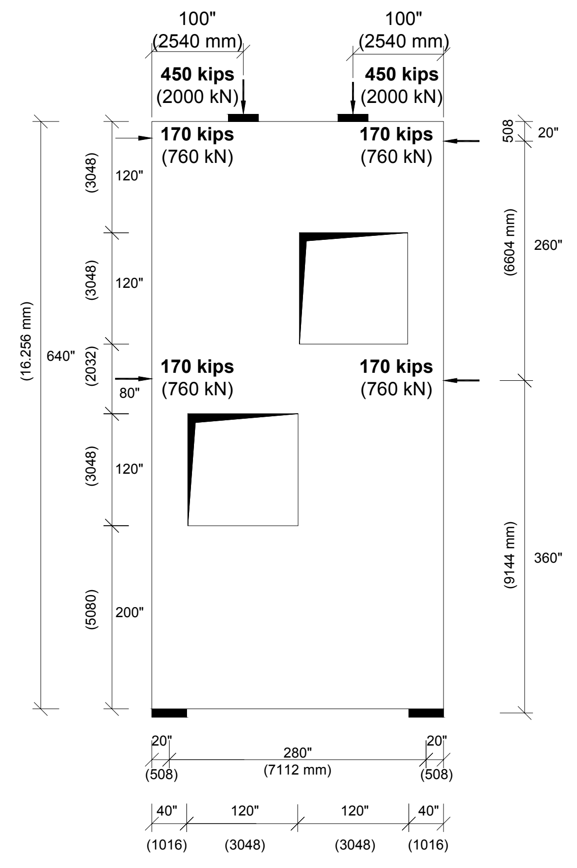


Figura 8-1: Geometría y cargas del muro

El muro está soportado por dos zapatas. La superficie de contacto disponible en cada apoyo es de 16 in. (406 mm) de ancho (el espesor del muro) y 40 in. (1,02 m) de longitud, de manera que el centro de cada apoyo está ubicado como se indica en la Figura (8-1). El muro se idealiza como simplemente apoyado. Bajo la influencia de las cargas laterales factoreadas se anticipa la fisuración del hormigón sobre el apoyo traccionado. La rigidez de este hormigón con respecto a las fuerzas laterales será considerablemente menor que la del hormigón sobre el apoyo comprimido. Por lo tanto, se confía en el apoyo comprimido para transferir a la fundación todas las fuerzas laterales por fricción por corte.

2 Procedimiento de diseño

Debido a las aberturas y a las cargas y apoyos concentrados, la totalidad del muro constituye una región D. ACI 318-99 provee pocos lineamientos para este tipo de estructuras. El diseño se basa en el nuevo *Apéndice A − Modelos de Bielas y Tirantes* de ACI 318-02 según lo permitido por la Sección 11.10.1 de dicho documento. A menos que se especifique lo contrario, todas las futuras referencias incluidas en este ejemplo mencionan secciones específicas de ACI 318-02.

El primer paso del diseño consiste en concebir un modelo de bielas y tirantes para cada una de las hipótesis de carga. Otros pasos incluyen seleccionar la armadura de los tirantes, verificar la capacidad de las zonas nodales y asegurar el correcto anclaje de la armadura de los tirantes en los nodos.

3 Modelado

En las Figuras (8-2) a (8-6) se ilustran los modelos de bielas y tirantes para las cinco hipótesis de carga. Las bielas se representan mediante líneas discontinuas, mientras que los tirantes se representan mediante líneas llenas. Las bielas y tirantes se ubicaron considerando: 1) los probables recorridos de las cargas hacia los apoyos, y 2) patrones de armadura ortogonales.

El modelo para la Hipótesis de carga 1 es estáticamente indeterminado. Por lo tanto, las fuerzas en las bielas y tirantes no se pueden determinar exclusivamente en base a la condición de equilibrio. Durante el diseño preliminar el modelo se desarrolló asumiendo que aproximadamente el sesenta por ciento de cada carga vertical viajaba alrededor del contorno de la abertura debajo de dicha carga, mientras que el cuarenta por ciento restante de ambas cargas pasaba a través de la región comprendida entre ambas aberturas. Luego las bielas se ubicaron de manera de satisfacer esta hipótesis y la condición de equilibrio, a la vez que exhibiendo claramente el flujo de cada fuerza hacia los apoyos. La hipótesis se adoptó simplemente en base al criterio profesional respecto de cómo podrían fluir los recorridos de las fuerzas alrededor de las aberturas. Siempre y cuando el modelo resultante satisfaga el equilibrio y que las bielas, tirantes y zonas nodales satisfagan los requisitos del Apéndice A, la estructura debería desarrollar la resistencia última requerida.

Aunque no es necesario para el diseño por resistencia, se realizó un análisis lineal elástico de tensiones planas por elementos finitos a fin de refinar el modelo y lograr mejor comportamiento bajo condiciones de servicio. Grandes disparidades entre el modelo de bielas y tirantes y la distribución de tensiones elásticas provocarán gran fisuración a medida que la estructura se deforme para redistribuir las cargas de acuerdo con el patrón de armaduras. Además, los modelos de bielas y tirantes que se ajustan a la distribución de tensiones elásticas requieren menos armadura que los que no lo hacen [Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987)]. Se optó por un análisis por elementos finitos lineal porque éste ofrece una adecuada indicación de la distribución de tensiones bajo cargas de servicio. También, a criterio del ingeniero, se podría haber usado un análisis no lineal.

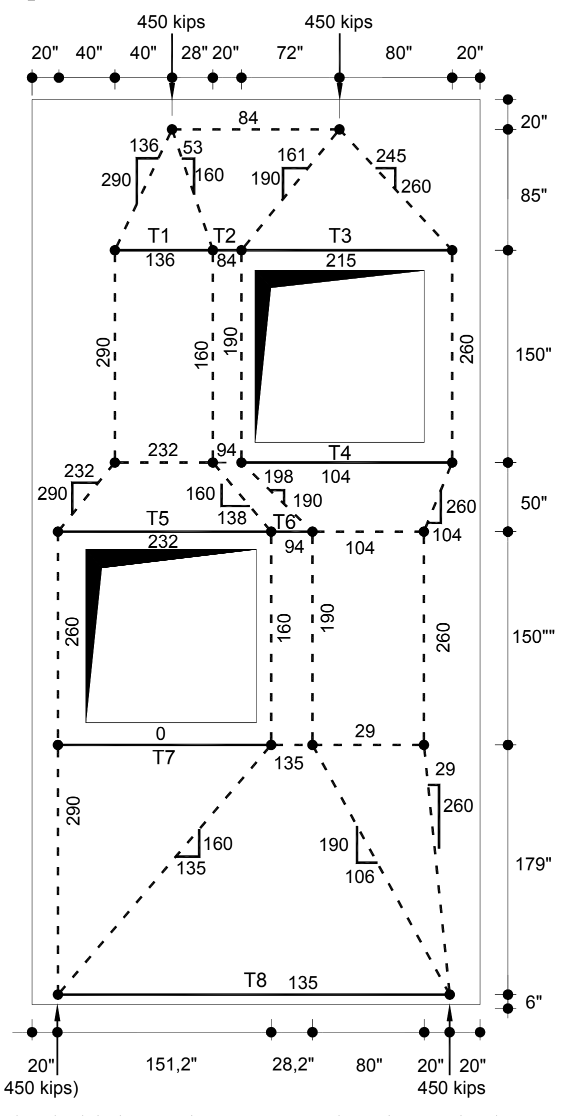


Figura 8-2: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 1

Como resultado del uso del análisis por elementos finitos sólo se modificaron ligeramente la geometría del modelo y las fuerzas. Por ejemplo, el análisis por elementos finitos indica que aproximadamente 58 por ciento de la carga de la derecha viaja alrededor del contorno de la abertura superior y 64 por ciento de la carga de la izquierda viaja alrededor del contorno de la abertura inferior, no 60 por ciento como supusimos anteriormente para ambos casos. El modelo final se ilustra en la Figura (8-2).

En la Figura (8-2) la porción de la carga que pasa entre las dos aberturas en la Hipótesis de carga 1 se divide en dos recorridos claramente diferenciados para aclarar cómo cada una de las cargas de 450 kips (2,0 MN) viaja alrededor de cada abertura y se dirige a la fundación. Esta diferenciación no es necesaria; en la parte central del modelo los dos recorridos se podrían haber unificado. Por motivos de simplicidad, en los demás casos de carga no hemos intentado separar la influencia de las dos cargas verticales en la región entre las aberturas.

La necesidad de transformar las cargas laterales en reacciones verticales aumenta la dificultad de visualizar los recorridos de las cargas para las Hipótesis de carga 2 a 5. En las Figuras (8-3) a (8-6) se muestran los modelos de bielas y tirantes finales seleccionados. El deseo de disponer armadura ortogonal hizo que los modelos correspondientes a estos casos resultaran relativamente complejos. El requisito (A.2.4) que establece que las bielas no se deben cruzar ni superponer impidió que formáramos los modelos para la combinación de las Hipótesis de carga 3 y 5 simplemente superponiendo los modelos para las hipótesis más elementales (1, 2 y 4). El requisito A.2.5 que establece que los ángulos formados por bielas y tirantes deben ser mayores o iguales que 25 grados también condicionó la construcción de partes de estos modelos. Finalmente, se hizo un esfuerzo por obtener consistencia en la ubicación de los tirantes en las cinco hipótesis de carga. Aunque esto puede provocar un grado de complejidad adicional a la hora de refinar los modelos de bielas y tirantes individuales, también simplifica el proceso de selección de las armaduras (Sección 3) y aumenta la eficiencia del diseño final.

Al igual que para la Hipótesis de carga 1, todos los modelos para las restantes hipótesis de cargas son estáticamente indeterminados. Aunque para estas hipótesis es posible construir modelos estáticamente determinados, para esta estructura no es recomendable hacerlo debido a que estos modelos difieren considerablemente del flujo elástico de fuerzas. A modo de ejemplo se puede considerar la Hipótesis de carga 2. Para este caso se podría haber construido un modelo estáticamente determinado omitiendo el tirante (T1) del lado derecho de la abertura superior y ajustando la geometría del modelo del lado izquierdo de la abertura. Si usáramos este modelo sería dable anticipar grave fisuración en la región del tirante omitido, posiblemente bajo condiciones de servicio. De hecho, el diseñador estaría confiando en la región a la izquierda de la abertura para resistir las cargas aplicadas sin ninguna contribución de la región del tirante omitido. El modelo estáticamente determinado sería menos eficiente; la armadura *adicional* requerida para reforzar y extender T2 y T4 a la izquierda de la abertura sobrepasaría en mucho la armadura que se ahorraría al eliminar T1. Por lo tanto, aunque el empleo de un modelo indeterminado

aumenta la complejidad del proceso de modelación, es posible que mejore la eficiencia y serviciabilidad de la estructura.

Figura 8-3: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 2

El análisis de un modelo estáticamente indeterminado requiere determinar un número suficiente de fuerzas redundantes para poder calcular las fuerzas restantes simplemente en base a consideraciones de equilibrio. El procedimiento general usado para las Hipótesis de carga 2 a 5 consiste en seleccionar las fuerzas en los elementos redundantes necesarios y luego determinar el resto de las fuerzas de manera de satisfacer la condición de equilibrio. Las bielas o tirantes ubicadas en las secciones de 40 in. (1,02 m) de ancho adyacentes a las aberturas se seleccionaron como redundantes. Al igual que en la Hipótesis de carga 1, la

magnitud de la fuerza en cada biela o tirante redundante se estimó en base a un análisis plano por elementos finitos de la estructura.

También se podría haber usado cualquier otra estimación racional para las fuerzas redundantes. La exactitud de la estimación sólo afectaría la eficiencia y serviciabilidad del diseño. Nuevamente se empleó un análisis lineal por elementos finitos para obtener una estructura eficiente y con buena serviciabilidad, sin hacer el diseño más difícil de lo necesario.

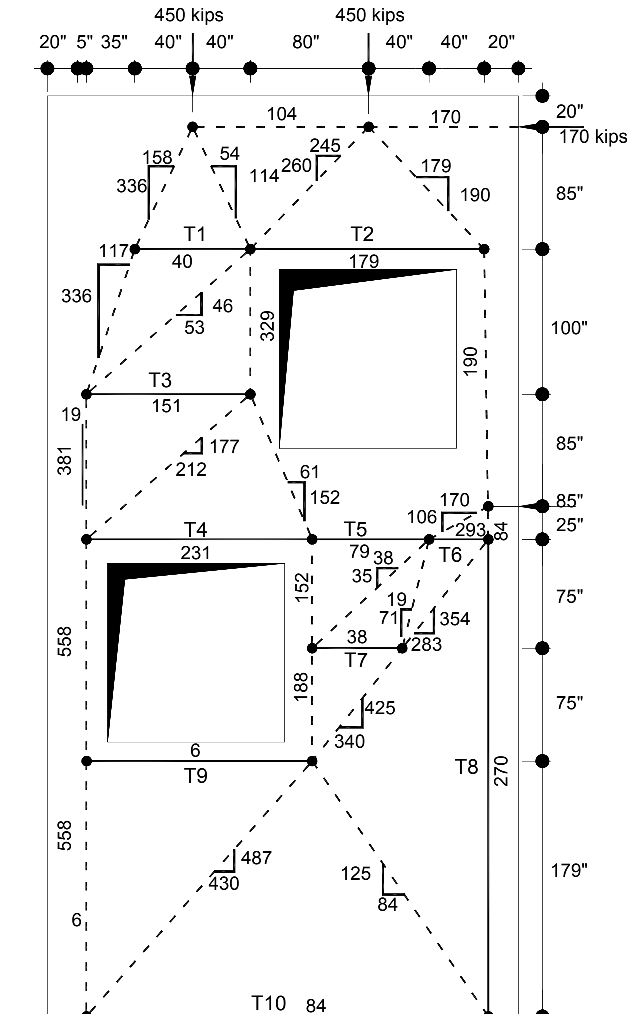


Figura 8-4: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 3

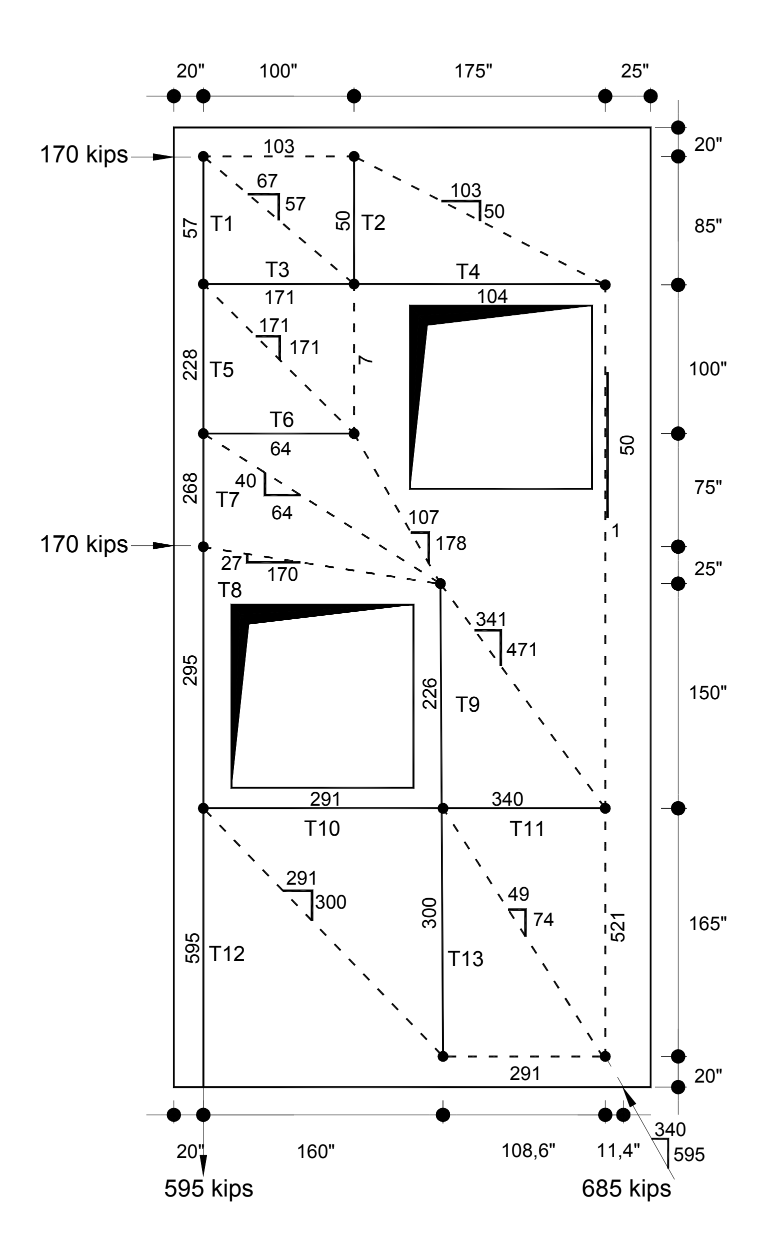


Figura 8-5: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 5

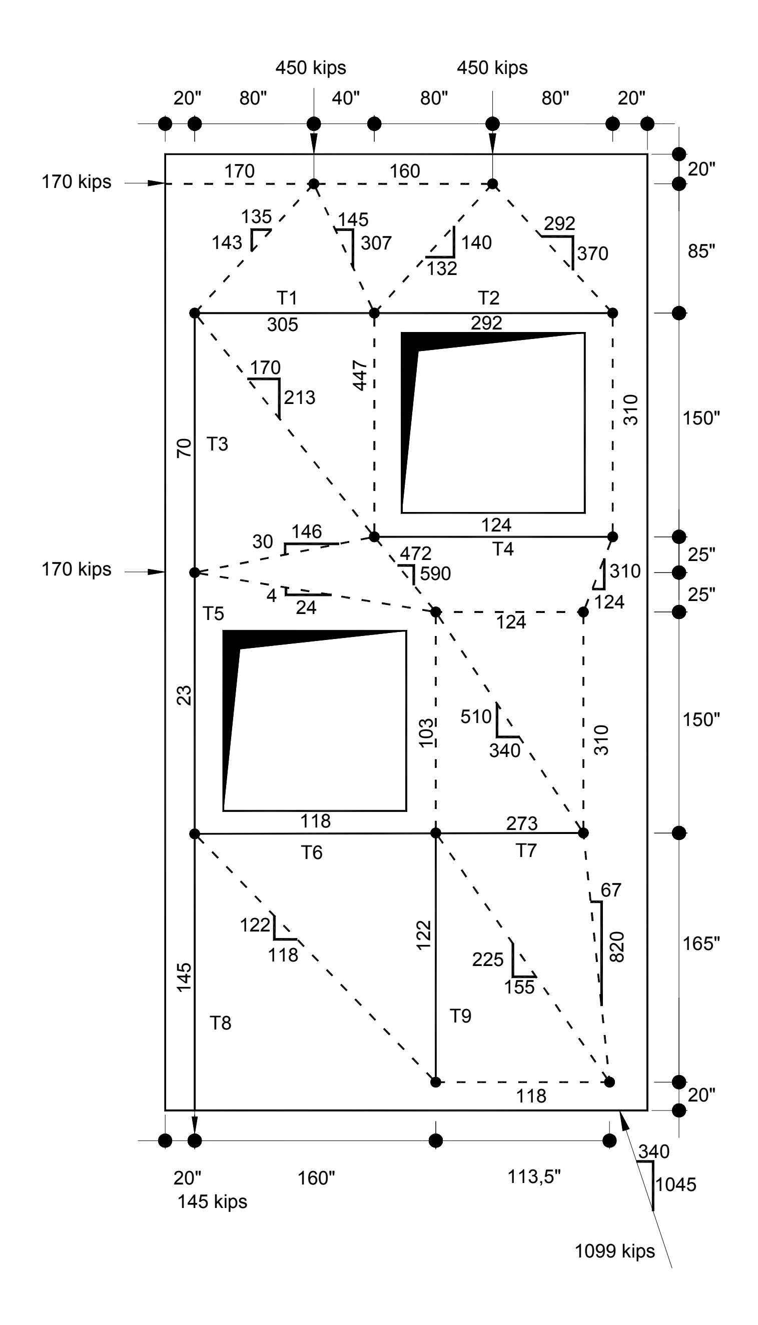


Figura 8-6: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 5

Para limitar la fisuración y satisfacer los requisitos sobre armadura mínima, se debería incluir armadura ortogonal mínima (Secciones A.3.3.1 y A.3.3.2). Debido a que en los tres modelos hay bielas con diferentes orientaciones, la manera más sencilla de satisfacer la Ecuación A-4 es disponiendo una cantidad de armadura que satisfaga la expresión

$$\frac{A_{si}}{bs} \geq 0,003$$

en cada dirección ortogonal. Una malla de barras #5 con una separación de 12 in. (300 mm) en cada dirección en cada una de las caras del muro satisface esta expresión. Esta disposición también satisface los requisitos sobre armadura mínima de las Secciones 11.8, 11.10 y 14.3 de ACI 318-02. Una vez dispuesta la armadura mínima que satisface A.3.3, al calcular la resistencia efectiva del hormigón en las bielas (f_{cu}) de manera conservadora se puede asumir para β_s un valor de 0,75 (A.3.2). Hay una excepción en los nodos que anclan más de un tirante (nodos CTT). Para el extremo de una biela que ingresa a un nodo CTT, f_{cu} se debería calcular usando un valor de β_n igual a 0,60 (A.3.1, A.5.2). El nodo ubicado inmediatamente por encima del apoyo derecho en la Hipótesis de carga 3 es un ejemplo de este tipo de nodo.

3 Cálculo de las armaduras de los tirantes

Como no hay armadura pretensada, la sección de acero requerida para cada tirante se calcula usando la expresión

$$A_{st,\,req} = \frac{F_u}{\phi f_y}$$

donde ϕ = 0,75. Por ejemplo, los tirantes más resistentes requeridos son T16 de la Hipótesis de carga 2 y T12 de la Hipótesis de carga 4. La fuerza de tracción factoreada en cada uno de estos tirantes es de 595 kips (2,65 MN); por lo tanto se requieren 13,2 in.^{2} (8520 mm^2) de armadura. Colocando once barras #7 en cada cara del muro se obtiene una armadura total en los tirantes de 13,2 in.^{2}. Con una separación de 3,5 in. (89 mm) entre barras la fuerza en los tirantes se distribuye en al menos 35 in. (890 mm). Todos los tirantes se dimensionan de manera similar. La Figura (8-7) es un resumen gráfico de los requerimientos en todos los tirantes, considerando todas las hipótesis de carga. En esta figura todos los tirantes tienen tres números entre paréntesis. Estos tres números representan la hipótesis de carga crítica, la carga factoreada (kips) y la sección de armadura (in.^{2}) requerida para cada tirante, respectivamente. Al establecer modelos de bielas y tirantes para múltiples hipótesis de carga se debe hacer un esfuerzo por seleccionar para los tirantes ubicaciones que sean consistentes para las diferentes hipótesis. Si esto se logra, a menudo la armadura de los tirantes se puede utilizar eficientemente para más de una hipótesis de carga. La Figura (8-8) ilustra una potencial configuración de las armaduras que satisface los requisitos dados en la Figura (8-7). Las líneas discontinuas representan armadura mínima no asignada a ningún tirante en particular.

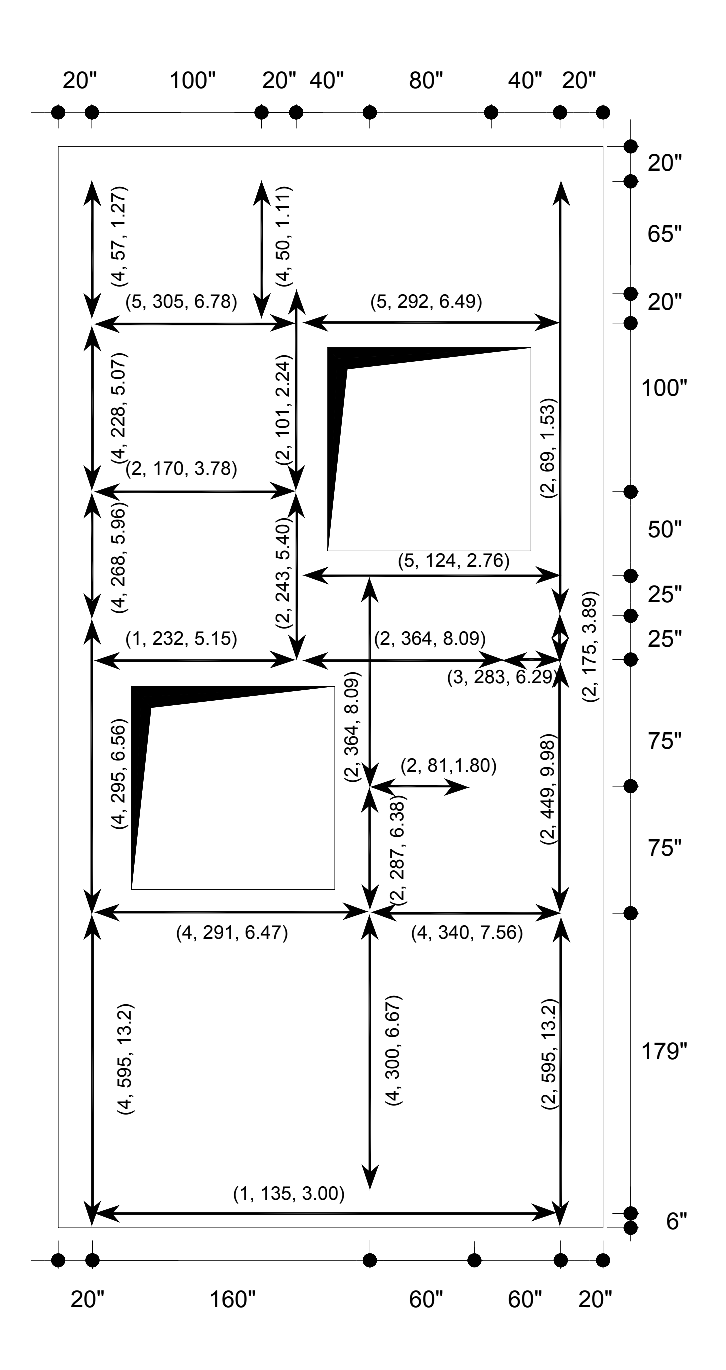


Figura 8-7: Requisitos críticos en los tirantes (hipótesis de carga, F_u, $A_{st, req}$)

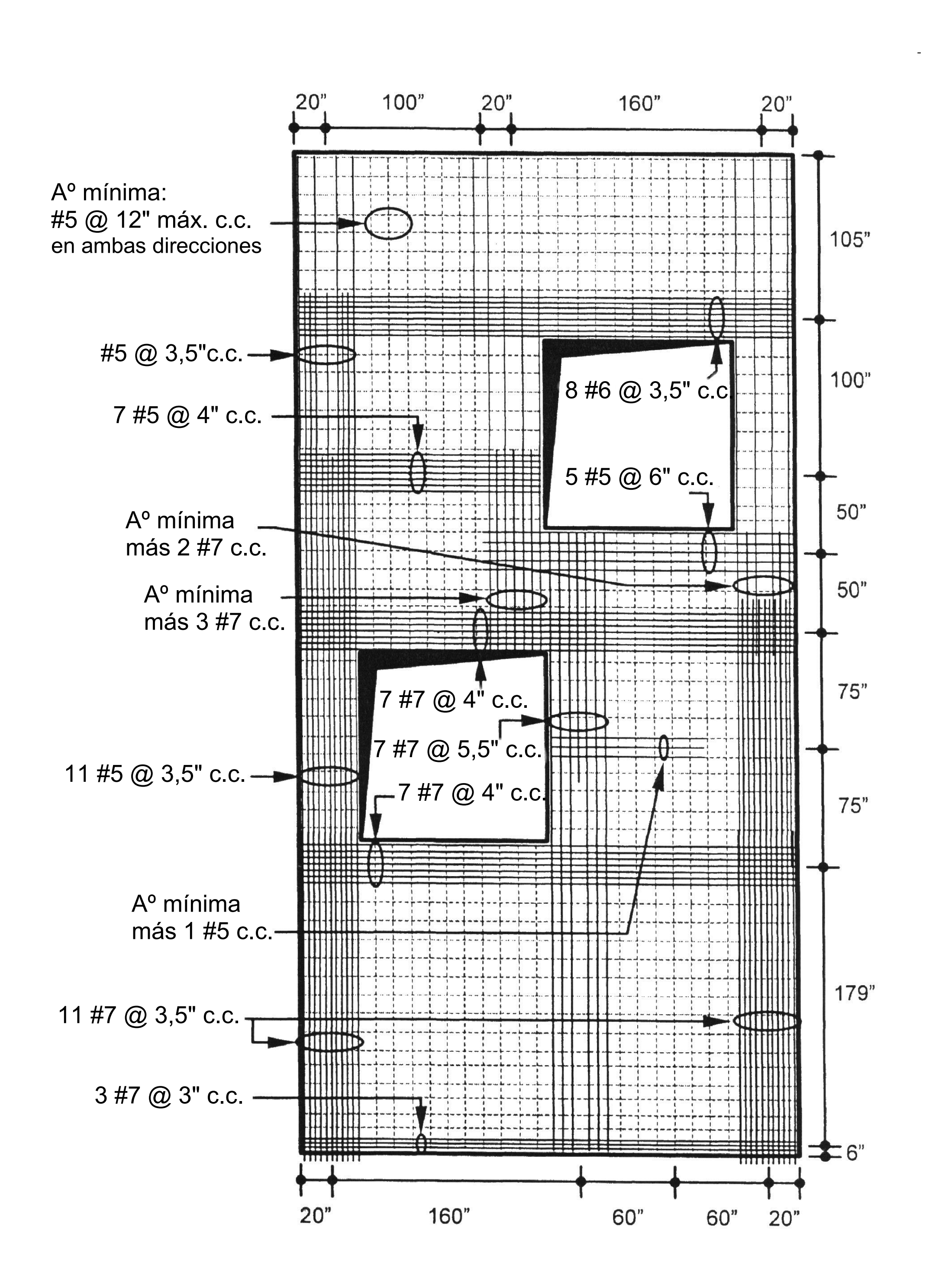


Figura 8-8: Configuración de las armaduras del muro (c.c. = cada cara del muro)

4 Zonas nodales y superficies de apoyo

Una inspección de los modelos de bielas y tirantes correspondientes a las cinco hipótesis de carga revela que la región de apoyo crítica está en el apoyo comprimido cuando el muro está sometido a las Hipótesis de carga 3 ó 5. Para la Hipótesis de carga 3 el apoyo comprimido es el de la izquierda. En la Figura (8-9) se ilustra la zona nodal correspondiente. Debido a que la zona nodal representa la intersección de cuatro fuerzas, para facilitar su visualización se la ha subdividido en dos subnodos conectados mediante una biela. Cada subnodo representa la intersección de tres fuerzas. De este modo se pude construir la geometría de toda la zona nodal usando las relaciones fundamentales para nodos con tres fuerzas [Schlaich y Anagnostou (1990)]. Toda la zona nodal consiste en dos subnodos más la biela interna.

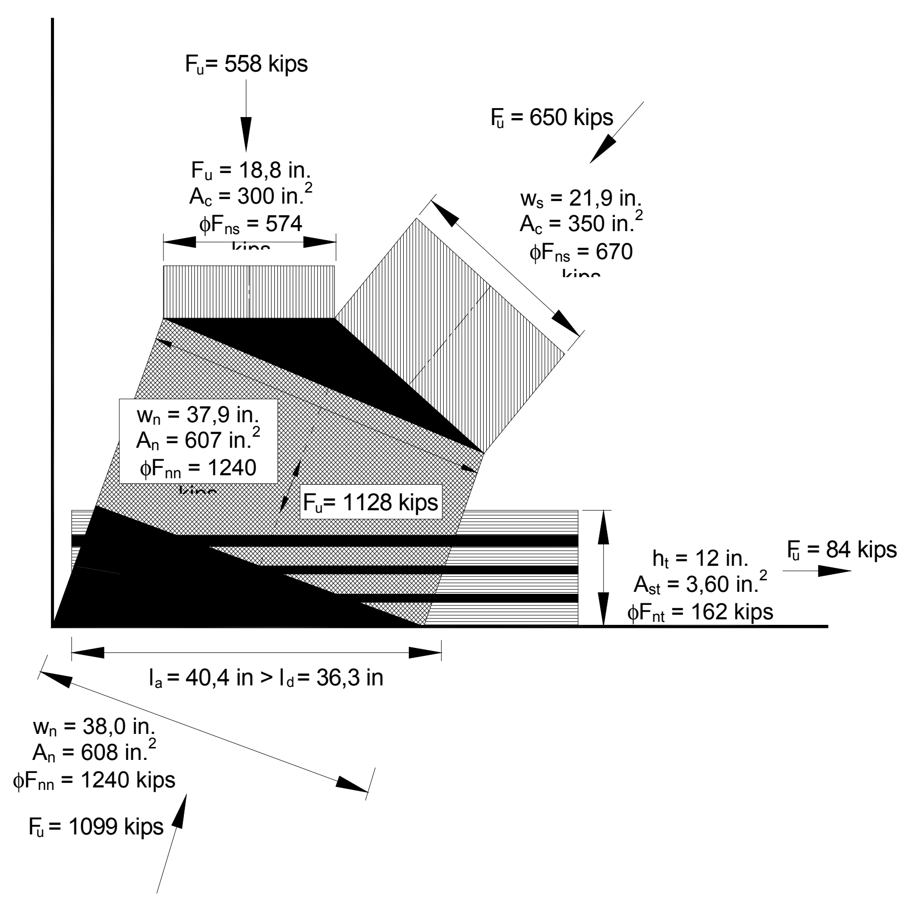


Figura 8-9: Zona nodal en el apoyo comprimido (Hipótesis de carga 3)

La geometría del subnodo inferior está definida por el ancho de apoyo disponible igual a 40 in. y el espesor de 12 in. supuesto para el tirante horizontal, el cual consiste en tres

barras #7 en cada cara. La magnitud (1128 kips [5,02 MN]) y ángulo de inclinación (67,9º respecto de la horizontal) de la fuerza en la biela interna se obtienen a partir de la condición de equilibrio. El ancho disponible de esta biela interna (37,9 in. [963 mm]) se puede obtener considerando el ancho de la otra biela y tirante así como los ángulos comprendidos entre las tres fuerzas. A continuación el subnodo superior se construye como un nodo "hidrostático", asumiendo que las tensiones en las dos bielas exteriores son iguales a la tensión en la biela interna. En consecuencia, las longitudes de cada lado de este subnodo son proporcionales a la fuerza soportada por la biela correspondiente. De la condición de equilibrio, las rectas de acción del tirante y de todas las bielas coinciden en el punto nodal. En la Figura (8-9) se indican los valores obtenidos para el ancho, la superficie, la carga factoreada y la resistencia factoreada de cada biela y cada tirante.

En el subnodo inferior hay que verificar la capacidad de apoyo del muro con respecto a la reacción de apoyo. Debido a la inclinación de la reacción en el apoyo, el ancho disponible de la zona nodal perpendicular a la reacción en la biela está dado por:

$$w_n = 40\text{ in.}\left(\frac{1045}{1099}\right) = 38{,}0\text{ in.} \quad (966\text{ mm})$$

Luego la superficie disponible de la zona nodal con respecto a la reacción es:

$$A_n = (38{,}0\text{ in.})\,(16\text{ in.}) = 608\text{ in.}^2 \quad (0{,}393\text{ m}^2)$$

El nodo ancla un tirante (nodo CCT). Por lo tanto se selecciona un valor β_n = 0,80. La resistencia efectiva a la compresión del hormigón de la biela es:

$$f_{cu} = 0{,}85\,\beta_n\,f_c' = 0{,}85\,(0{,}80)\,(4000\text{ psi}) = 2{,}72\text{ ksi} \quad (18{,}8\text{ MPa})$$

La resistencia nominal factoreada de la zona nodal con respecto a la fuerza de reacción es:

$$\phi\,F_{ns} = \phi\,f_{cu}\,A_c = 0{,}75\,(2{,}72\text{ ksi})\,(608\text{ in.}^2) = 1240\text{ kips} \geq F_u = 1099\text{ kips}$$

Aparentemente la superficie de apoyo es suficiente para proveer una resistencia adecuada. Sin embargo, las caras del subnodo limitadas por la biela interna están sujetas a una fuerza mayor (1128 kips [5,02 MN]) que la cara inferior de la zona nodal. Como se indica en la figura, la capacidad de estas caras también es adecuada.

La componente horizontal de la reacción en este apoyo es transferida a la zapata mediante fricción por corte. Cuando se diseña de acuerdo con los requisitos de la Sección 11.7.4 de ACI 318-02 la cantidad de armadura de fricción por corte está dada por:

$$A_{vf,\,req} = \frac{V_u}{\phi\,f_y\,\mu} = \frac{340\text{ kips}}{(0{,}75)\,(60\text{ ksi})\,(0{,}6)} = 12{,}6\text{ in.}^2 \quad (8120\text{ mm}^2)$$

Para μ se adoptó un valor conservador de 0,6. Entonces al menos 12,6 in.^{2} (8120 mm^2) de armadura debe atravesar la junta y estar desarrollada adecuadamente tanto en la zapata como en el muro. Este requisito quedará satisfecho por los 13,2 in.^{2} (8520 mm^2) de armadura de tracción dispuestos como armadura para los tirantes para las otras hipótesis de carga.

Dimensionar las placas de apoyo (o las superficies de apoyo) para las cargas aplicadas es menos complicado. En este caso también se utilizó la totalidad del espesor del muro (16 in.). Debido a que la biela ingresa a un nodo solicitado exclusivamente a compresión y es demasiado angosta para expandirse de manera significativa, para cada carga de 450 kips se puede seleccionar un valor de 1,0 para β_s y β_n. El ancho requerido para la placa de apoyo para cada una de estas cargas está dado por:

$$w \geq \frac{F_{us}}{\phi\, b\, f_{cu}} = \frac{450 \text{ kips}}{0,75\,(16 \text{ in.})\,(3,4 \text{ ksi})} = 11,0 \text{ in.} \quad (280 \text{ mm})$$

Por lo tanto seleccionamos placas de apoyo de 11 in. x 16 in. (280 mm x 406 mm). Para las cargas laterales de 170 kips se puede efectuar un cálculo similar. Para una hipótesis de carga cada una de las cargas laterales próximas a la parte superior del muro ingresa inmediatamente a un nodo que ancla un tirante (nodo CCT), de manera que para calcular f_{cu} se debería seleccionar un valor $\beta_n = 0,80$. Como resultado se obtiene un ancho requerido de 5,21 in. (132 mm). Sin embargo, para las cargas de 170 kips inferiores se debería seleccionar un valor $\beta_n = 0,60$ porque para una hipótesis de carga cada carga ingresa a un nodo CTT. Se requiere un ancho de placa de 6,94 in. (176 mm). Por motivos de simplicidad, para todas las cargas laterales seleccionamos placas de apoyo de 7 in. x 16 in. (178 x 406 mm).

Las zonas nodales y superficies de apoyo descriptas constituyen las áreas comprimidas más críticas en los cinco modelos de bielas y tirantes. A pesar de la presencia de las dos aberturas hay suficiente espacio para proveer anchos adecuados para todas las demás bielas y nodos de los diferentes modelos.

5 Anclaje de las armaduras de los tirantes

La Figura (8-10) ilustra la geometría de la zona nodal inmediatamente por encima del apoyo izquierdo bajo la influencia de la Hipótesis de carga 1. Esta hipótesis produce la demanda crítica de tracción en el tirante horizontal. Para este tirante la armadura se seleccionó de acuerdo con el procedimiento discutido en párrafos precedentes. La zona nodal se dimensionó como se describe en la sección anterior. Debido a que la relación entre la separación de las barras y el diámetro de las mismas es pequeña, la armadura para este tirante requiere la mayor longitud de desarrollo de todas las barras del muro, a pesar de que a la armadura horizontal ubicada a mayor altura le corresponde el factor de ubicación de las armaduras (α) igual a 1,3 (Sección 12.2.4). Despreciando cualquier potencial beneficio de la armadura transversal, la longitud de desarrollo (l_d) para las barras #7 separadas 3 in. (76 mm) entre centros es:

$$l_d = \frac{3}{40}\frac{f_y}{\sqrt{f_c^{'}}}\frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{\left(\frac{c+K_{tr}}{d_b}\right)} = \frac{3}{40}\frac{60.000}{\sqrt{4000}}\frac{1}{1,71}(0,875 \text{ in.}) = 36,3 \text{ in.} \quad (0,92 \text{ m})$$

Como se ilustra en la Figura (8-10), este valor es menor que la longitud de anclaje disponible (l_a) igual a 39,8 in. (1,01 m) (A.4.3(b)). Por lo tanto, para este tirante el desarrollo de las barras es adecuado.

En general, en este diseño no es difícil asegurar el correcto anclaje de las armaduras. Los tamaños de las barras y las separaciones son tales que las longitudes de desarrollo requeridas son menores que las longitudes de anclaje disponibles. Todos los demás nodos están ubicados a una distancia de al menos 15 in. de las superficies del muro, de manera que hay suficiente espacio para el desarrollo de las barras #5, #6 y #7 dentro de las zonas nodales y detrás de las mismas (A.4.3), que típicamente se extienden entre 30 y 40 in. (0,76 - 1,02 m). Si hubiéramos seleccionado barras de mayor tamaño es posible que hubiera sido necesario utilizar ganchos o anclajes mecánicos.

Cuando se terminan armaduras que ya no son requeridas, tales como las barras verticales #7 a lo largo de los límites del muro, hay que tener cuidado de extender estas barras a través de la totalidad de la zona nodal en la cual ya no son requeridas. También se deben prolongar al menos una distancia igual a la longitud de desarrollo más allá del punto en el cual ingresan a la zona nodal extendida.

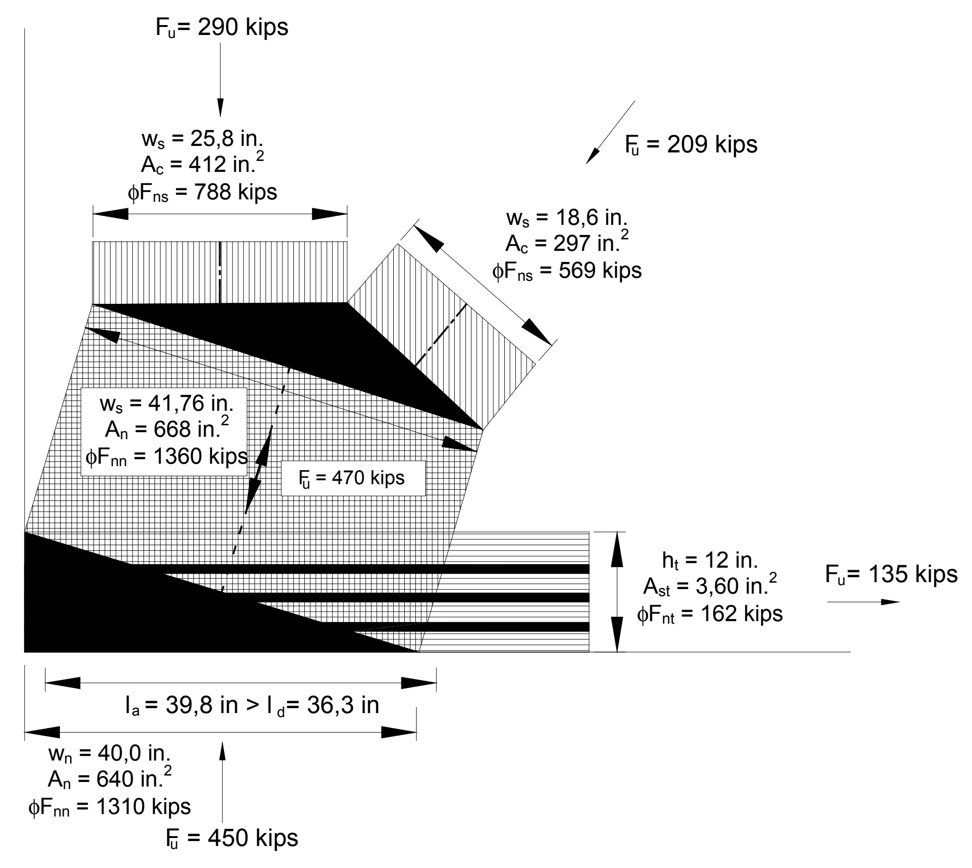


Figura 8-10: Zona nodal en el apoyo (Hipótesis de carga 1)

Resumen

Se presenta el diseño de un muro de hormigón armado con dos grandes aberturas. El muro se diseña de acuerdo con los requisitos del nuevo *Apéndice A – Modelos de Bielas y Tirantes* de ACI 318-02. Se discuten temas relacionados con el uso de modelos indeterminados y la aplicación de modelos de bielas y tirantes para múltiples hipótesis de carga. Luego de considerar modelos de bielas y tirantes para todas las hipótesis carga se seleccionan las armaduras para los tirantes. Se ilustra la verificación de la capacidad de las bielas y zonas nodales, y se incluye un ejemplo de la verificación del anclaje de los tirantes. La longitud de anclaje es adecuada para todos los tirantes; no se requieren ganchos ni dispositivos de anclaje especiales.

Notación

A menos que a continuación se especifique lo contrario, la notación corresponde a la utilizada en ACI 318-02.

$A_{st,\,req}$ = sección de armadura requerida en el tirante

$A_{vf,\,req}$ = sección de armadura de friccón por corte requerida

l_a = longitud de anclaje del tirante disponible en una zona nodal

Referencias

ACI 318-99: *Building Code Requirements for Structural Concrete*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 1999

ACI 318-02: *Building Code Requirements for Structural Concrete*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2002

Schlaich, J.; Schäfer, K. y Jennewein, M. (1987): Toward a Consistent Design of Structural Concrete. *PCI Journal* Vol. 32 (1987), No. 3, p. 74-150

Schlaich, M. y Anagnostou, G. (1990): Stress Fields for Nodes of Strut-and-Tie Models. *Journal of Structural Engineering* Vol. 116 (1990), No. 1, p. 13-23.

Ejemplo 9: Cabezal de pilotes

Gary J. Klein

Sinopsis

El siguiente ejemplo ilustra el uso de modelos de bielas y tirantes para el diseño de un cabezal de pilotes. Se consideran dos hipótesis de carga: 1) carga axial exclusivamente, y 2) carga axial y momento de vuelco. El diseño se basa en el Apéndice A de ACI 318-02. Los resultados se comparan con los procedimientos de diseño seccional según ACI 318-99. En comparación con los métodos de diseño seccionales, el diseño mediante modelos de bielas y tirantes es más racional y conduce a estructuras más confiables. Debido a que las barras de armadura están ubicadas encima de los pilotes, la profundidad total del cabezal es mayor que en el caso del diseño tradicional en el cual las barras se colocan entre pilotes.

Gary J. Klein, FACI, es Vicepresidente Ejecutivo de Wiss, Janny, Elstner Associates Inc., Northbrook, IL, donde ha llevado a cabo investigaciones estructurales relacionadas con edificios, puentes y estructuras para estacionamiento, entre otras. Es miembro de los Comités ACI 318, Código de Construcción de Hormigón Estructural; ACI 342, Evaluación de Puentes y Elementos de Puentes de Hormigón; ACI 345, Construcción, Mantenimiento y Reparación de Puentes de Hormigón; ACI 445, Corte y Torsión; y ACI 546, Reparación del Hormigón.

1 Geometría y cargas

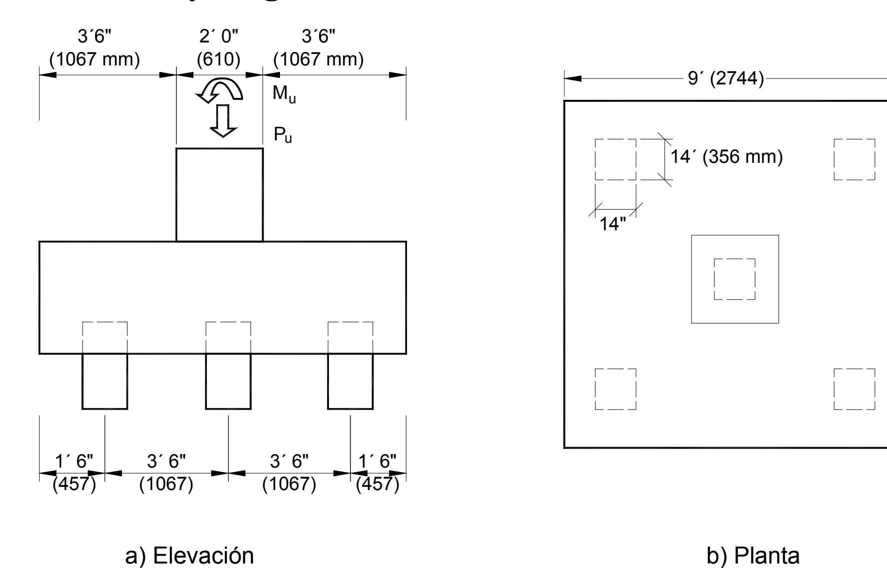


Figura 9-1: Vista en elevación y planta

Datos generales

Cabezal $f_c' = 4000$ psi

Columna $f_c' = 6000$ psi

Armadura $f_y = 60.000$ psi

Pilotes (14 in. x 14 in.) Tolerar = 70T (140^k)

Hipótesis de carga 1:

$P_D = 445^k$ $M_D = 0$

$P_L = 222^k$ $M_L = 0$

$P_u = 1,4P_D + 1,7P_L = 1000^k$

Hipótesis de carga 2:

$P_D = 445^k$ $M_D = 0$

$P_L = 104^k$ $M_L = 282$ ft-k

$P_u = 800^k$ $M_u = 480$ ft-k

Factores de carga y factores ϕ:

- Según ACI 318-99, Capítulo 9.

- Según ACI 318-02, Apéndice C.

Reacciones en los pilotes

$$R = \frac{P}{N} + \frac{M}{SM}$$

$$SM_{pilotes} = \frac{\sum d^2}{d} = \frac{4 \times 3^2}{3} = 12$$

Fila	Hipótesis	P/N	M/SM	Total	Factoreada
Izquierda	1	133	0	133	200
	2	110	24	134	200
Central	1	133	0	133	200
	2	110	0	110	160
Derecha	1	133	0	133	200
	2	110	-24	86	120

Tabla 9-1: Reacciones en los pilotes

2 Diseño seccional según ACI 318-99

Corte

Sección crítica en la cara de la columna: $V_u = 2 \text{ x } 200^k = 400^k$

$$V_u \leq \phi V_c = \phi 2\sqrt{f_c^{'}} bd = 0,85 \times 2\sqrt{4000} \times 108\, d \geq 400.000^{\#}$$

$\Rightarrow d \geq 34,4" \therefore$ usar h = 39"; d = 39 – 3 – 1,5 = 34,5"

Flexión

$M_u = 400^k$ x 2 ft = 800 ft – k; Intentar 12 #7. A_s = 7,2 in.^{2}

$\rho = A_s / bd = 0,0019$; $\rho_{min} = 0,0018$ $\Rightarrow$ Verifica

ϕ M_n = 0,9 x 7,2 x 60 x 34,5 (1 – 0,59 x 0,0019 x 60 / 4) = 13.200 in. – k = 1099 ft – k $\Rightarrow$ Verifica

Desarrollo de las armaduras

Barras #7 rectas: $\ell_d = \frac{60.000}{20\sqrt{4000}} \times 0,875 = 41,5"$

Barras #7 con gancho: $\ell_{db} = 1200\, db / \sqrt{4000} = 16,6"$

Aunque las barras rectas se pueden desarrollar totalmente en la distancia hasta la cara de la columna, usar barras con gancho siguiendo las prácticas habituales.

<u>Fisuración</u>

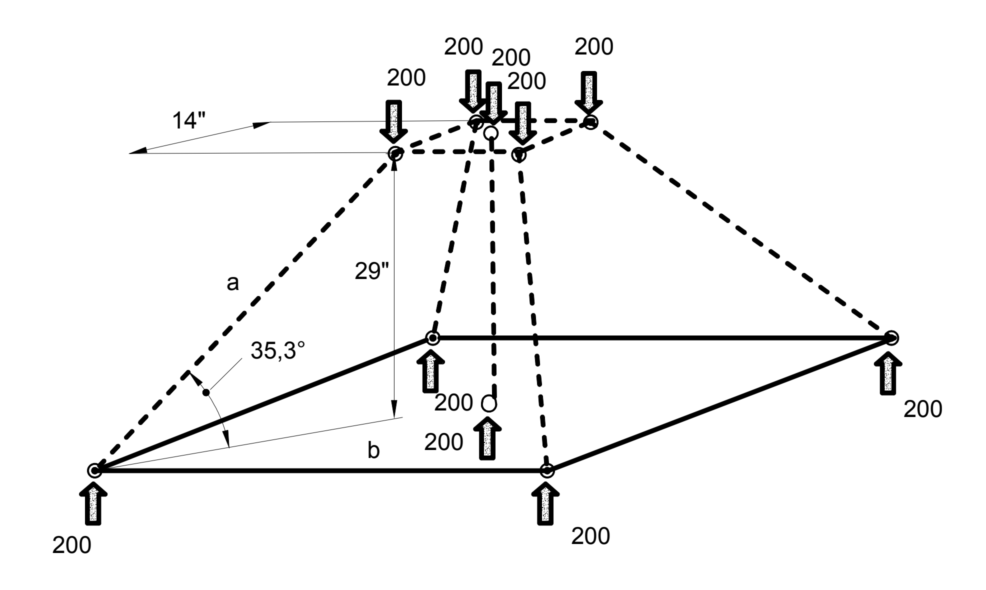
Verificar tensión por flexión bajo cargas de servicio en la cara de la columna:

SM = 9 x $3{,}25^2$ / 6 = 15,8 ft^4

M_s = 133^k x 2 x 2' = 532 ft–k f_t = 532 / 15,8 = 33,7 ksf = 233 psi $\approx 3{,}7\sqrt{f'_c}$

$\therefore$ Es poco probable que haya fisuración.

3 Modelo de bielas y tirantes según el Apéndice A de ACI 318-02 (Hipótesis 1)



Biela a: 346^k Compresión
Tirante b: 200^k Tracción

Figura 9-2: Modelo de bielas y tirantes

Biela a	= 200/sin 35,3 = 346^k	Compresión
Tirante b	= 346 cos 35,3/$\sqrt{2}$ = 200^k	Tracción
Biela c	= 200^k	Compresión

<u>Armadura del tirante</u>

$\phi P_{nt} = \phi\ A_{st}\ f_y \geq P_u \Rightarrow 0{,}85\ A_{st}\ 60 \geq 200 \Rightarrow\ A_{st} \geq 3{,}92\ \text{in.}^2$

Usar 6 barras #8 (A_{st} = 4,32 in.^{2}) ó 9 barras #6 (A_{st} = 3,96 in.^{2})

Elemento	Tipo	β	$\phi\ 0{,}85\ \beta\ f_c'$ (ksi)
Bielas	Zona comp.	1,0	2,89
	En forma de botella	0,6	1,73
Nodos	CCC	1,0	2,89
	CCT	0,8	2,31
	CTT	0,6	1,73

Tabla 9-2: Elementos

Biela:

$$A_{cs_{req}} = \frac{346}{1{,}73} = 200$$

$A_{cs} = 14\ h_2 = 14\ (14 \sin 35{,}3 + h_1 \cos 3{,}5)$

$\Rightarrow h_1 = 7{,}6"$ $\qquad h_2 = 14{,}3"$

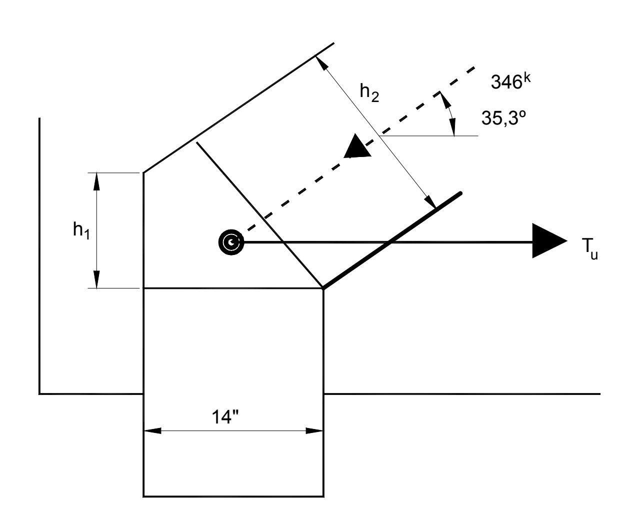


Figura 9-3: Nodo inferior

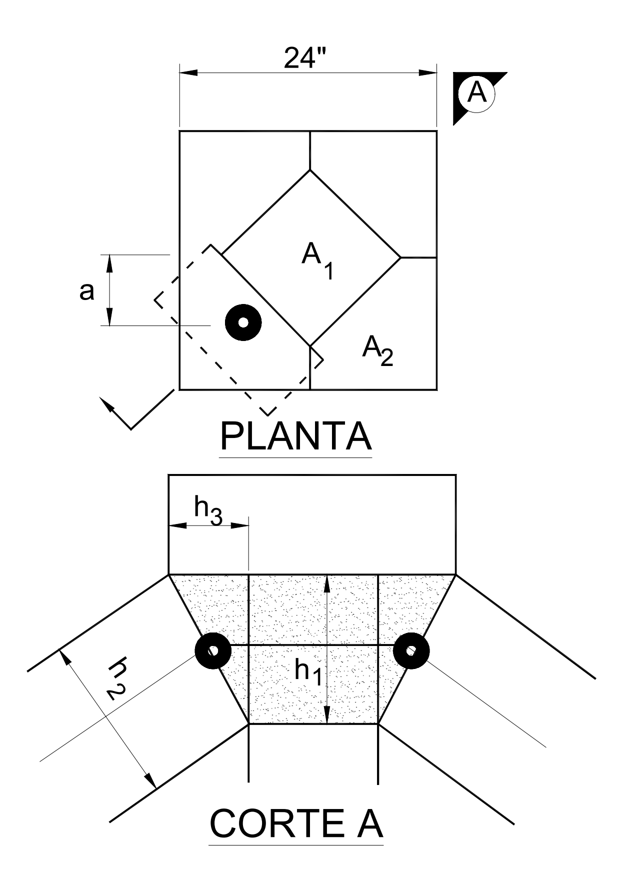


Figura 9-4: Nodo superior

Tirante traccionado:

$T_u = 200^k$ $\quad H_{c_{req}} = \dfrac{200}{0,85 \times 60} = 3,92 \text{ in.}^2$

Usar 6 barras #8 en dos capas a 2 in. y 6 in. sobre el cabezal.

Verificación de la longitud de desarrollo: $\ell_{db} = 1200 \times 1,0 / \sqrt{4000} = 19,0$ in. $\Rightarrow$ Verifica

Armadura mínima: $\rho_{min} = 0,0018$

Separación máxima = 18 in.

Usar barras #6 separadas 6 in. entre pilotes $\quad \rho = \dfrac{A_s}{bd} = \dfrac{0,44}{6 \times 39} = 0,0019$

Nodo superior:

$$A_1 = \frac{P_u}{\phi f_{cs}} = \frac{200}{1,73} = 116 \text{ in.}^2$$

$A_2 = (24^2 - 116) / 4 = 115$ in.^{2}

Suponemos que las diagonales son cuadradas:

$$h_2 = \sqrt{346/1,73} = 14,1"$$

$$h_3 = 115/14,1 = 8,2"$$

$$h_2 = h_3 \sin 35,3 + h_1 \cos 35,3$$

$$\Rightarrow h_1 = 11,5"$$

Verificación biela d:

$$f_{cn} = \frac{346 \cos 35,3}{14,1 \times 11,5}$$

$$= 1,74 \text{ ksi} < 2,89$$

$$a = (\sqrt{116}/2 + 8,2/2)/\sqrt{2}$$

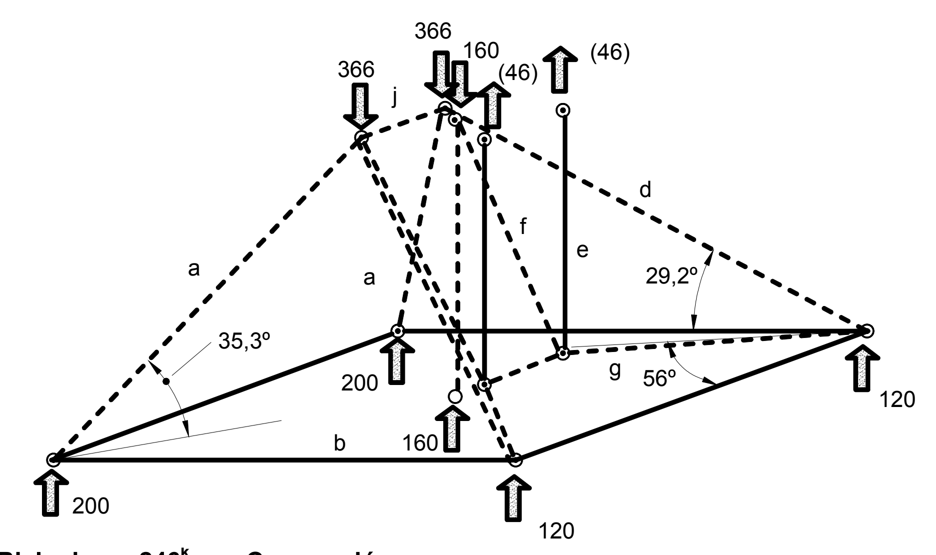
$$= 6,70" \quad (7" \text{ supuesto})$$

Altura total del cabezal de pilotes = 29" + empotram. pilote + $(h_1/2)_{inf.}$ + $(h_1/2)_{sup.}$

= 29 + 9 + 7,6/2 + 11,5/2 = 47,5"

Usar 4' 0" = 48"

4 Modelo de bielas y tirantes según el Apéndice A de ACI 318-02 (Hipótesis 2)



Biela d:	**246^k**	**Compresión**
Tirante e:	**46^k**	**Tracción**
Biela f:	**51^k**	**Compresión**
Biela g:	**31^k**	**Compresión**
Tirante h:	**200^k**	**Tracción**
Biela j:	**320^k**	**Compresión**

Figura 9-5: Modelo de bielas y tirantes

<u>Nodo inferior</u>

Según el Caso 1

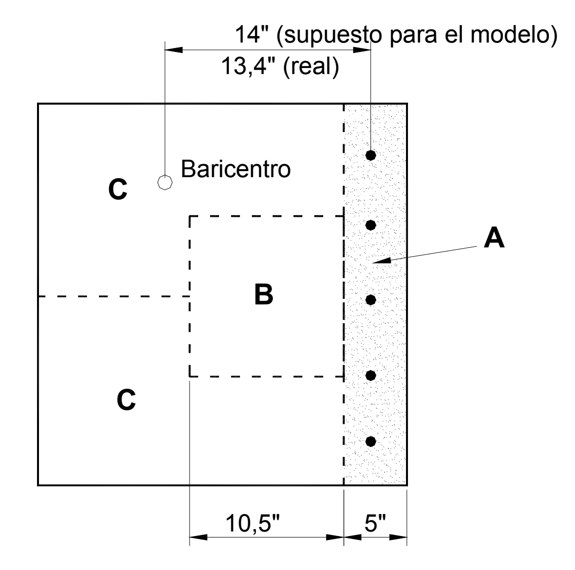


Figura 9-6: Nodo superior

Suponiendo que las bielas son cuadradas:

$$h_2 = \sqrt{P_u / \phi f_{cs}}$$

$$\phi f_{cs} \times h_2 \times h_3 \geq P_u \sin\theta$$

$$\Rightarrow h_3 \geq P_u \sin\theta / (\phi f_{cs} h_2)$$

$$h_2 = h_3 \sin\theta + h_1 \cos\theta$$

$$\Rightarrow h_1 = (h_2 - h_3 \sin\theta) / \cos\theta$$

Biela	Nodo	P_u	ϕf_{cs}	h_2	θ	ϕf_{cn}	h_3	h_1	$h_2 \times h_3$
Cent.	B	160	1,73	9,6	90	2,89	9,6	0,0	92
a	C	346	1,73	15,4	35,3	2,89	4,9	13,9	69
d	C	246	1,73	13,0	29,2	2,89	3,5	11,7	42
f	C	51	1,73	5,9	64,2	2,89	2,9	6,4	16
Total = A + B + 2C = 120 + 92 + 2 x 127 =									466

Tabla 9-3: Valores en los nodos

Sección total de columna disponible = 24^2 = 576 in.^{2} > 466 in.^{2}

Altura total del cabezal de pilotes = 29" + empotram. pilote + $(h_1/2)_{inf.}$ + $(h_1/2)_{sup.}$

= 29 + 9 + 7,6/2 + 13,9/2 = 48,8"

Usar 4' 0" = 48"

5 Resumen

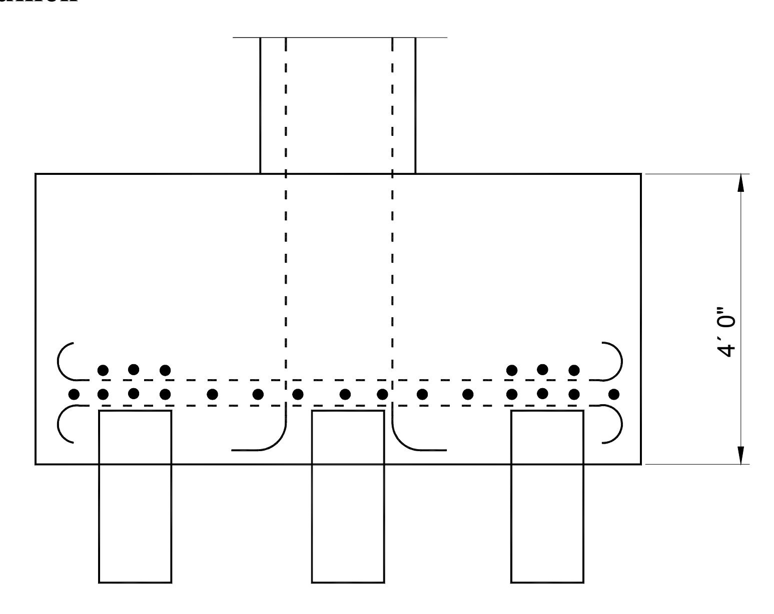


Figura 9-7: Diseño mediante modelos de bielas y tirantes de acuerdo con ACI 318-02

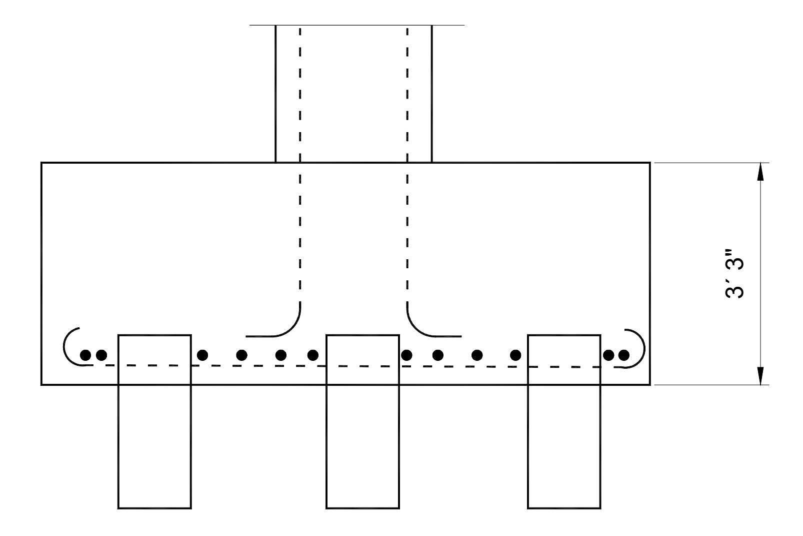


Figura 9-8: Diseño seccional de acuerdo con ACI 318-99

COMPARACIÓN		
Método:	Modelo de bielas y tirantes de acuerdo con ACI 318-02	Diseño seccional de acuerdo con ACI 318-99
Altura del cabezal	4' - 0"	3' - 3"
Armadura	12 barras #8 concentradas sobre los pilotes y 9 barras #6 (temperatura) entre pilotes, en cada dirección	12 barras #7 en cada dirección entre pilotes

Tabla 9-4: Comparación

6 Conclusiones

1. Los modelos de bielas y tirantes son aplicables al caso de cabezales de pilotes sometidos a carga vertical y momento de vuelco.
2. El diseño depende del criterio profesional.
3. Se requieren cálculos detallados en los nodos a fin de determinar la altura de los mismos y, consecuentemente, los detalles de las armaduras y altura del cabezal; sin embargo, es necesario adoptar algunas hipótesis simplificadoras:
   - Es necesario asumir tirantes cuadrados para simplificar la geometría donde se intersecan bielas en tres dimensiones.
   - Se deben despreciar las diferencias geométricas entre las bielas y los nodos (pero se deben realizar verificaciones para asegurar que el baricentro está ubicado correctamente y que el área del nodo es suficiente).
4. En comparación con los diseños tradicionales en los cuales la armadura se ubica entre los pilotes, el diseño mediante modelos de bielas y tirantes da por resultado mayor altura del cabezal y cantidad de armadura.
5. El diseño mediante modelos de bielas y tirantes es más racional y conduce a comportamientos más confiables.

Parte 5:

Modelado del hormigón estructural mediante modelos de bielas y tirantes – Discusión de los ejemplos según el Apéndice A de ACI 318-2002

Kart - Heinz Reineck

Sinopsis

Luego de un breve resumen de los contenidos de la Publicación Especial y los ejemplos, se discuten varios puntos generales en base a observaciones surgidas de los ejemplos. La elección de un modelo de bielas y tirantes es un punto fundamental, y es posible que diferentes ingenieros propongan diferentes modelos para una misma estructura. Esto conduce a una discusión de la unicidad de los modelos y si es o no aceptable que diferentes ingenieros elijan diferentes modelos y, en consecuencia, diferentes cantidades y disposiciones de armaduras para una misma región D. Otro punto identificado en algunos de los ejemplos es la transición entre una región B y una región D; también se presenta el procedimiento para modelarla. Finalmente se enfatiza el papel y la importancia del detallado de las armadura y se incluyen algunos ejemplos. Además, se presentan algunas observaciones que llevaron a recomendar la reconsideración de algunos requisitos del Código.

Karl-Heinz Reineck recibió sus títulos de Ingeniero y Doctor en Ingeniería de la Universidad de Stuttgart. Se dedica tanto a la investigación como a la docencia en el Instituto de Diseño Conceptual y Estructural de Estructuras Livianas (ILEK), Universidad de Stuttgart, donde se desempeña como director de dos grupos de investigación y director ejecutivo del Instituto. Sus investigaciones abarcan el diseño de hormigón estructural, el diseño con modelos de bielas y tirantes y detallado del hormigón estructural, y el diseño de tanques de hormigón para agua caliente de rendimiento elevado. Es miembro del Comité 445 de ASCE-ACI, "Corte y Torsión", donde preside dos subcomités, y también es miembro del Grupo de Trabajo *fib* 1.1 "Diseño Práctico".

1 Resumen

Los principales objetivos de esta Publicación Especial son brindar información y antecedentes sobre el uso de modelos de bielas y tirantes de acuerdo con el Nuevo Apéndice A de ACI 318-02 y presentar algunos ejemplos de diseño.

La Parte 2 describe el desarrollo del Apéndice A y proporciona información sobre el propio Comentario de ACI 318. Justifica los valores de resistencia dados en el Apéndice A por medio de comparaciones con otros códigos y con recomendaciones basadas en resultados de ensayos.

La Parte 3 presenta resultados de ensayos importantes y bien conocidos que justifican el empleo de modelos de bielas y tirantes para el diseño del hormigón estructural.

Los ejemplos presentados en la Parte 4 se pueden clasificar en diferentes grupos:

- Regiones D clásicas: Ejemplos 1, 2, 3 y 6. Estas regiones se diseñan usando modelos de bielas y tirantes desde hace tiempo atrás; para ellas existe evidencia experimental, según lo descrito en la Parte 3.
- Regiones D en vigas: Ejemplo 5 con apoyos indirectos. Hasta la fecha estas regiones han sido tratadas en algunos códigos, a menudo mediante una regla adicional para el detallado que indica la necesidad de disponer suspensores, aún no incorporadas en ACI 318-02.
- Regiones D en muros de edificios: Ejemplos 4, 7 y 8.
- Regiones D en estructuras tridimensionales: Ejemplos 9 y 10.

En las siguientes secciones se presentan algunas observaciones de carácter general y se discuten algunos temas de relevancia general para el diseño mediante modelos de bielas y tirantes.

2 Modelado y unicidad de los modelos

2.1 Encontrar un modelo

Encontrar un modelo para una geometría y un conjunto de cargas dadas para un miembro o una región D es la primera y más importante tarea que debe emprender el ingeniero calculista. Una vez seleccionado el modelo, el posterior análisis de las fuerzas y la verificación de las tensiones son procesos relativamente sencillos. Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987) presentaron los diferentes métodos de modelado; estos métodos consisten en:

- utilizar un ejemplo normalizado o adaptarlo a la geometría o fuerzas dadas, como por ejemplo en el caso ya conocido de las ménsulas o vigas de gran altura;
- usar distribuciones de tensiones elásticas lineales en secciones críticas para determinar la ubicación de las principales bielas o tirantes; y

– aplicar el método de la trayectoria de las cargas.

Los dos primeros métodos resultan bastante obvios y ya fueron descritos por Schlaich et al. (1987). Por lo tanto, a continuación sólo explicaremos brevemente el método de la trayectoria de las cargas y presentaremos un ejemplo tomado de las Recomendaciones FIP (1999).

La región D ilustrada en la Figura 1 con una carga puntual aplicada en la dirección del eje del miembro puede ocurrir en el extremo de una viga con un anclaje de pretensado o bien puede representar una columna con carga excéntrica. En el extremo de la región D se conoce la distribución de tensiones y ésta corresponde a la de la región B; en consecuencia, se la puede calcular usando fórmulas conocidas de acuerdo con la teoría elástica lineal si el miembro no está fisurado. Todos los diagramas de cuerpo libre ilustrados en la Figura 1 están en equilibrio. El modelo básico de la Figura 1a demuestra el equilibrio global para una fuerza aplicada en el extremo con una pequeña excentricidad e. Sin embargo, este modelo no es representativo para el flujo interno de fuerzas dentro de la región D. El modelo refinado de la Figura 1b se obtiene dividiendo la fuerza aplicada F en dos fuerzas y dividiendo el diagrama de tensiones del extremo derecho en dos partes con las fuerzas en las bielas C_1 y C_2 como resultantes, cada una de ellas iguales a F/2. La ubicación de estas dos fuerzas C_1 y C_2 es conocida, de manera que para completar el modelo de bielas y tirantes y determinar la fuerza en el tirante T_1 de la Figura 1b sólo es necesario suponer la ubicación del nodo (N1) y el valor de d_1.

Aplicando el método de la trayectoria de las cargas a una fuerza con gran excentricidad se obtiene el modelo de bielas y tirantes indicado en la Figura 1c. En este caso la trayectoria de la fuerza F sólo cubre la parte inferior del miembro y en el extremo derecho deja un par de fuerzas iguales y opuestas en la parte superior de la sección. La magnitud y ubicación de estas fuerzas también son conocidas, de manera que resulta relativamente sencillo completar el modelo de bielas y tirantes.

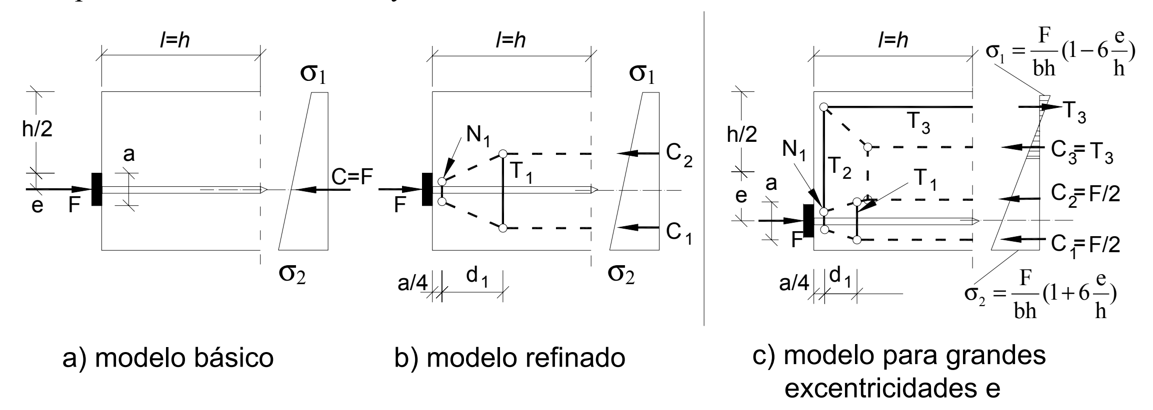


Figura 1: Método de la trayectoria de las cargas aplicado a una región D con una fuerza concentrada en la dirección del eje del miembro –pequeña excentricidad y gran excentricidad

De manera similar se puede aplicar el método de la trayectoria de las cargas al extremo de una viga con un anclaje de pretensado como se ilustra en la Figura 2. En este caso en el borde de la región B, además de las tensiones longitudinales, también ocurren tensiones de corte. También aquí el modelo básico (Figura 2a) no es representativo del flujo interno de las fuerzas. Se requiere un modelo refinado para hallar la fuerza en el tirante transversal T_1 (Figura 2b). El modelo aún más refinado de la Figura 2c se obtiene desviando ligeramente la biela superior inclinada C_1, y así se evidencian las bajas fuerzas de tracción en la esquina superior izquierda.

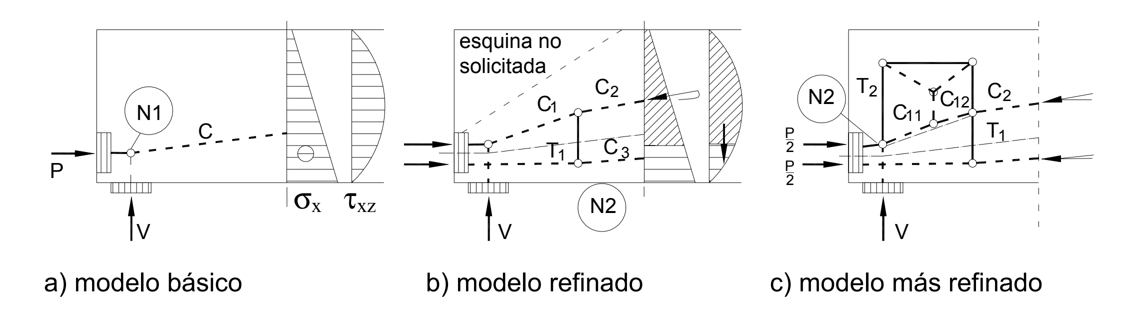


Figura 2: Método de la trayectoria de las cargas aplicado a la región D en el extremo apoyado de una viga con un anclaje de pretensado

Tradicionalmente los códigos, como por ejemplo en el CEB-FIP MC 90, tratan todas estas fuerzas y tensiones de tracción mediante reglas para las denominadas "tensiones de descantillado" o "tensiones de aplastamiento". Con los modelos de bielas y tirantes estos nombres artificiales se vuelven innecesarios y todas las fuerzas y tensiones de tracción se pueden derivar a partir de la aplicación del método de la trayectoria de las cargas.

Finalmente, es importante señalar que aquí el método de la trayectoria de las cargas no requirió un análisis por elementos finitos porque las tensiones requeridas en el borde de la región B se pudieron hallar aplicando los principios básicos de la mecánica. Esta orientación en base a las tensiones lineales elásticas fue un elemento determinante para la selección del modelo. Por lo tanto, sólo fue necesario tomar algunas decisiones menores respecto de la ubicación de nodos y tirantes, como por ejemplo la ubicación del nodo (N1) en la Figura 2a o la ubicación del tirante T_1 en la Figura 2b.

2.2 Unicidad de los modelos

Las técnicas de modelado presentadas implican que es necesario adoptar hipótesis con respecto a la ubicación de nodos y bielas o tirantes, de manera que es posible que las soluciones propuestas por diferentes ingenieros difieran entre sí. En los dos casos anteriores estas diferencias son pequeñas y de escasa importancia porque los factores determinante de la geometría del modelo fueron las distribuciones elásticas de las tensiones. En otros casos las diferencias pueden ser más significativas y conducir a

diferentes fuerzas en los tirantes, posiblemente en diferentes ubicaciones, y en consecuencia, diferentes cantidades de armadura requerida.

Esto plantea la cuestión relacionada con la unicidad de los modelos de bielas y tirantes para un conjunto de cargas y una geometría determinada de una región D, lo cual nos conduce nuevamente a las bases de la utilización de modelos de bielas y tirantes para el diseño. Al aplicar modelos de bielas y tirantes se deben satisfacer las dos condiciones siguientes: equilibrio y límites de resistencia para los elementos de los modelos de bielas y tirantes. Estas dos condiciones cumplen con la solución estática de la teoría de la plasticidad, es decir, satisfacen las condiciones de equilibrio y fluencia, y esto conduce a un límite inferior de la carga de colapso como lo explican, por ejemplo, Muttoni, Schwartz y Thürlimann (1996).

Por lo tanto no se satisface la compatibilidad; en otras palabras, no necesariamente es posible hallar un mecanismo con solución estática. Las diferentes soluciones conducen a diferentes cargas últimas, y sólo el valor máximo de las cargas de colapso corresponde a un mecanismo. La solución exacta o correcta satisfará el límite inferior de todas las posibles soluciones cinemáticas.

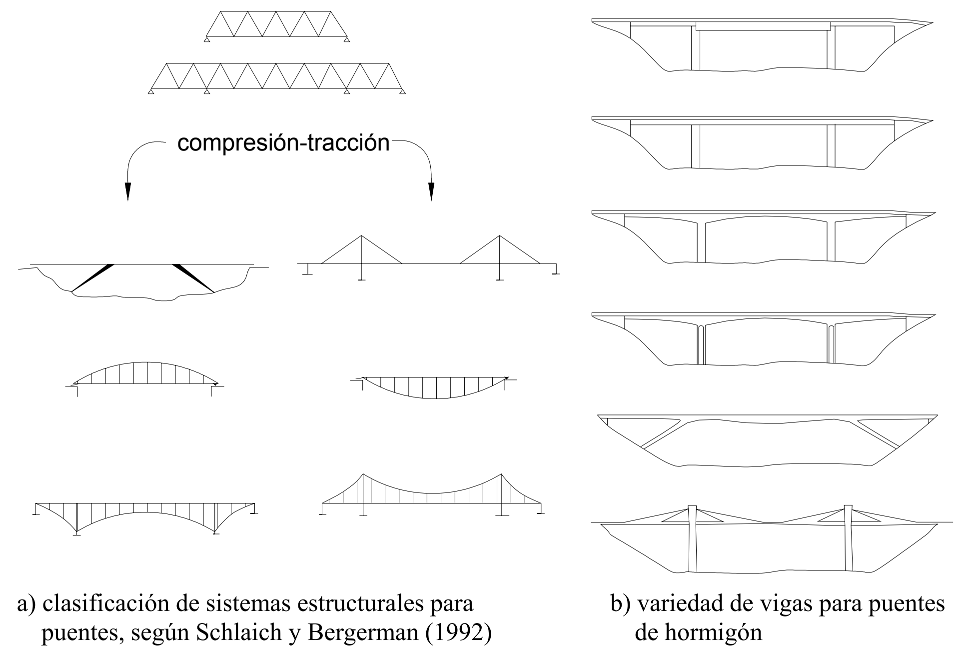
El hecho de que sea posible hallar diferentes modelos de bielas y tirantes es por lo tanto una condición inminente de este método de diseño basado en la solución estática de la teoría de la plasticidad. Sólo es dable anticipar una única solución si se satisface la compatibilidad. Cualquier consideración de la compatibilidad requiere el cálculo de tensiones y deformaciones, lo cual requiere hipótesis para las leyes constitutivas de los elementos del modelo de bielas y tirantes, y esto nos lleva a un análisis no lineal del modelo. A fin de evitar esta complicación, Schlaich et al. (1987) recomendaron orientar el modelo de acuerdo con los campos de tensión de un análisis elástico lineal. En primer lugar esto tiene la ventaja de que los cambios en el flujo de fuerzas dentro de la región D son pequeños entre el estado de tensiones elásticas y el estado fisurado del miembro hasta alcanzar la carga última en el modelo supuesto. Por lo tanto, no se produce una gran redistribución de fuerzas internas, lo cual exigiría una gran ductilidad. En segundo lugar, el modelo también se puede usar para verificar el estado límite de serviciabilidad, es decir, los anchos de fisura y las deformaciones.

Con respecto a la ductilidad, que se asume está dada por la teoría de la plasticidad, y la verificación de las condiciones de fluencia, se debe observar que normalmente un diseño mediante modelos de bielas y tirantes conduce a la fluencia de las armaduras pero no a la falla de las bielas. Esto se debe a que los anchos de las bielas a menudo quedan determinadas por las dimensiones de las placas de carga o las condiciones estáticas, o bien los anchos de las bielas se asumen de manera de no llegar a los límites de tensión de las mismas. No siempre es aconsejable suponer valores mínimos para los anchos de las bielas de manera que se llegue a los límites de tensión en todas las bielas, porque en ese caso los tirantes conectados también están concentrados y esto provoca la congestión de las armaduras. Por lo tanto, la conclusión práctica para asegurar un comportamiento dúctil

consiste en disponer armadura para todas las fuerzas de tracción principales y diseñar de manera que las bielas y nodos no determinen la falla.

El hecho de que sea posible hallar diferentes modelos de bielas y tirantes para un problema dado y que no se pueda anticipar una solución única confundió a muchos ingenieros cuando los modelos de bielas y tirantes fueron propuestos como herramienta de diseño. Tal vez esto se debe a que los ingenieros estructurales están entrenados para hallar la única solución analítica posible. Esto es válido bajo ciertas condiciones y restricciones, por ejemplo, al analizar una estructura para una geometría y cargas dadas de acuerdo con la teoría elástica lineal.

Sin embargo, al contrario de lo que ocurre en un análisis, al diseñar los ingenieros pueden elegir una variedad de soluciones, y para una misma tarea cuenta con numerosas opciones que satisfacen las condiciones dadas y los requisitos sobre seguridad, economía y calidad. Esto se demuestra en la Figura 3, que ilustra numerosos tipos de puentes que un diseñador puede considerar durante el diseño conceptual o durante las primeras etapas de un proyecto. La clasificación de los sistemas estructurales para puentes de la Figura 3a (Schlaich y Bergermann, 1992) distinguen soluciones en las cuales los principales componentes estructurales están ya sea en compresión o en tracción. Aún después de tomar estas decisiones básicas y, por ejemplo, seleccionar las vigas y optar por el hormigón, aún existe una gran variedad de sistemas posibles como lo indica la Figura 3b. Estos van desde vigas cajón paralelas estáticamente determinadas o indeterminadas, pasando por vigas de celosía con o sin articulación a mitad de tramo, vigas cuya forma concuerda con el diagrama de momentos (como el de Schlaich), o puentes reticulados (como el de Menn).



a) clasificación de sistemas estructurales para puentes, según Schlaich y Bergerman (1992)

b) variedad de vigas para puentes de hormigón

Figura 3: Diferentes sistemas estáticos para puentes

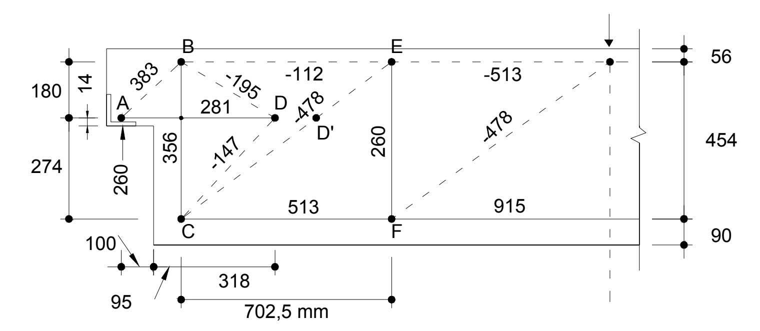
En vista de esta enorme variedad que se presenta al diseñar una estructura, se debería aceptar que también para el diseño de hormigón estructural existen numerosas soluciones posibles, y que consecuentemente diferentes ingenieros pueden optar por diferentes modelos de bielas y tirantes y llegar a diferentes disposiciones y cantidades de armaduras. Todos los modelos proporcionarán la capacidad requerida para el miembro, siempre y cuando se provea la ductilidad necesaria. Se puede anticipar que la ductilidad será suficiente si el comportamiento estructural próximo a la carga última del miembro o la región D es determinado por la fluencia del acero y si los nodos y particularmente los anclajes están bien diseñados. Se puede anticipar menos ductilidad si las bielas y las tensiones de compresión determinan el diseño; esto no debería ocurrir si el diseño ha sido bien seleccionado.

Un buen ejemplo de modelos diferentes pero igualmente válidos es el extremo entallado de una viga, analizado en la Parte 3 y en el Ejemplo 2. La Figura 4 muestra los modelos en cuestión. El modelo de la Figura 4a requiere una concentración de estribos en la cara del extremo de la viga, mientras que el modelo de la Figura 4b conduce a un segundo tirante T_2 para anclar el tirante T_4 y en consecuencia promueve la distribución de los estribos en una determinada longitud. En las Recomendaciones FIP (1999) se propone un tercer modelo (Figura 4c), el cual se desarrolló de manera de minimizar las dimensiones de la cartela.

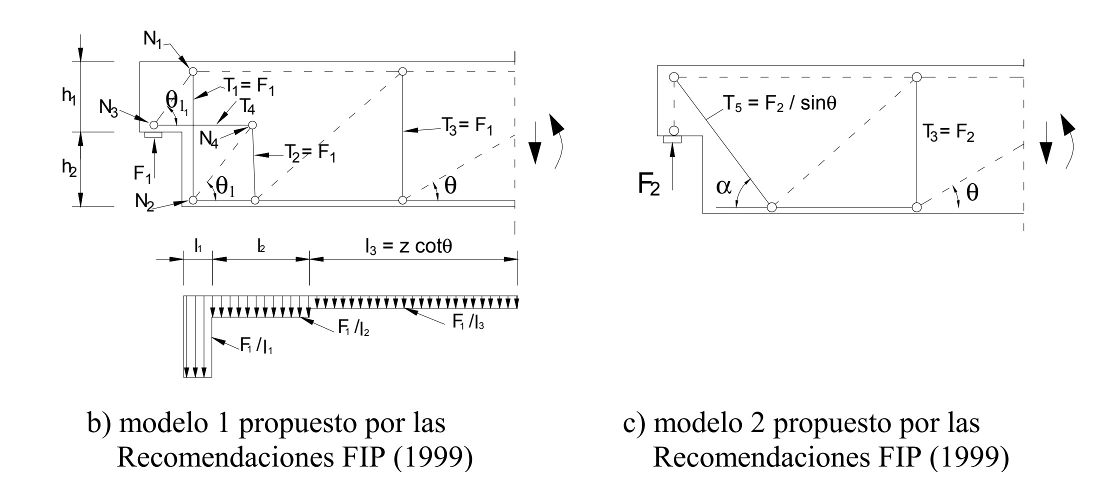
Cada modelo tiene sus ventajas y sus desventajas, las cuales han sido identificadas por diferentes investigadores. El modelo de la Figura 4a puede dar como resultado longitudes muy cortas para el tirante horizontal (fuerza de 281), pero la biela inclinada entre el nodo D y el nodo B (fuerza de 195) no parece concordar con el mecanismo de falla observado ya que cruza la fisura inclinada que comienza en la esquina interior (ver Figura 9b, Parte 3).

El modelo de la Figura 4b evita este problema pero, al igual que el modelo de la Figura 4a, este modelo se basa en armadura ortogonal, la cual no es favorable para limitar el ancho de la fisura inclinada que comienza en la esquina interior. La armadura inclinada para el tirante T_5 ilustrada en la Figura 4c controla de manera más eficiente el ancho de la fisura inclinada, la cual se abre bastante en el momento de la falla, pero este modelo no es capaz de tratar las fuerzas horizontales en el apoyo que pueden ocurrir no intencionalmente debido a la fricción en el apoyo. Por lo tanto, las Recomendaciones FIP (1999) recomiendan una combinación de los dos últimos modelos.

Finalmente debemos señalar que los tres modelos pueden exhibir la totalidad de la capacidad deseada siempre que sean bien diseñados y detallados como se demostró en la Parte 3 para el modelo de la Figura 4a.



a) modelo para el ensayo de Cook y Mitchell (1988), ver Fig. 9c de la Parte 3

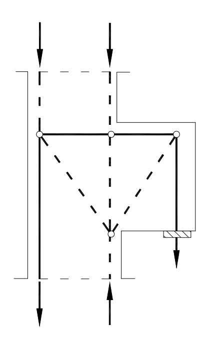


b) modelo 1 propuesto por las Recomendaciones FIP (1999)

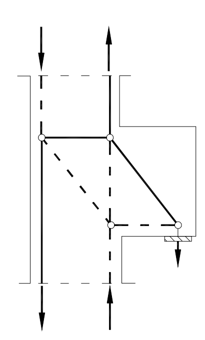
c) modelo 2 propuesto por las Recomendaciones FIP (1999)

Figura 4: Diferentes modelos para vigas con extremos entallados

Para el correcto diseño de un modelo para ménsulas se llevó a cabo una discusión similar, y en la Figura 5 esto se demuestra para una ménsula cargada por su parte inferior. El primer modelo de la Figura 5a sigue el requisito práctico de utilizar exclusivamente armadura ortogonal, mientras que el modelo de la Figura 5b muestra un tirante inclinado que sigue directamente las trayectorias según la teoría elástica lineal. Este tipo de armadura inclinada es más eficiente, lo cual se puede visualizar por la menor longitud de los tirantes en este modelo.



a) modelo para armadura ortogonal



b) modelo para armadura inclinada

Figura 5: Modelos de bielas y tirantes para ménsulas cargadas por su parte inferior [Schlaich y Schäfer (2001)]

Sin embargo, este tipo de discusión sobre el flujo de las fuerzas no es suficiente para decidir cuál es el mejor modelo. Esta decisión requiere el detallado de los nodos y anclajes, lo cual puede llegar a determinar todo el diseño de la región D.

2.3 Discusión de la unicidad de los modelos para diferentes ejemplos

2.3.1 Ejemplo 1

El Ejemplo 1 es un ejemplo básico de una viga de gran altura para el cual se pueden discutir y estudiar ampliamente los principios de diseño y diferentes modelos, como se hizo en el Ejemplo 1a. Además, en la Sección 3.6 de la Parte 3 se presenta un informe exhaustivo de un ensayo de esta viga de gran altura que permitió conocer el comportamiento estructural y la validez de los modelos ilustrados en la Figura 6.

Los tres modelos ilustrados en la Figura 6 difieren en la cantidad de armadura transversal requerida y consecuentemente en la distribución de la fuerza del tirante en el cordón inferior. El primer modelo (Figura 6a) es el que se seleccionó para el diseño del Ejemplo 1a, y ciertamente se encuentra del lado de la seguridad en relación con el diseño de la armadura transversal ya que la fuerza del tirante vertical es igual a la carga aplicada. La fuerza en el cordón inferior está desfasada y el anclaje en el apoyo se debe diseñar para una fuerza mucho más pequeña (es decir, 50%) que en el centro del tramo.

El modelo de la Figura 6b parece ser un modelo más sencillo. No hay tirante vertical y la fuerza en el tirante inferior es constante entre apoyos. En consecuencia, el anclaje en el apoyo se debe diseñar para el 100% de la fuerza en el centro del tramo. El hecho de que no haya tirantes verticales en el modelo no significa que no sea necesario disponer estribos, sino que estos estribos se deberían agregar siguiendo las reglas para armadura mínima, como se indica en la Sección 3.6 del Ejemplo 1b.

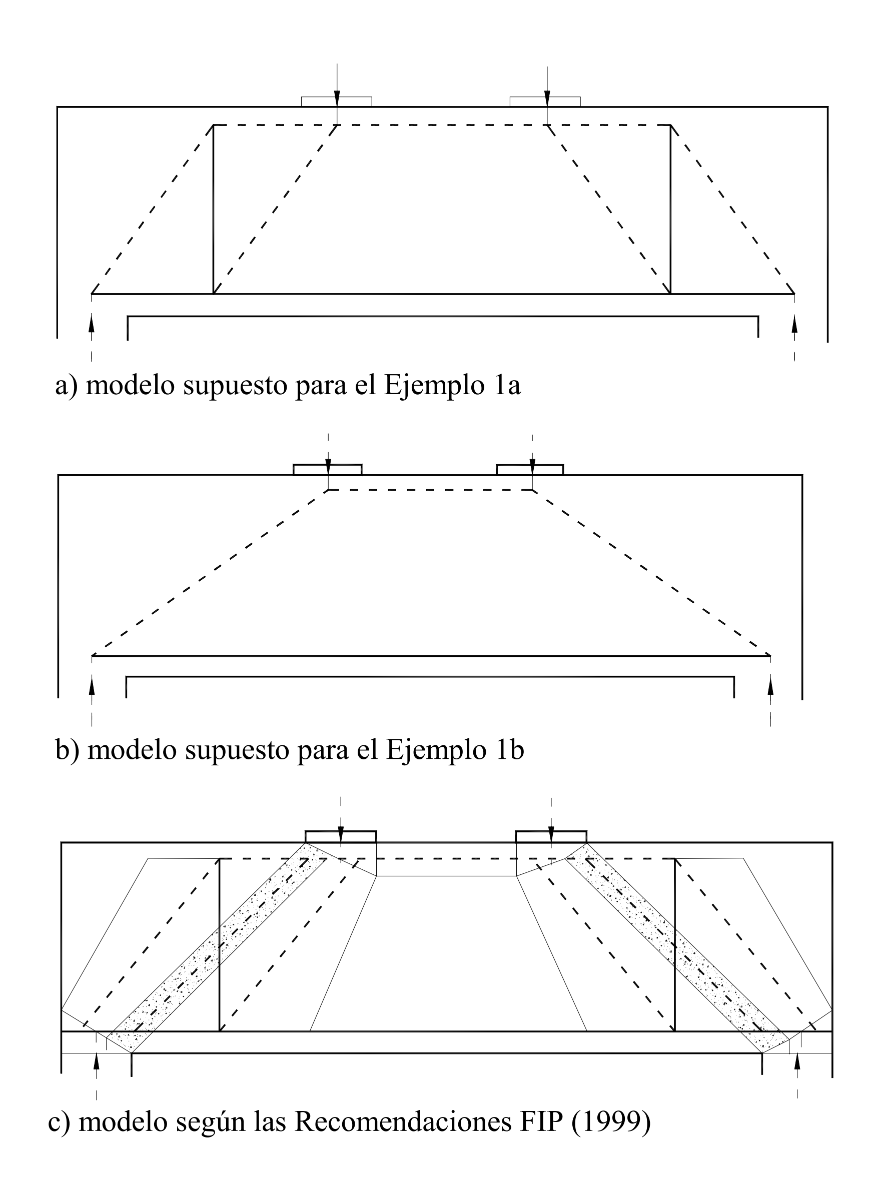


Figura 6: Diferentes modelos para el Ejemplo 1

El tercer modelo (Figura 6c) está comprendido entre los dos modelos anteriores y es estáticamente indeterminado en su interior. Las Recomendaciones FIP (1999) dan una regla empírica para determinar qué parte de la carga aplicada se debe asignar al tirante vertical; esto depende de la distancia entre la carga y el eje del apoyo. Así se logra una transición consistente entre el diseño de una viga de gran altura con cargas próximas a los apoyos y una viga esbelta, en la cual la totalidad de la carga aplicada debe ser transferida por medio de un reticulado sin transferencia de carga directa al apoyo por parte de una biela inclinada.

La ausencia de un tirante transversal explícito en el modelo de la Figura 6b puede parecer crítica, ya que exige que el diseñador recuerde especificar la armadura mínima requerida. Por otra parte, se podría argumentar que si se coloca armadura transversal mínima ésta llevará parte de la carga, de manera que el modelo de la Figura 6c es en realidad efectivo. La diferencia es sólo que la capacidad del tirante transversal que representa la armadura mínima es siempre igual y no depende de la distancia entre la carga y el eje del apoyo.

Para concluir esta discusión, el modelo de la Figura 6c parece ser una solución adecuada y práctica, que demuestra la necesidad de aumentar la cantidad de armadura transversal a medida que a aumenta entre a = 0,5z y a = 2z (a = distancia entre la carga y el eje del apoyo; z = brazo de palanca interno). Por lo tanto, en la Sección 8.3 de la Parte 2 MacGregor (2002) propone que el Subcomité ACI 318 E considere un requisito similar como posible adición al Apéndice A.

2.3.2 Ejemplo 4

El Ejemplo 4 presenta un problema nuevo y desconocido, para el cual no es posible encontrar soluciones en los libros de texto ni tampoco ensayos realizados. Por lo tanto no resulta sorprendente que varios ingenieros a los cuales se les planteó este ejemplo hayan propuesto modelos completamente diferentes, algunos de los cuales se ilustran en la Figura 7.

En la Figura 7 a1 se ilustra el modelo seleccionado en el Ejemplo 2 (Figura 4-3). Este se podría describir como una solución "viga sobre viga", lo cual significa que la parte superior se considera como un miembro estáticamente determinado soportado por apoyos inclinados. Debido a que las reacciones de apoyo de este miembro son iguales, es decir, cada una de las bielas inclinadas lleva la mitad de la carga, la viga inferior debe transferir parte de la carga debajo de la abertura al apoyo izquierdo de manera de satisfacer el equilibrio global. Esto dio por resultado una reacción en el apoyo izquierdo mayor que la mitad de la carga aplicada (ver la Sección 2.2 del Ejemplo 4). La parte superior se considera como una viga de gran altura y el modelo seleccionado es igual al seleccionado para el Ejemplo 1b ilustrado en la Figura 6b.

El modelo de la Figura 7 a2 es una variante de este primer modelo donde la biela inclinada de la derecha se divide en una biela vertical y una biela inclinada. La biela vertical que lleva la parte de la carga a transferir al apoyo izquierdo está más próxima al apoyo que en el modelo anterior. En la Figura 6c se ilustra el modelo correspondiente a la viga de gran altura superior.

Los modelos de la Figura 7b se basan en la hipótesis que los miembros verticales cortos al lado de la abertura proveen una rigidez flexional que se puede evaluar mediante un análisis de pórtico. Entonces la parte superior del modelo de la Figura 7 b1 refleja una viga de gran altura abrazada a ambos lados por un cordón traccionado sobre la abertura. Por el contrario, el modelo de la Figura 7 b2 se puede describir como dos ménsulas que salen de los miembros verticales al lado de la abertura, llegan hasta el punto de carga y allí cada una

recoge la mitad de la carga. Las ménsulas apenas se tocan bajo las cargas, pero no están conectadas; esto significa que sólo hay tracción en el cordón superior y no se requiere armadura en el cordón inferior directamente sobre la abertura.

En todos los modelos discutidos hasta este momento la viga superior estaba apoyada de manera simétrica, pero para el modelo presentado en la Figura 7c esta hipótesis se abandona. La carga se divide entre las reacciones de apoyo en dos partes iguales y en consecuencia la viga debajo de la abertura no transfiere ninguna carga. Por lo tanto no es necesario proveer ninguna armadura transversal en la viga inferior. La parte superior izquierda sobre la abertura exhibe predominantemente una acción tipo ménsula, mientras que la parte derecha constituye una viga simple como la del modelo ilustrado en la Figura 7 a1.

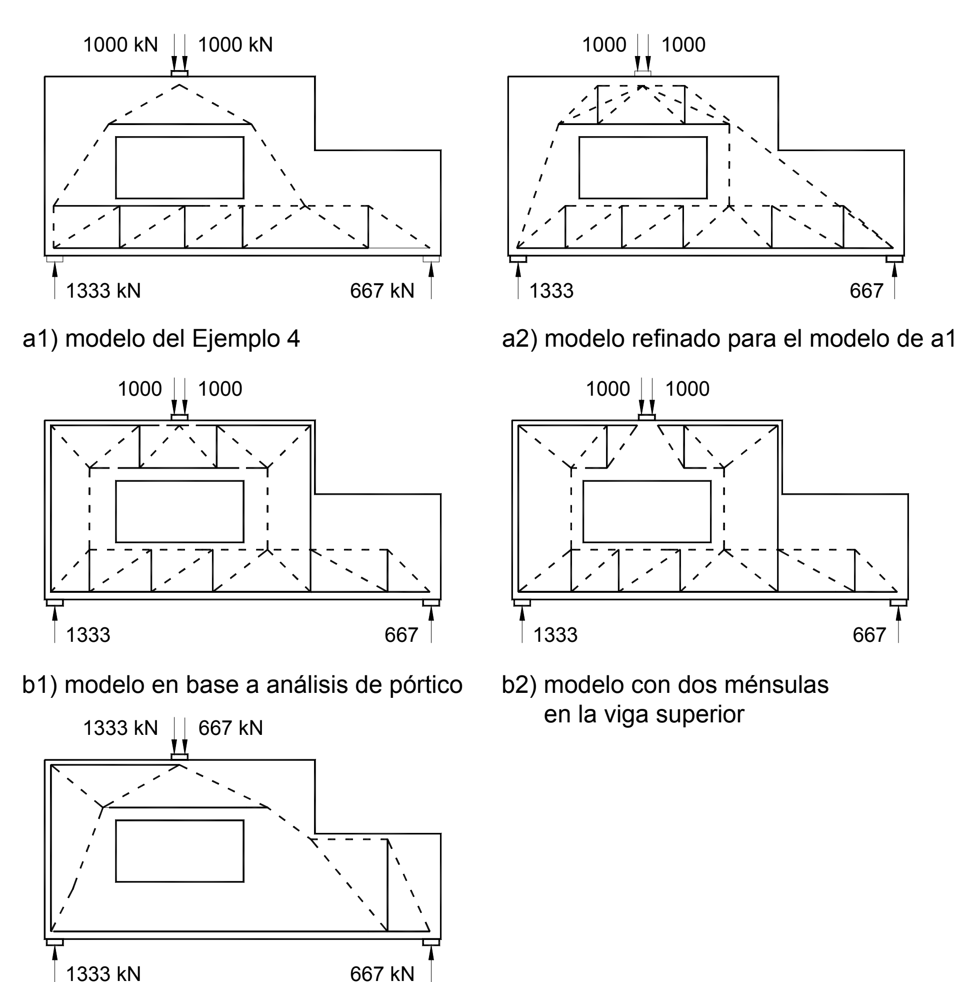


Figura 7: Diferentes modelos posibles para el Ejemplo 4

En vista de las importantes diferencias entre todos estos modelos, el diseñador puede requerir algunos lineamientos para seleccionar un modelo entre todos los modelos posibles. Para ello puede realizar un análisis elástico lineal del muro. Sin embargo, aún en ausencia de este análisis, un buen criterio profesional proporcionará una perspectiva crítica:

- Los modelos de la Figura 7b son menos probables que los de la Figura 7a debido a que son menos rígidos, lo cual se visualiza por los tirantes de mayor longitud requeridos.
- El modelo de la Figura 7 b2 obviamente viola la compatibilidad en la parte central de la viga superior sobre la abertura porque no existe conexión alguna.
- En el modelo de la Figura 7c la viga inferior actúa exclusivamente como miembro traccionado, pero con la tracción en la parte inferior; esto no es compatible con la rigidez flexional de este miembro.

Por lo tanto, una solución sensata podría ser una combinación de los modelos de las Figura 7 a2 y 7 b1, con cierta preferencia por el primer modelo de manera que soporte más que el segundo. Sin embargo hay otras soluciones posibles.

3 Transición entre regiones D y regiones B de una viga

La transición entre regiones D y regiones B de una viga ya se discutió cuando se explicó el método de la trayectoria de las cargas en las Figuras 1 y 2. Es evidente que es necesario modelar una transición consistente, y que ésta se garantiza aplicando la distribución de tensiones de la región B en la sección de borde de la región D. En las Figuras 1 y 2 estas tensiones se calcularon mediante un análisis elástico lineal, pero también se podrían aplicar las tensiones obtenidas de un diseño de sección fisurada, tal como un diseño flexional para el momento y la fuerza de compresión axial en el caso de la Figura 1c, si las tensiones demostraran que la sección está fisurada.

En caso que haya fuerzas de corte actuando en la sección de borde como en la Figura 2, el modelo para una sección fisurada en la región B es el conocido modelo reticulado ilustrado en la Figura 8 para una viga con voladizo [Reineck (1996)].

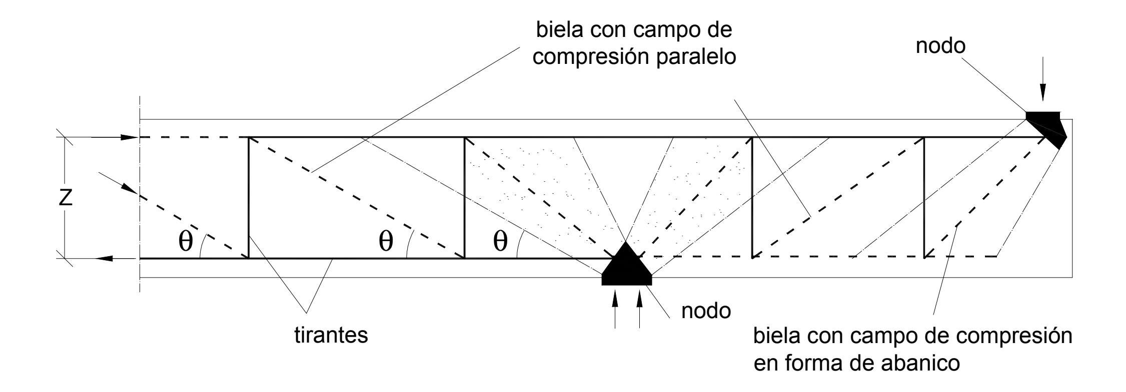


Figura 8: Modelo reticulado y campos de tensión para una viga con voladizo

En las regiones D la carga se transfiere mediante campos de tensiones en forma de abanico, mientras que en las regiones B el modelo reticulado se caracteriza por un campo de tensiones paralelas inclinadas un ángulo θ respecto del eje x. Una sección en la región B de la viga contiene las fuerzas del reticulado como se ilustra en el extremo izquierdo de la viga de la Figura 8, y de manera similar si el miembro está fisurado estas fuerzas se deben aplicar en el borde de una región D.

Por lo tanto, para que haya una transición consistente entre las regiones B y las regiones D de una estructura de hormigón, tal como una viga, es necesario conocer el brazo de palanca interno z y el ángulo θ. Esto plantea el problema de derivar el ángulo θ para las bielas inclinadas en el alma a partir del diseño al corte realizado de acuerdo con el Capítulo 11 de ACI 318. Como se indica en el Ejemplo 5, es posible derivar el ángulo θ de las bielas inclinadas en el alma del modelo reticulado ya que se conoce la cantidad de estribos. El modelo de la Figura 8 (ver también la Figura 5-5 del Ejemplo 5) muestra que la fuerza de corte en la región B debe ser tomada por las fuerzas en los estribos en la longitud (z cotθ):

$$V_n = (A_v / s_v)\, f_y\, z \cot\theta$$

y a partir de esta expresión el ángulo θ se puede calcular de la siguiente manera:

$$\cot\theta = \frac{V_n}{f_y\, z} \cdot \frac{s_v}{A_v}$$

De este modo el diseño al corte de ACI 318 usando un término V_s y un término V_c se interpreta mediante un modelo reticulado, a fin de modelar la transición de una región B a una región D.

4 Detallado

Finalmente debemos tratar el tema del detallado, de importancia fundamental como lo señalaran Leonhardt (1965, 1973) y Leonhardt y Mönning (1977). Esto continúa siendo importante en los modelos de bielas y tirantes, ya que los modos se definen como un elemento a verificar. El método de bielas y tirantes automáticamente obliga a los ingenieros a prestar atención a los nodos y anclajes. Esto permite detectar muchos problemas durante las primeras etapas del diseño e introducir los cambios necesarios para evitar daños, detallando la estructura adecuadamente. Además de presentar el concepto del diseño mediante modelos de bielas y tirantes, Schlaich y Schäfer (2001) presentan numerosos ejemplos para el detallado en la continuación del artículo de Leonhardt (1973) publicado en el Beton Kalender.

En esta sección se discuten algunos temas relacionados con el detallado, en base a la experiencia y los ejemplos presentados en este informe. Éstos demuestran que el detallado también significa dimensionar y modelar los campos de tensiones, sólo que a menor escala; se debe refinar el equilibrio global de las bielas y tirantes en un nodo y posteriormente revisar los campos de tensiones.

El primer punto es que en varios ejemplos se utilizan ganchos normales. Los ganchos acortan la longitud de anclaje requerida en relación con una barra recta, pero no tanto como se podría creer: los códigos europeos indican que el beneficio es de apenas 30 por ciento. Además, debido a que existe el peligro de que la esquina sin armadura debajo del codo se descantille como se ilustra en la Figura 9, el gancho resulta crítico en el caso de los apoyos directos en el extremo de una viga como en el Ejemplo 1. Esto es particularmente cierto en el caso de las barras de gran diámetro habitualmente utilizadas en Estados Unidos.

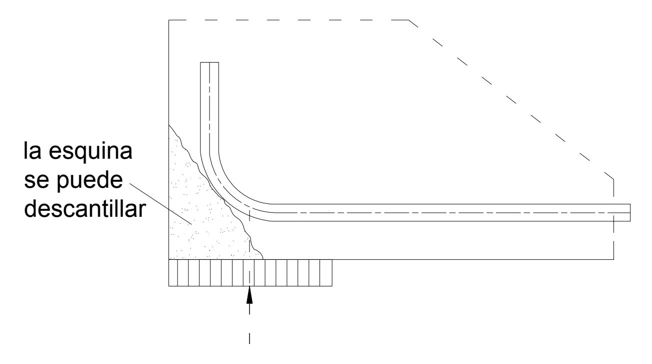


Figura 9: Gancho normal en un apoyo directo en el extremo de una viga

En estos casos es necesario proveer alguna longitud de anclaje detrás del apoyo como se ilustra en la Figura 10. En principio estos detalles se deben considerar de manera tridimensional (ver Figuras 10b y 10c), tanto para asegurar un buen anclaje como para que no haya congestión de armaduras y se imposibilite la correcta colocación del hormigón.

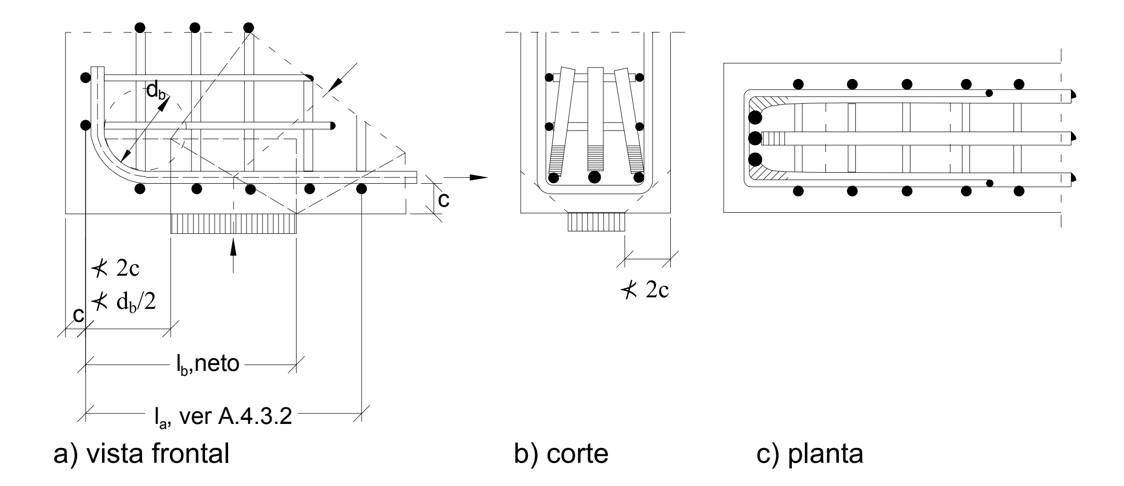


Figura 10: Detallado en un apoyo en el extremo de una viga con gancho normal

Una experiencia de tipo más general que se puede obtener a partir de los ejemplos es que los requisitos sobre longitud de desarrollo de ACI 318 deben ser discutidos en mayor profundidad. Las reglas contenidas en el Apéndice A no cumplen con las reglas del cuerpo principal de la norma, y existen numerosas discrepancias entre ACI 318 y los códigos europeos.

Por ejemplo, ni ACI 318 ni el Apéndice A de ACI 318 tratan claramente la influencia de la presión transversal o las tensiones de tracción sobre la longitud de anclaje. Como lo demuestra el Ejemplo 5, no se diferencia entre un nodo TCC, como por ejemplo un apoyo directo en un extremo, y un nodo TTC, tal como un apoyo indirecto en un extremo. Ensayos realizados han demostrado que el anclaje en los apoyos indirectos constituye un punto crítico [Leonhardt, Koch y Rostasy (1971); Leonhardt, Walther y Dilger (1968); Baumann y Rüsch (1970)]. Además, se debería revisar la longitud de anclaje del Apéndice A como se ilustra en la Figura 10a, ya que en los códigos europeos la longitud de anclaje comienza a partir de la cara interna del apoyo.

También se debería reconsiderar la relación entre los ganchos normales y los ganchos a 180º. Ningún código indica una diferencia respecto de acortar la longitud de anclaje con relación a las barras rectas; por ejemplo, los códigos europeos asignan el mismo beneficio del 30% a ambos elementos de anclaje. Sin embargo, cualquier gancho a 180º que confina el hormigón dentro de su codo constituye un mejor anclaje en el estado límite último que un gancho normal. El motivo de esta discrepancia es que actualmente las reglas para el desarrollo de las longitudes de anclaje se basan en consideraciones de serviciabilidad, como por ejemplo que sólo debe producirse un resbalamiento de 0,10 mm. Si se consideraran las condiciones en el estado límite último, se evidenciaría el obvio beneficio de utilizar ganchos a 180º.

Es verdad que el uso de ganchos de 190º significa que posiblemente sea necesario seleccionar barras de menor tamaño a fin de tomar en cuenta el diámetro de doblado. Sin

embargo, hay una clara ventaja si hay anclajes cortos como en el caso de la ménsula ilustrada en la Figura 11. En este caso Schlaich y Schäfer (2001) demostraron que se requieren consideraciones exhaustivas para diseñar y detallar un detalle tan crítico.

En general, al determinar la longitud de desarrollo en el estado límite último resulta indispensable definir valores realistas para la resistencia de adherencia y factores realistas para los diferentes elementos de anclaje. Sólo así el diseñador puede considerar las diferentes condiciones para nodos TCC o TTC que anclan barras de armadura. Se deberían realizar más investigaciones sobre el dimensionamiento de los nodos y el desarrollo de las armaduras como los realizados por Bergmeister, Breen y Jirsa (1991).

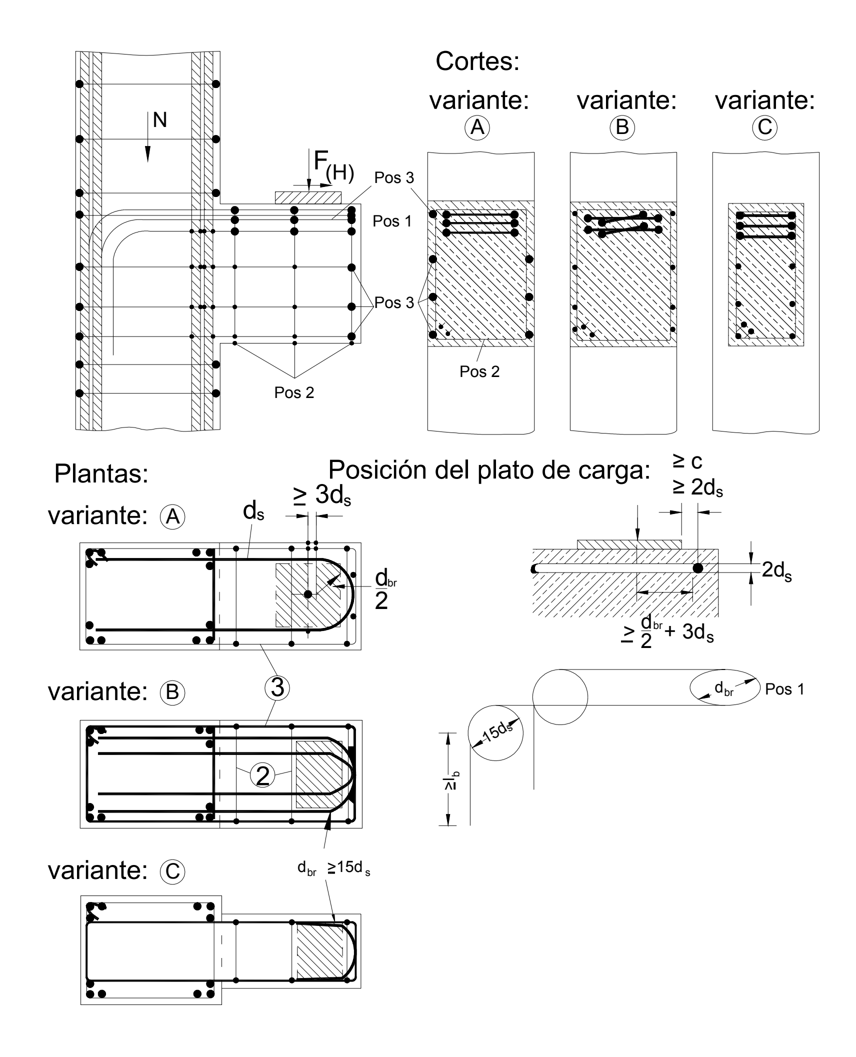


Figura 11: Detallado de una ménsula en una columna con longitud de anclaje corta, según Schlaich y Schäfer (2001)

5 Conclusiones

El Apéndice A de ACI 318 constituye un importante paso hacia un diseño consistente del hormigón estructural. Debería posibilitar un mejor diseño y detallado de las regiones D de las estructuras de hormigón. En este informe se presentan los antecedentes de este importante logro; su intención es alentar a los ingenieros para que adopten el diseño mediante modelos de bielas y tirantes. Los nueve ejemplos presentados en esta Publicación Especial de ACI deberían ayudar a los ingenieros a aplicar el Apéndice A en su trabajo diario.

6 Referencias

ACI 318 (1999): Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary (ACI 318R-02). Reported by ACI Committee 318. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI. 445 pp.

Baumann, Th.; Rusch, H. (1970): Schubversuche mit indirekter Krafteinleitung (Ensayo de corte con aplicación de carga indirecta). Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Report 210, 1-42, W. Ernst u. Sohn, Berlin, 1970.

Bergmeister, K.; Breen, J.E.; Jirsa, J.O. (1991): Dimensioning of the nodes and development of reinforcement. p. 551 - 556 en: IABSE Rep. V.62 (1991).

FIP Recommendations (1999): "Practical Design of Structural Concrete". FIP-Commission 3 "Practical Design", Sept. 1996.
Publ.: SETO, Londres, Sept. 1999. (Distribuido por: *fib,* Lausanne)

Leonhardt, F. (1965): Über die Kunst des Bewehrens von Stahlbetontragwerken (Sobre el arte de armar estructuras de hormigón).
Beton- und Stahlbetonbau 60 (1965), H.8, pp. 181; H.9, pp. 212.

Leonhardt, F.; Walther, R.; Dilger, W. (1968): Schubversuche an indirekt gelagerten, einfeldrigen and durchlaufenden Stahlbetonbalken (Ensayos de corte en vigas de hormigón armado apoyadas indirectamente – vigas de un tramo y vigas continuas). Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Report 201. 1968.

Leonhardt, F.; Koch, R.; Rostásy, F.S. (1971): Aufhängebewehrung bei indirekter Lasteintragung von Spannbetonträgern, Versuchsbericht und Empfehlungen (Uso de suspensores en la transferencia indirecta de cargas en vigas de hormigón pretensado, informe de ensayos y recomendaciones).
Beton- and Stahlbetonbau 66 (1971), H.10, 233-241.
Discusión de: Baumann, Th.. Beton- und Stahlbetonbau 67 (1972), H.10,

238-239.

Leonhardt, F. (1973): Das Bewehren von Stahlbetontragwerken. Beton Kalender 1973, W. Ernst & Sohn, Berlin. (Armado de estructuras de hormigón. Reimpresión traducida al Inglés por B. Maisel, C&Ca, Londres).

Leonhardt, F.; Mönnig, E. (1977): Vorlesungen über Massivbau - Teil 3: Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau. Springer Verlag, Berlin, 1977.

MacGregor, J. G. (2002): Derivation of strut-and-tie models for the 2002 ACI Code. p. 7-40 en: Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models, Special Publication of ACI. American Concrete Institute, Farmington Hills, 2002.

Muttoni, A.; Schwartz, J.; Thürlimann, B. (1996): Design of concrete structures with stress fields. Birkhäuser, Basel, 1996.

Reineck, K.-H. (1996): Rational Models for Detailing and Design. p. 101-134 en: Large Concrete Buildings. Rangan, B.V.; Warner, R.F. (Ed.). Large Concrete Buildings. Longman Group Ltd., Burnt Mill, Harlow, Inglaterra, 1996.

Schlaich, J.; Bergermann, R. (1992): Fuβgangerbrücken. Katalog zur Ausstel lung an der ETH Zurich, 1992 (Puentes peatonales. Catálogo de una exposición).

Schlaich, J.; Schäfer, K; Jennewein, M. (1987): Toward a consistent design for structural concrete. PCI-Journal Vol. 32 (1987), No.3, 75-150.

Schlaich, J.; Schäfer, K. (2001): Konstruieren im Stahlbetonbau (Detallado del hormigón armado). Betonkalender 90 (2001), Teil 11, 311 - 492. Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2001

7 Agradecimientos

Los autores desean agradecer la contribución de Arndt Goldack y Uwe Burkhardt de la Universidad de Stuttgart, así como la de Robert Zechmann de la Universidad de Kansas, quienes propusieron y ensayaron algunos de los modelos para el Ejemplo 4 presentado en la Figura 7.

Los autores agradecen la edición de los gráficos realizada por Elfriede Schnee y Ali Daghighi. También agradecen profundamente el trabajo de Angela Siller en la edición de la versión final, considerando los comentarios aportados por los encargados de la revisión del trabajo.

FACTORES DE CONVERSIÓN – LIBRA-PIE a SI (MÉTRICO)*

Para convertir de	a	multiplicar por
	Longitud	
pulgada	milímetro (mm)	25,4E†
pie	metro (m)	0,3048E
yarda	metro (m)	0,9144E
milla (estatutaria)	kilómetro (km)	1,609
	Superficie	
pulgada cuadrada	centímetro cuadrado (cm^2)	6,451
pie cuadrado	metro cuadrado (m^2)	0,0929
yarda cuadrada	metro cuadrado (m^2)	0,8361
	Volumen (Capacidad)	
onza	centímetro cúbico (cm^3)	29,57
galón	metro cúbico (m^3) ‡	0,003785
pulgada cúbica	centímetro cúbico (cm^3)	16,4
pie cúbico	metro cúbico (m^3)	0,02832
yarda cúbica	cúbico metro (m^3) ‡	0,7646
	Fuerza	
kilogramo-fuerza	newton (N)	9,807
kip-fuerza	newton (N)	4448
libra-fuerza	newton (N)	4,448
	Presión o Tensión (fuerza por unidad de superficie)	
kilogramo-fuerza /metro cuadrado	pascal (Pa)	9,807
kip-fuerza/pulgada cuadrada (ksi)	megapascal (MPa)	6,895
newton/metro cuadrado (N/m^2)	pascal (Pa)	1,000E
libra-fuerza/pie cuadrado	pascal (Pa)	47,88
libra-fuerza/pulgada cuadrada (psi)	kilopascal (kPa)	6,895
	Momento Flector o Torque	
libra-fuerza-pulgada	newton-metro (Nm)	0,1130
libra-fuerza-pie	newton-metro (Nm)	1,356
kilogramo-fuerza-metro	newton-metro (Nm)	9,807

Para convertir de	a	multiplicar por
	Masa	
onza-masa (avoirdupois)	gramo (g)	28,34
libra-masa (avoirdupois)	kilogramo (kg)	0,4536
tonelada (métrica)	megagramo (Mg)	1,000E
tonelada (corta, 2000 1bm)	megagramo (Mg)	0,9072
	Masa por unidad de volumen	
libra-masa/pie cúbico	kilogramo/metro cúbico (kg/m^3)	16,02
libra-masa/yarda cúbica	kilogramo/metro cúbico (kg/m^3)	0,5933
libra-masa/galón	kilogramo/metro cúbico (kg/m^3)	119,8
	Temperatura	
grado Fahrenheit (F)	grado Celsius (C)	$t_C = (t_F - 32)/1,8$
grado Celsius (C)	grado Fahrenheit (F)	$t_F = 1,8t_C + 32$

* Esta lista presenta los factores de conversión para las unidades utilizadas más frecuentemente en la tecnología del hormigón. La fuente donde se puede obtener mayor información sobre las unidades SI y factores de conversión más exactos es la publicación ASTM E "Standard for Metric Practice".

† Indica que el factor dado es exacto.

‡ Un litro (decímetro cúbico) es igual a 0,001 m^3 ó 1000 cm^3.

§ Estas ecuaciones se usan para convertir una temperatura de una escala a otra e incluyen las correcciones de escala correspondientes. Para convertir una diferencia de temperatura de grados Fahrenheit a grados Celsius, sólo dividir por 1,8 – es decir, una variación entre 70 y 88 F representa una variación de 18 F ó 18/1,8 C = 10 C.